

DEFAUTS ELECTRIQUES

1 Introduction

Le système de puissance qu'est le réseau électrique doit satisfaire la demande à tout moment sans dépasser les limites imposées sur les tensions nodales et les puissances transitées et ceci afin d'assurer un fonctionnement normal. En plus, le système doit être protégé contre les défauts qui peuvent naitre d'un instant à un autre sans avertissement. Un défaut est un court-circuit entre les phases du réseau.

Quand un défaut apparait dans le réseau, les disjoncteurs interviennent et isolent le défaut. Ces disjoncteurs sont dimensionnés pour un courant de défaut (extinction de l'arc électrique) et la tension sous laquelle il doit ouvrir la ligne en défaut.

On définit la capacité de défaut ou puissance de court-circuit en un point du réseau comme étant égale au produit de la tension juste avant que le défaut n'apparaisse par le courant de défaut. Dans l'étude des défauts, on doit déterminer les courants et les tensions de défauts.

2 Analyse des défauts électriques

La sélection des équipements de protection est faite sur la base de l'amplitude des courants de défauts. Donc, tous les types de défauts doivent être étudiés au préalable. Différents cas peuvent se présenter (Fig. 1).

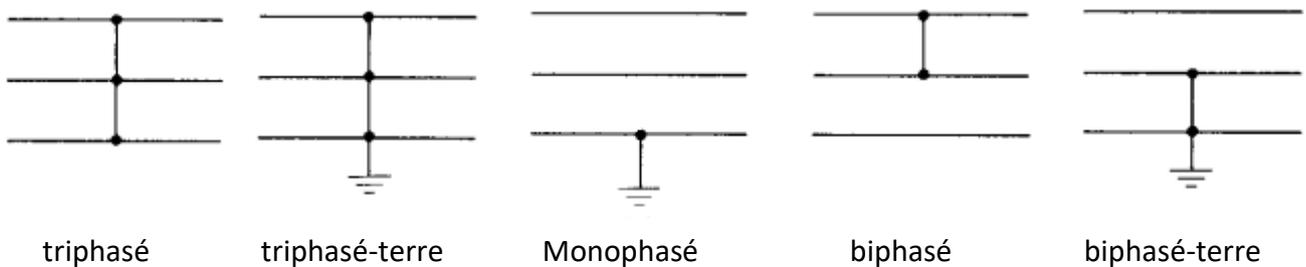


Fig. 1 : Types de défauts

2.1 Caractéristiques des défauts court-circuit

- Durées : auto-extincteur, fugitif ou permanent.

- Origines :

- mécaniques (rupture de conducteurs, liaison électrique accidentelle entre deux conducteurs par un corps étranger conducteur tel que outils ou animaux) ;
- surtensions électriques d'origine interne ou atmosphérique ;
- dégradation de l'isolement, due à la chaleur, l'humidité ou une ambiance corrosive.

- Localisations : interne ou externe à une machine ou à un tableau électrique.

- Types :

- Monophasés : 80 % des cas ;
- Biphases : 15 % des cas. Ces défauts dégénèrent souvent en défauts triphasés ;
- Triphasés : 5 % seulement dès l'origine.

Le plus fréquent est le défaut phase-terre alors que les plus sévères sont le défaut triphasé et triphasé-terre. Les équipements affectés par ordre sont les lignes aériennes, câbles, transfos et puis l'appareillage. La foudre étant la cause la plus fréquente.

2.2 Conséquences des défauts de court-circuit

Elles sont variables selon la nature et la durée des défauts, le point concerné de l'installation et l'intensité du courant :

- Au point de défaut, la présence d'arcs de défaut, avec :

- détérioration des isolants,
- fusion des conducteurs,
- incendie et danger pour les personnes ;

- Pour le circuit défectueux :

- les efforts électrodynamiques, avec déformation des jeux de barres, arrachement des câbles ;
- sur-échauffement par augmentation des pertes Joule, avec risque de détérioration des isolants ;

- Pour les autres circuits électriques du réseau concerné ou de réseaux situés à proximité :

- les creux de tension pendant la durée d'élimination du défaut, de quelques millisecondes à quelques centaines de millisecondes ;
- la mise hors service d'une plus ou moins grande partie du réseau suivant son schéma et la sélectivité de ses protections ;
- l'instabilité dynamique et/ou la perte de synchronisme des machines ;
- les perturbations dans les circuits de commande ;
- etc...

2.3 Analyse des défauts

- Détermination des valeurs maximale et minimale des courants de défauts triphasés (symétriques) ;
- Détermination des courants de défauts non symétriques (monophasé phase-terre, biphasé, biphasé-terre, ...) ;
- Calibrage des disjoncteurs et fusibles : pouvoirs de coupure et de fermeture des appareils ;

- Capacité du matériel électrique : tenue électrodynamique des canalisations et de l'appareillage, tenue thermique des câbles aux surintensités ;
- Choix des types de protection et paramétrage des relais de protection ;
- Détermination des niveaux de tension durant un défaut ;
- Spécification des impédances des transformateurs et générateurs.

Les intensités des courants de défauts dépendent de :

- impédances du réseau : impédances des lignes, connexions et impédances des transfos, connexions et résistances de mise à la terre ;
- impédances internes des générateurs ;
- résistance du défaut (résistance de l'arc).

Remarque : Impédance des générateurs

Le comportement du générateur est divisé en trois périodes : période sub-transitoire (premiers cycles), période transitoire (couvrant un temps relativement plus long) et période de régime permanent.

Période sub-transitoire, avec $X_G = X''_d$: permet de déterminer le pouvoir de coupure des disjoncteurs HT et le temps de fonctionnement du système de relais de protection pour les réseaux à haute tension.

Période transitoire, $X_G = X'_d$: permet de déterminer le pouvoir de coupure des disjoncteurs MT et le temps de fonctionnement du système de relais de protection pour les réseaux moyenne tension.

3 Calcul des défauts symétriques

3.1 Méthode de Thévenin

L'approche la plus commune est de remplacer le réseau avec ses générateurs en un circuit de Thévenin vu des bornes du défaut. Ce circuit est représenté par une source de tension ayant la valeur juste avant l'apparition du défaut (représentant la tension au nœud où le défaut apparaît) en série avec une impédance équivalente de Thévenin représentant le réseau vu du nœud de défaut (Fig. 2).

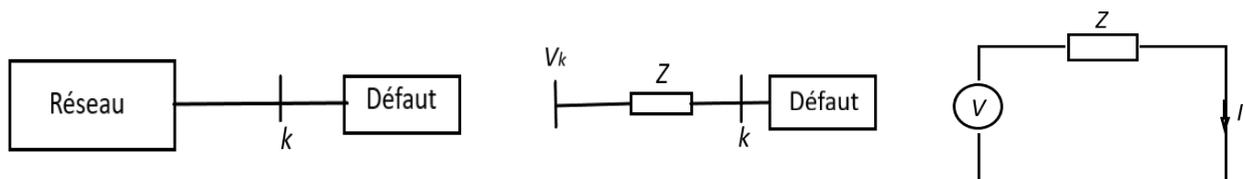


Fig. 2 : Schéma équivalent de Thévenin

$$Z_{pu} = \frac{Z}{V/I_n} = \frac{I_n Z}{V} \rightarrow Z = \frac{V \cdot Z_{pu}}{I_n} \tag{1}$$

avec I_n le courant nominal (pleine charge).

Le courant de défaut ou de court-circuit est :

$$I_f = \frac{V}{Z} = \frac{I_n}{Z_{pu}} \tag{2}$$

La puissance de court-circuit est alors :

$$S_{cc} = \sqrt{3} V I_f = \frac{\sqrt{3} V I_n}{Z_{pu}} = \frac{S_b}{Z_{pu}} \tag{3}$$

La puissance de court-circuit S_{cc} mesure la robustesse électrique du nœud exprimé en MVA et donc permet de dimensionner les jeux de barres et le pouvoir de coupure des disjoncteurs.

Exemple 1 :

Soit le système de la figure ci-dessous. Les données sont :

G_1 : 20 MVA ; 12,66 kV ; $X'' = 15 \%$ (réactance sub-transitoire)

M: 20 MVA ; 12,66 kV ; $X'' = 15 \%$ (réactance sub-transitoire)

T_1 : 20 MVA ; 12,66/66 kV ; $X = 10 \%$

T_2 : 20 MVA ; 66/12,66 kV ; $X = 10 \%$

Le moteur consomme 10 MW avec un facteur de puissance capacitif de 0,8 sous une tension de 11 kV quand un défaut triphasé survient aux bornes du moteur. Déterminer les courants du générateur et du moteur ainsi que le courant de défaut.



Solution :

$$S_b = 20 \text{ MVA}$$

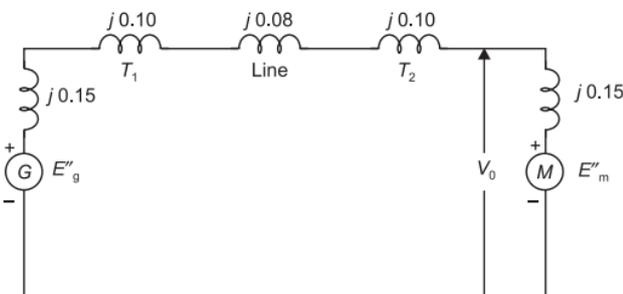


Schéma équivalent pré-défaut

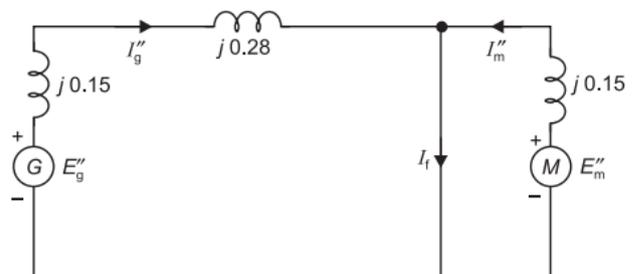


Schéma équivalent durant le défaut

Condition pré-défaut :

$$V_0 = \frac{11}{12,66} \angle 0^\circ = 0,8688 \angle 0^\circ \text{ pu} \quad P_L = \frac{10}{20} = 0,50 \text{ pu}$$

$$I_0 = \frac{0,50}{0,8688 \times 0,80} = 0,7194 \angle 36,87^\circ \text{ pu}$$

La *f.e.m* du générateur et *f.c.e.m* du moteur (régime sub-transitoire):

$$E_g'' = V_0 + j(0,15 + 0,10 + 0,08 + 0,10)I_0 = 0,8688 + j0,43 \times 0,7194 \angle 36,87^\circ$$

$$= 0,7266 \angle 19,9^\circ \text{ pu}$$

$$E_m'' = V_0 - j0,15I_0 = 0,8688 - j0,15 \times 0,7194 \angle 36,87^\circ = 0,9374 \angle -5,28^\circ \text{ pu}$$

Les courants :

$$I_g'' = \frac{E_g''}{j(0,15 + 0,28)} = \frac{0,7266 \angle 19,9^\circ}{0,43 \angle 90^\circ} = 1,689 \angle -70,1^\circ = (0,575 - j1,588) \text{ pu}$$

$$I_m'' = \frac{E_m''}{j0,15} = \frac{0,9374 \angle -5,28^\circ}{0,15 \angle 90^\circ} = 6,25 \angle -95,28^\circ = (-0,575 - j6,233) \text{ pu}$$

Le courant de défaut :

$$I_f = I_g'' + I_m'' = 0,575 - j1,588 - 0,575 - j6,233 = -j7,811 \text{ pu}$$

En valeurs réelles :

$$I_b = \frac{20 \times 1000}{\sqrt{3} \times 12,66} = 912,085 \text{ A}$$

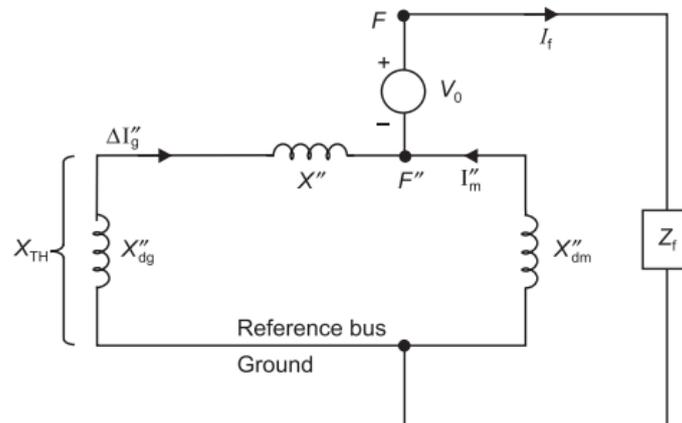
$$I_g'' = 912,085 \times 1,689 \angle -70,1^\circ = 1540,5 \angle -70,1^\circ \text{ A}$$

$$I_m'' = 912,085 \times 6,25 \angle -95,28^\circ = 5700,5 \angle -95,28^\circ \text{ A}$$

$$I_f = 912,085 \times (-j7,811) = 7124,3 \angle -90^\circ \text{ A}$$

Méthode de Thévenin :

Le schéma de Thévenin équivalent durant le défaut est donné par la figure suivante.



Avec : $X'' = j(0,1 + 0,08 + 0,1) = j0,28$; $X''_{dg} = j0,15$; $X''_{dm} = j0,15 pu$

D'où : $X''_{dg} + X'' = j(0,15 + 0,28) = j0,43 pu$

$$X_{Th} = \frac{(X''_{dg} + X'')(X''_{dm})}{X''_{dg} + X'' + X''_{dm}} = \frac{j0,43 \times j0,15}{j(0,43 + 0,15)} = j0,1112 pu$$

$$I_f = \frac{V_0}{Z_f + X_{Th}} = \frac{0,8688 \angle 0^\circ}{j0,1112} = -j7,811 pu$$

Variation du courant générateur :

$$\Delta I''_g = I_f \times \frac{X''_{dm}}{X''_{dg} + X'' + X''_{dm}} = -j7,811 \times \frac{j0,15}{j(0,15 + 0,28 + 0,15)} = -j2,02 pu$$

De même :

$$\Delta I''_m = I_f \times \frac{X''_{dg} + X''}{X''_{dg} + X'' + X''_{dm}} = -j7,811 \times \frac{j(0,15 + 0,28)}{j(0,15 + 0,28 + 0,15)} = -j5,79 pu$$

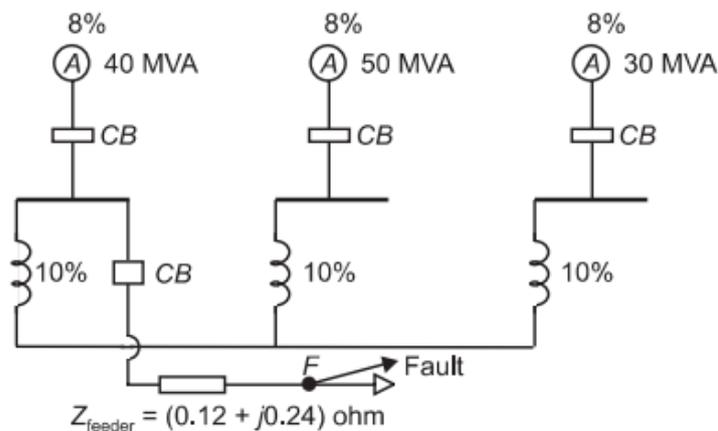
Donc :

$$I''_g = \Delta I''_g + I_0 = -j2,02 + 0,7194 \angle 36,87^\circ = (0,575 - j1,589) pu$$

$$I''_m = \Delta I''_m - I_0 = -j5,79 - 0,7194 \angle 36,87^\circ = (-0,575 - j6,221) pu$$

Exemple 2 :

Trois générateurs 11,2 kV sont reliés par un JdB de couplage à travers des réactances de limitation de courant (Figure ci-dessous). Un feeder est alimenté à partir du JdB du générateur A sous la tension 11,2 kV. L'impédance du feeder est $(0,12 + j0,24) \Omega$ par phase. Calculer la puissance maximum (MVA) qui peut être fournie pour un court-circuit symétrique à l'extrémité terminale du feeder.



Solution :

Choix de la base : $S_b = 50 \text{ MVA}$; $U_b = 11,2 \text{ kV}$

Calculs des réactances :

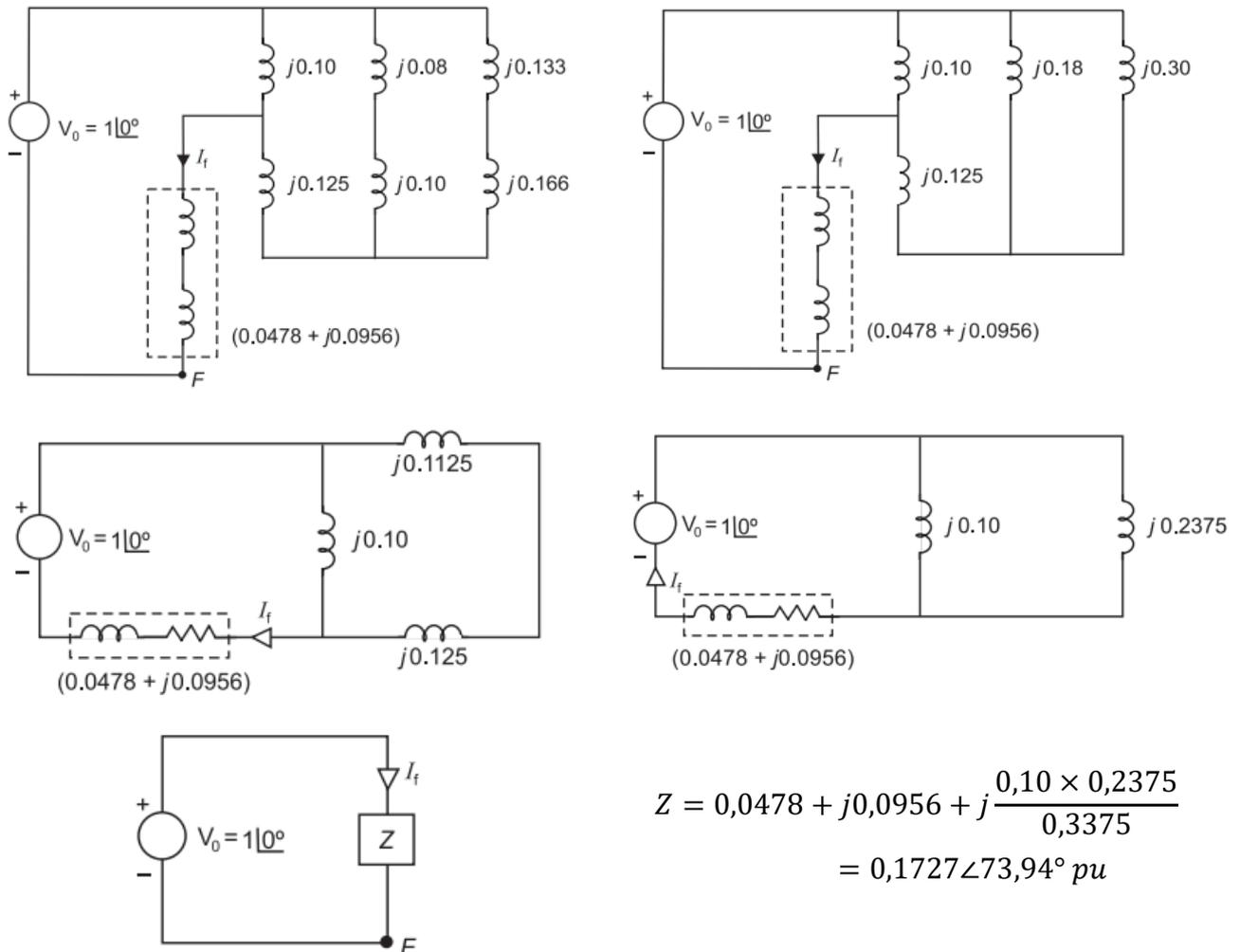
$$x_{Ag} = j0,08 \times \frac{50}{40} = j0,10 pu \quad x_{Bg} = j0,08 \times \frac{50}{50} = j0,08 pu \quad x_{Cg} = j0,08 \times \frac{50}{30} = j0,133 pu$$

$$x_A = j0,10 \times \frac{50}{40} = j0,125 pu \quad x_B = j0,10 \times \frac{50}{50} = j0,10 pu \quad x_C = j0,10 \times \frac{50}{30} = j0,166 pu$$

$$Z_b = \frac{(U_b)^2}{S_b} = \frac{(11,2)^2}{50} = 2,5088 \Omega$$

$$Z_{feeder} = \frac{0,12 + j0,24}{2,5088} = (0,0478 + j0,0956) pu$$

Supposons un courant pré-défaut nul (i.e. pas de charge avant défaut). Le schéma équivalent durant le défaut et sa simplification sont donnés ci-dessous.



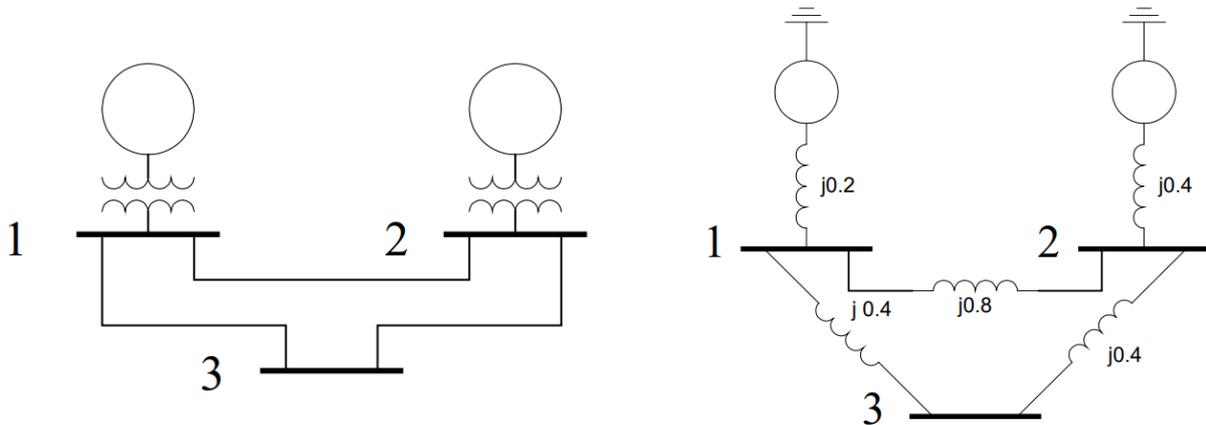
$$Z = 0,0478 + j0,0956 + j \frac{0,10 \times 0,2375}{0,3375} = 0,1727 \angle 73,94^\circ pu$$

La puissance de court-circuit :

$$S_{cc} = (V_0 \cdot I_f) \times S_b = \left(V_0 \cdot \frac{V_0}{Z} \right) \times S_b = \frac{V_0^2}{Z} \times S_b = \frac{(1)^2}{0,1727} \times 50 = 289,5 MVA$$

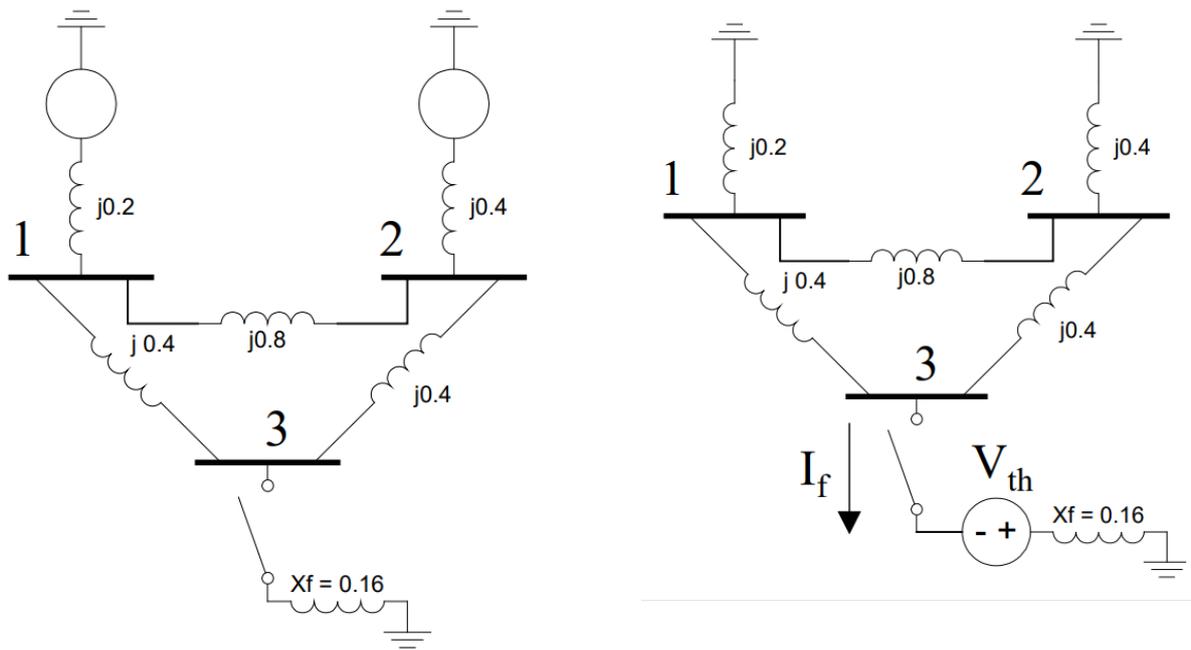
Exemple 3 :

Soit le réseau à 3 nœuds de la figure ci-dessous. Un défaut triphasé au nœud 3 à travers une impédance $Z_f = j0,16 pu$. Calculer le courant de défaut et la puissance de court-circuit.



Solution :

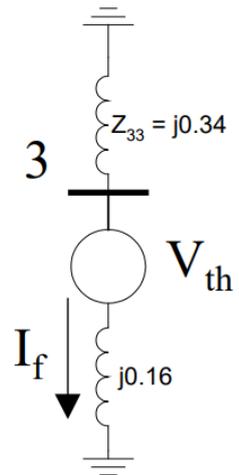
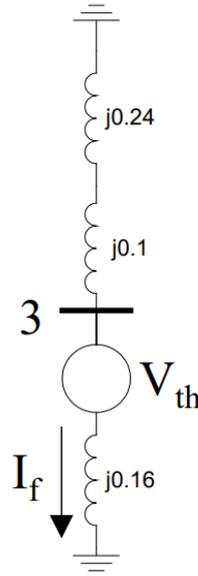
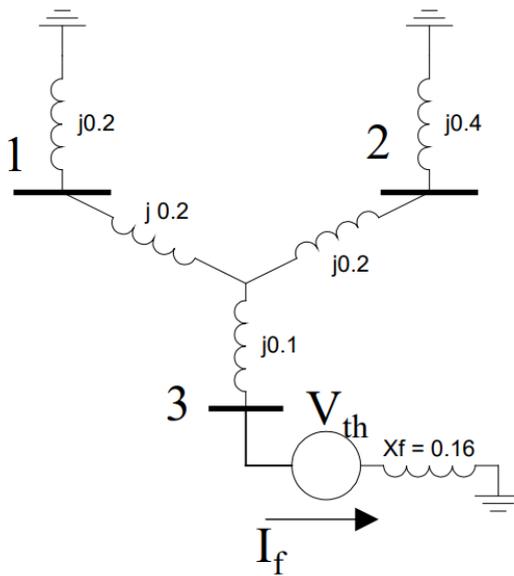
Le circuit équivalent de Thévenin et les étapes de simplification sont présentés ci-dessous.



Application de la transformation triangle-étoile :

$$Z_{10} = Z_{20} = \frac{(j0,4)(j0,8)}{(j1,6)} = j0,2 pu$$

$$Z_{30} = \frac{(j0,4)(j0,4)}{(j1,6)} = j0,1 pu$$



L'impédance équivalente de Thévenin :

$$Z_{33} = \frac{(j0,4)(j0,6)}{j0,4 + j0,6} + j0,1 = j0,24 + j0,1 = j0,34 pu$$

$$V_1^0 = V_2^0 = V_3^0 = 1,0 pu$$

D'où :

$$I_3^f = \frac{V_3^0}{Z_{33} + Z_f} = \frac{1,0}{j0,34 + j0,16} = -j2,0 pu$$

$$S_b = 100 MVA$$

$$S_{cc3} = \frac{S_b}{Z_{33}} = \frac{100}{0,34} = 294 MVA$$

3.2 Méthode de la matrice impédance

La réduction du réseau par la méthode de Thévenin n'est pas efficace et difficilement applicable aux grands réseaux. On utilise alors l'approche matricielle.

Chaque générateur est représenté par une *f.e.m* constante derrière la réactance appropriée, transitoire ou sub-transitoire (dépend du disjoncteur et sa rapidité : X' s'il est lent et X'' s'il est rapide $X' > X''$). Les lignes sont représentées par leur modèle en π équivalent. Pour préserver la linéarité, les charges sont converties en modèle à impédance constante.

Les tensions nodales pré-défaut peuvent être obtenues à partir des résultats d'un calcul d'écoulement de puissance.

Le défaut est simulé en connectant une impédance de défaut sur le nœud en défaut.

Considérons un réseau à n nœuds. La première étape est l'obtention des tensions nodales et des courants des lignes pré-défaut en utilisant un calcul d'écoulement de puissance. Le vecteur des tensions nodales pré-défaut obtenu est noté par :

$$V^0 = \begin{bmatrix} V_1^0 \\ V_2^0 \\ \vdots \\ V_k^0 \\ \vdots \\ V_n^0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Soit le nœud k siège d'un défaut triphasé équilibré et Z_f l'impédance du de ce défaut (Fig. 3).

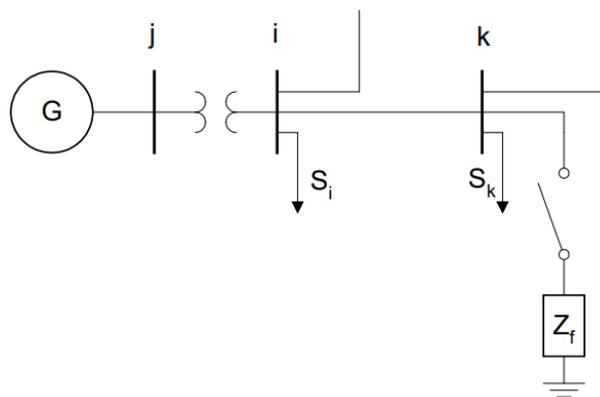


Fig. 3 : Réseau à n nœuds siège d'un défaut symétrique

Le changement du réseau causé par le défaut est équivalent à placer une tension de défaut au nœud siège du défaut avec toutes les autres sources court-circuités. La Fig. 4 montre le réseau de Thévenin équivalent avec les générateurs remplacés par les réactances transitoires/sub-transitoires et leurs $f. e. m$ court-circuités.

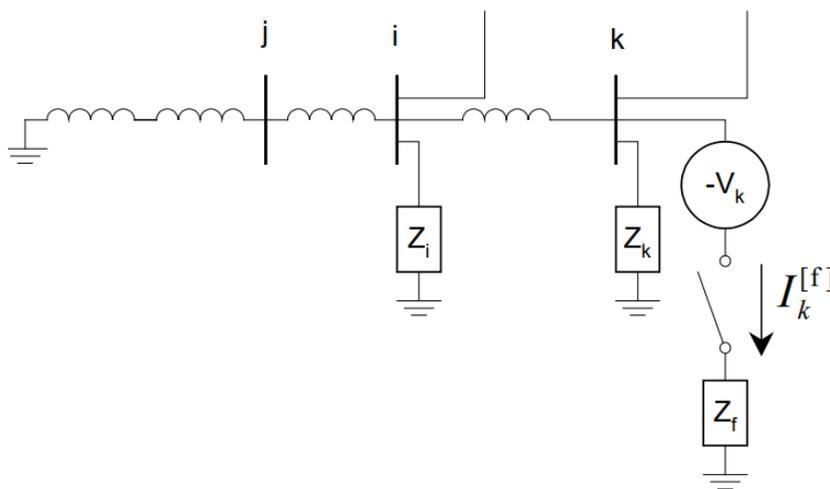


Fig. 4 : Réseau équivalent avec le défaut

Le vecteur tension post-défaut (après apparition du défaut) est donné par :

$$V^f = V^0 + \Delta V \quad (5)$$

où ΔV est le vecteur des variations des tensions causées par le défaut.

$$I = Y_{bus}V \quad (6)$$

$$I^f = Y_{bus}\Delta V \quad (7)$$

I^f est le vecteur des courants injectés : le réseau est injecté seulement par le courant $-I_f$ au nœud k . Il s'écrit donc :

$$I^f = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ I_k^f = -I_f \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

A partir de (7) :

$$\Delta V = Z_{bus}I^f \quad (9)$$

Où $Z_{bus} = Y_{bus}^{-1}$ est la matrice impédance du réseau de Thévenin.

$$\begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \vdots \\ \Delta V_k \\ \vdots \\ \Delta V_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & \cdots & Z_{1k} & \cdots & Z_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{k1} & \cdots & Z_{kk} & \cdots & Z_{kn} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{n1} & \cdots & Z_{nk} & \cdots & Z_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -I_k^f \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

D'où :

$$\Delta V_k = -Z_{kk}I_f \quad (11)$$

La tension au nœud k en défaut est

$$V_k^f = V_k^0 + \Delta V_k = V_k^0 - Z_{kk}I_f \quad (12)$$

et aussi

$$V_k^f = Z_f I_f \quad (13)$$

Des équations (12) et (13) :

$$Z_f I_f = V_k^0 - Z_{kk}I_f \quad (14)$$

$$I_f = \frac{V_k^0}{Z_{kk} + Z_f} \quad (15)$$

Au nœud i d'après l'équation (10) :

$$\Delta V_i = -Z_{ik}I_f \quad (16)$$

Alors

$$V_i^f = V_i^0 - Z_{ik} I_f \tag{17}$$

Des équations (15) et (17), on obtient :

$$V_i^f = V_i^0 - \frac{Z_{ik}}{Z_{kk} + Z_f} V_k^0 \tag{18}$$

Pour $i = k$, l'équation (18) devient :

$$V_k^f = V_k^0 - \frac{Z_{kk}}{Z_{kk} + Z_f} V_k^0 = \frac{Z_f}{Z_{kk} + Z_f} V_k^0 \tag{19}$$

Notons que les moteurs synchrones doivent être inclus dans la formulation de Z_{bus} alors que les impédances des charges peuvent être négligées car très élevées par rapport aux impédances des générateurs et des lignes de transport. Néanmoins, si on tient compte des impédances des charges, elles se calculent en remplaçant la puissance de charge en utilisant la tension pré-défaut :

$$Z_{i,load} = \frac{|V_i^0|^2}{S_{i,load}^*} \tag{20}$$

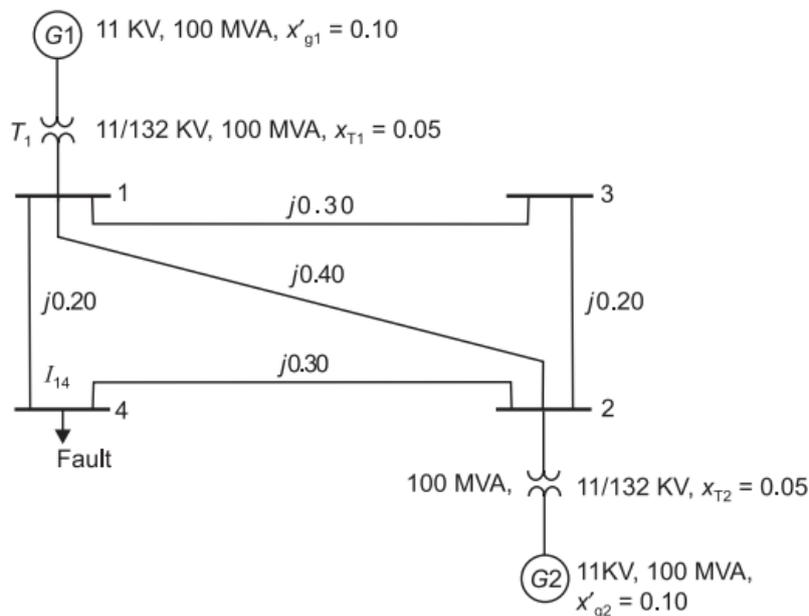
Le courant de défaut circulant d'un nœud i vers un nœud j est donné par :

$$I_{ij}^f = y_{ij} (V_i^f - V_j^f) \tag{21}$$

Le courant du générateur i après défaut est donné par :

$$I_{Gi}^f = \frac{V_{Gi}' - V_i^f}{jX'_{Gi}} \tag{22}$$

Exemple 4 :



Solution :

Supposons des tensions nodales pré-défaut égales à 1 pu et des courants pré-défauts nuls.

Formation de la matrice admittance et obtention de la matrice impédance :

$$Y_{11} = \frac{1}{j0,30} + \frac{1}{j0,30} + \frac{1}{j0,2} + \frac{1}{j0,4} = -j14,166$$

$$Y_{12} = Y_{21} = \frac{-1}{j0,4} = j2,5 \quad Y_{13} = Y_{31} = \frac{-1}{j0,3} = j3,333 \quad Y_{14} = Y_{41} = j5,0$$

$$Y_{22} = -j14,166 \quad Y_{23} = Y_{32} = j5,0 \quad Y_{24} = Y_{42} = j3,333$$

$$Y_{33} = -j8,333 \quad Y_{34} = Y_{43} = 0,0 \quad Y_{44} = -j8,333$$

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} -j14,166 & j2,5 & j3,333 & j5,0 \\ j2,5 & -j14,166 & j5,0 & j3,333 \\ j3,333 & j5,0 & -j8,333 & 0,0 \\ j5,0 & j3,333 & 0,0 & -j8,333 \end{bmatrix}$$

$$Z_{bus} = Y_{bus}^{-1} = \begin{bmatrix} j0,1806 & j0,1194 & j0,1438 & j0,1560 \\ j0,1194 & j0,1806 & j0,1560 & j0,1438 \\ j0,1438 & j0,1560 & j0,2712 & j0,1486 \\ j0,1560 & j0,1438 & j0,1486 & j0,2712 \end{bmatrix}$$

Utilisant l'équation (18) :

$$V_1^0 = V_2^0 = V_3^0 = V_4^0 = 1,0 \text{ pu}$$

$$k = 4 \text{ et } Z_f = 0,0$$

$$V_1^f = V_1^0 - \frac{Z_{14}}{Z_{44}} V_4^0 = 1,0 - \frac{j0,1560}{j0,2712} 1,0 = 0,4247 \text{ pu}$$

$$V_2^f = V_2^0 - \frac{Z_{24}}{Z_{44}} V_4^0 = 1,0 - \frac{j0,1438}{j0,2712} 1,0 = 0,4697 \text{ pu}$$

$$V_3^f = V_3^0 - \frac{Z_{34}}{Z_{44}} V_4^0 = 1,0 - \frac{j0,1486}{j0,2712} 1,0 = 0,4520 \text{ pu}$$

$$V_4^f = 0,0$$

Les courants de défaut se calculent en utilisant l'équation (21) :

$$I_{12}^f = y_{12}(V_1^f - V_2^f) = \frac{(0,4247 - 0,4697)}{j0,4} = j0,1125 \text{ pu}$$

$$I_{13}^f = y_{13}(V_1^f - V_3^f) = \frac{(0,4247 - 0,4520)}{j0,3} = j0,091 \text{ pu}$$

$$I_{14}^f = y_{14}(V_1^f - V_4^f) = \frac{(0,4247 - 0,0)}{j0,2} = -j2,1235 \text{ pu}$$

$$I_{24}^f = y_{24}(V_2^f - V_4^f) = \frac{(0,4697 - 0,0)}{j0,3} = -j1,5656 pu$$

$$I_{23}^f = y_{23}(V_2^f - V_3^f) = \frac{(0,4697 - 0,452)}{j0,2} = -j0,0885 pu$$

Exemple 5 :

Reprendre l'exemple 3 par la méthode de la matrice impédance.

Solution :

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} -j8,75 & j1,25 & j2,50 \\ j1,25 & -j6,25 & j2,50 \\ j2,50 & j2,50 & -j5,00 \end{bmatrix}$$

$$Y_{bus} = Y_{bus}^{-1} = \begin{bmatrix} j0,16 & j0,08 & j0,12 \\ j0,08 & j0,24 & j0,16 \\ j0,12 & j0,16 & j0,34 \end{bmatrix}$$

$$I_3^f = \frac{V_3^0}{Z_{33} + Z_f} = \frac{1,0}{j0,34 + j0,16} = -j2,0 pu$$

$$V_1^f = V_1^0 - Z_{13}I_3^f = 1,0 - (j0,12)(-j2,0) = 0,76 pu$$

$$V_2^f = V_2^0 - Z_{23}I_3^f = 1,0 - (j0,16)(-j2,0) = 0,68 pu$$

$$V_3^f = V_3^0 - Z_{33}I_3^f = 1,0 - (j0,34)(-j2,0) = 0,32 pu$$

4 Composantes symétriques

Un système linéaire triphasé déséquilibré peut être transformé en un ensemble de 3 circuits symétriques : système équilibré direct ou positif (noté *d* ou 1), système équilibré indirect ou négatif (noté *i* ou 2) et un système homopolaire ou zéro (noté *h* ou 0). Donc, un système abc de tensions ou de courants peut être représenté par la superposition des 3 systèmes direct, inverse et homopolaire par :

$$\begin{aligned} F_a &= F_{a0} + F_{ad} + F_{ai} \\ F_b &= F_{b0} + F_{bd} + F_{bi} \\ F_c &= F_{c0} + F_{cd} + F_{ci} \end{aligned} \tag{23}$$

système homopolaire : $F_{a0} = F_{b0} = F_{c0} = F_0$ (24)

système direct : $F_{ad} = F_d \quad F_{bd} = a^2 F_{ad} = a^2 F_d \quad F_{cd} = a F_{ad} = a F_d$ (25)

système inverse : $F_{ai} = F_i \quad F_{bi} = a F_{ai} = a F_i \quad F_{ci} = a^2 F_{ai} = a^2 F_i$ (26)

Soit :

$$\begin{bmatrix} F_a \\ F_b \\ F_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_0 \\ F_d \\ F_i \end{bmatrix} \quad (27)$$

et réciproquement

$$\begin{bmatrix} F_0 \\ F_d \\ F_i \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_a \\ F_b \\ F_c \end{bmatrix} \quad (28)$$

Avec

$$a = e^{j\frac{2\pi}{3}} = 1 \angle 120^\circ \quad (29)$$

On vérifie : $a^3 = 1$; $a^2 + a + 1 = 0$

On définit la matrice de transformation :

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \quad (30)$$

Et son inverse :

$$T^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} = \frac{1}{3} T^* \quad (31)$$

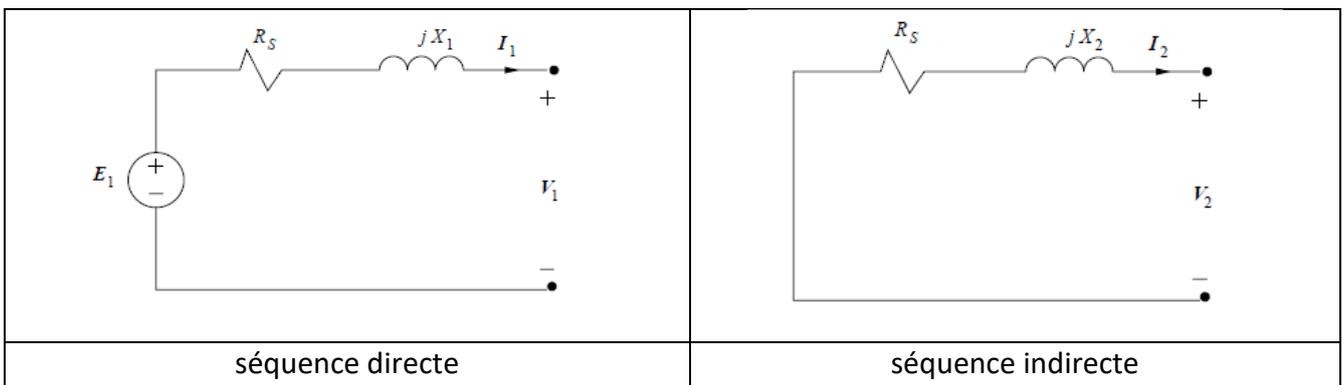
On écrit sous forme compacte :

$$F_{abc} = T \cdot F_{odi} \quad (32)$$

$$F_{odi} = T^{-1} \cdot F_{abc} \quad (33)$$

En se basant sur cette transformation, les différents éléments du réseau peuvent être représentés par des modèles relatifs aux séquences symétriques séparément.

4.1 Générateurs



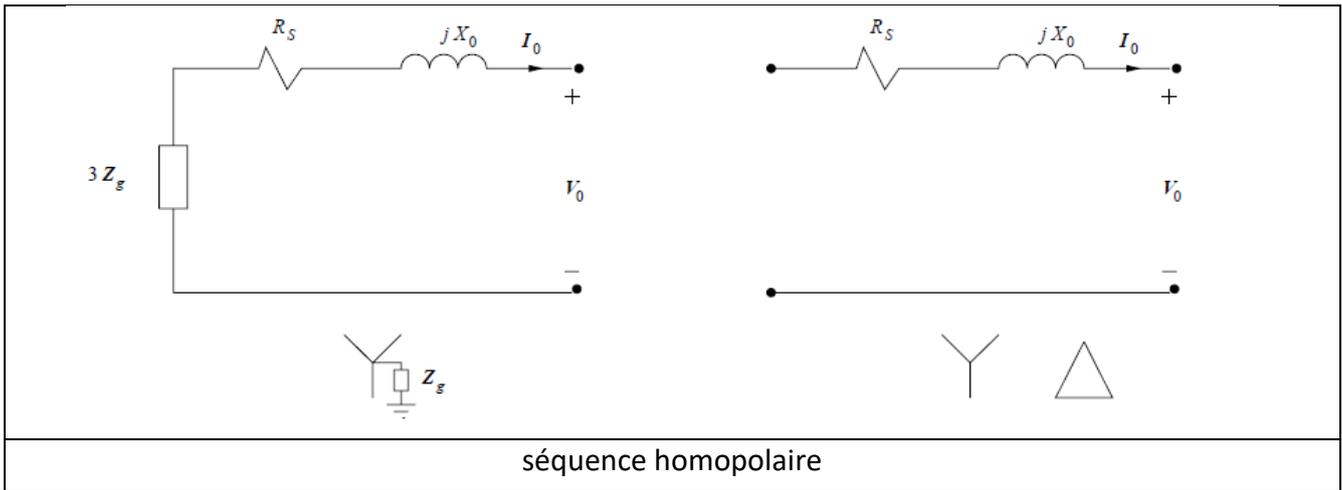


Fig. 5 : séquences symétriques d'un générateur synchrone

X_d correspond généralement aux réactances transitoire et sub-transitoire d'axe direct X_d' et X_d'' respectivement dépendant du temps de réaction des disjoncteurs ($X_d' > X_d''$). La réactance de la séquence inverse est approximativement égale à:

$$X_i = \frac{X_d + X_q}{2} \tag{34}$$

X_q est la réactance d'axe en quadrature correspondante. Pour une machine à rotor lisse : $X_i = X_d$. La valeur de la réactance de la séquence homopolaire est souvent telle que $X_0 \ll X_d$.

Il faut noter que seule la séquence directe présente une tension source car la machine génère seulement la séquence directe en régime permanent.

4.2 Transformateurs

En séquence directe et inverse, le transfo est modélisé de manière ordinaire.

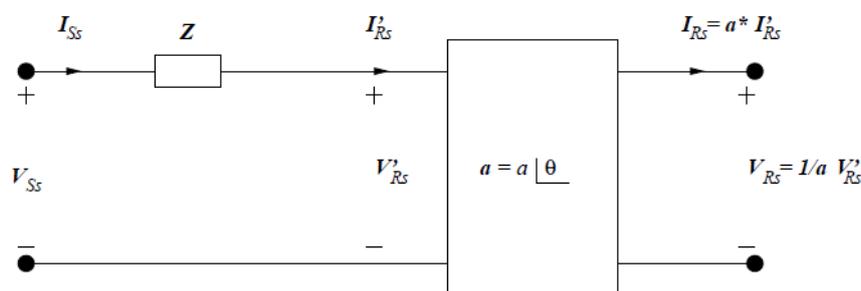


Fig. 6 : Séquences directe et inverse de transformateur

Le déphasage est donné selon le cas par le tableau suivant :

connexion	θ	
	séquence directe	séquence indirecte
Y-Y	0°	0°
Δ - Δ	0°	0°
Δ -Y	-30°	+30°
Y- Δ	+30°	-30°

Si $\theta = 0$ (rapport de transformation réel), alors on a le modèle classique en π :

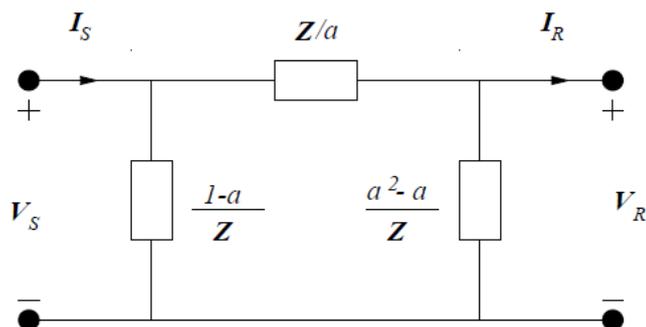


Fig. 7 : Schéma équivalent en π du transformateur

Pour la séquence homopolaire, le modèle dépend du type de connexion (Fig. 8).

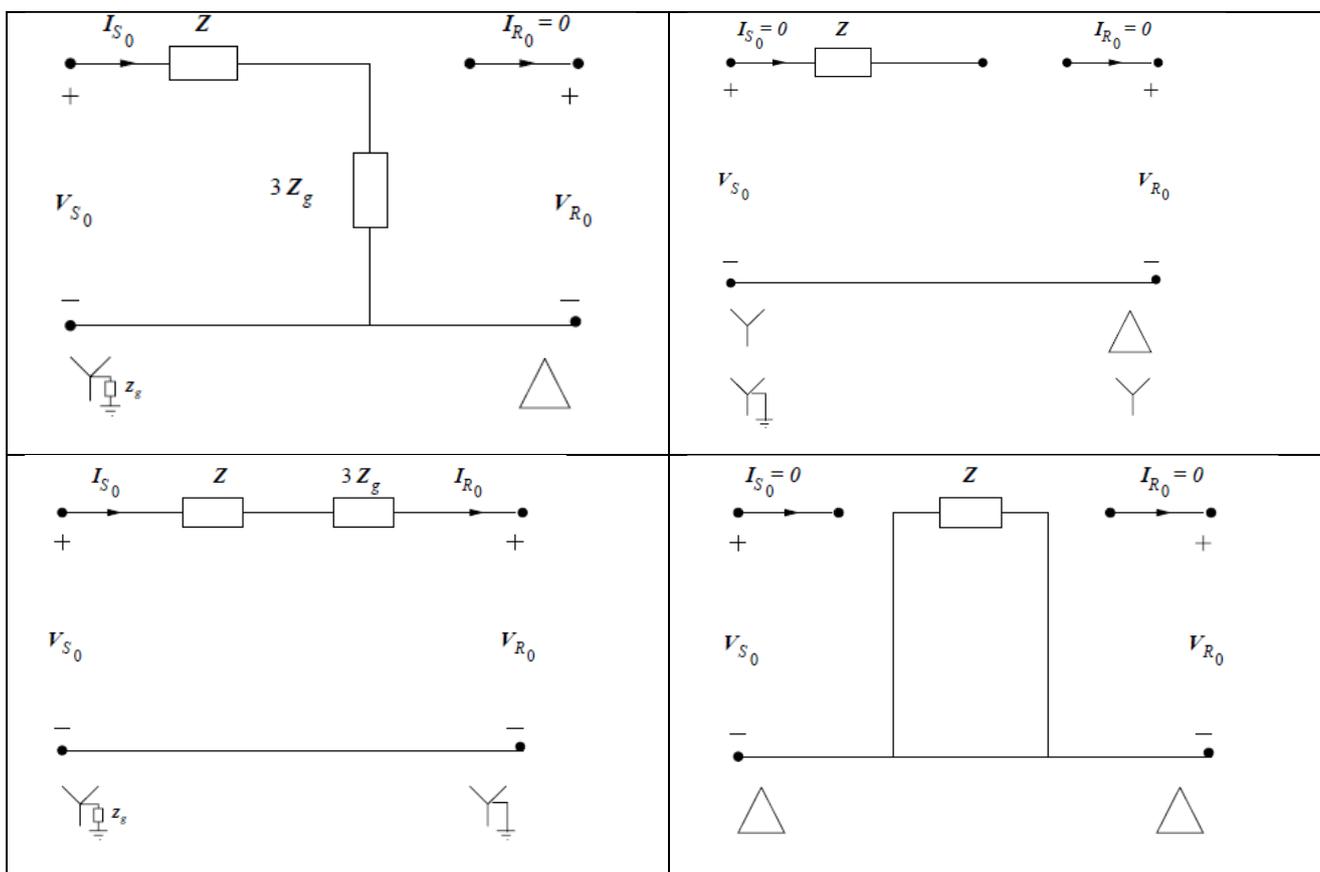


Fig. 8 : séquence homopolaire selon le type de connexion du transformateur

4.3 Lignes de transport

Les lignes sont modélisées par le schéma équivalent en π standard pour chaque séquence avec :

$$Z_d = Z_i \quad \text{et} \quad Y_d = Y_i \tag{35}$$

$$Z_0 = 3 \div 4 Z_d \quad \text{et} \quad Y_d = 3 \div 4 Y_0 \tag{36}$$

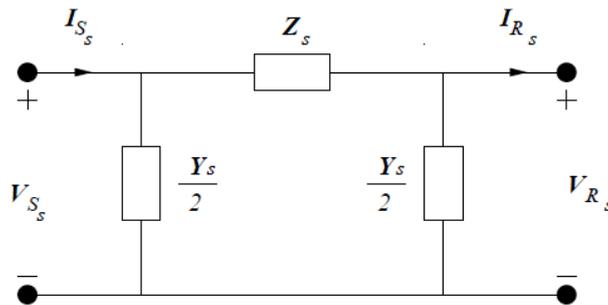


Fig. 9 : Schéma en π des lignes pour les différentes séquences s

4.4 Charges

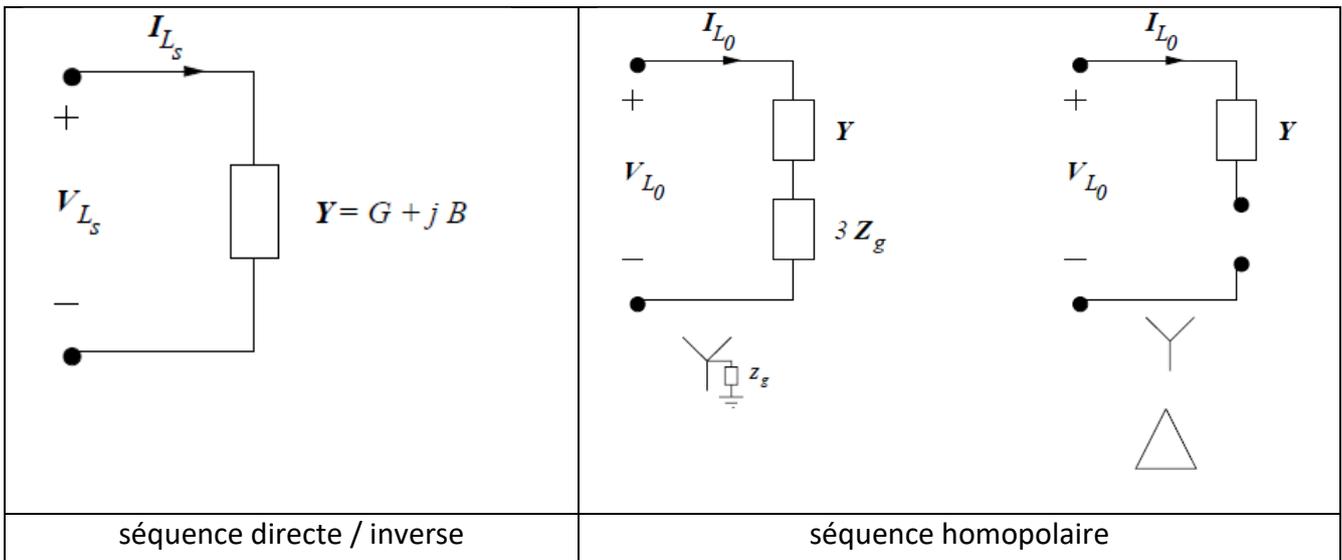


Fig. 10 : représentation des séquences pour les charges

Nous avons :

$$G = \frac{P_L}{V_L^2} \tag{37}$$

$$B = Q_L / V_L^2 \tag{38}$$

$V_L = V_L^0$: tension juste avant défaut ou pré-défaut

P_L, Q_L : puissances active et réactive de charge

Impédance de charge couplée en étoile

Une charge équilibrée triphasée avec une impédance propre Z_p et mutuelle Z_m est illustrée à la Fig. 11 ; le neutre de charge est mis à la terre par une impédance Z_n .

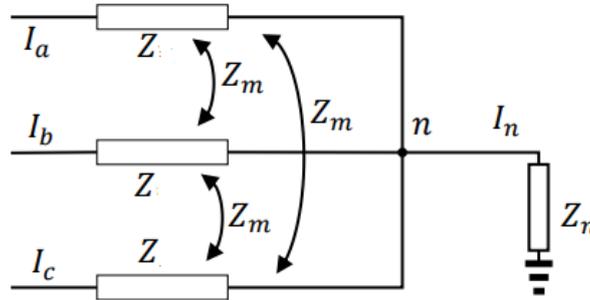


Fig. 11 : Charge équilibrée connectée en étoile

Les tensions de phase sont :

$$\begin{cases} V_a = Z_p I_a + Z_m I_b + Z_m I_c + Z_n I_n \\ V_b = Z_m I_a + Z_p I_b + Z_m I_c + Z_n I_n \\ V_c = Z_m I_a + Z_m I_b + Z_p I_c + Z_n I_n \end{cases} \quad (39)$$

Le courant dans le neutre :

$$I_n = I_a + I_b + I_c \quad (40)$$

Remplaçant I_n dans le système d'équation, on aura la forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_p + Z_n & Z_m + Z_n & Z_m + Z_n \\ Z_m + Z_n & Z_p + Z_n & Z_m + Z_n \\ Z_m + Z_n & Z_m + Z_n & Z_p + Z_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \quad (41)$$

Sous forme compacte :

$$V_{abc} = Z_{abc} \cdot I_{abc} \quad (42)$$

En appliquant la transformation des composantes symétriques, on obtient

$$T \cdot V_{odi} = Z_{abc} \cdot T \cdot I_{odi} \quad (43)$$

$$V_{odi} = T^{-1} \cdot Z_{abc} \cdot T \cdot I_{odi} \quad (44)$$

Ou

$$V_{odi} = Z_{odi} \cdot I_{odi} \quad (45)$$

Avec

$$Z_{odi} = T^{-1} Z_{abc} T = \begin{bmatrix} Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_d & 0 \\ 0 & 0 & Z_i \end{bmatrix} \quad (46)$$

$$Z_d = Z_i = Z_p - Z_m \quad (47)$$

$$Z_0 = Z_p + 2Z_m + 3Z_n \quad (48)$$

5 Défauts non symétriques (déséquilibrés)

Tous les équipements étant représentés par des impédances, pour chaque séquence, le système peut être représenté par son équivalent de Thévenin : $f.e.m E$ (tension pré-défaut au nœud considéré) en série avec une impédance.

5.1 Défaut monophasé phase-terre

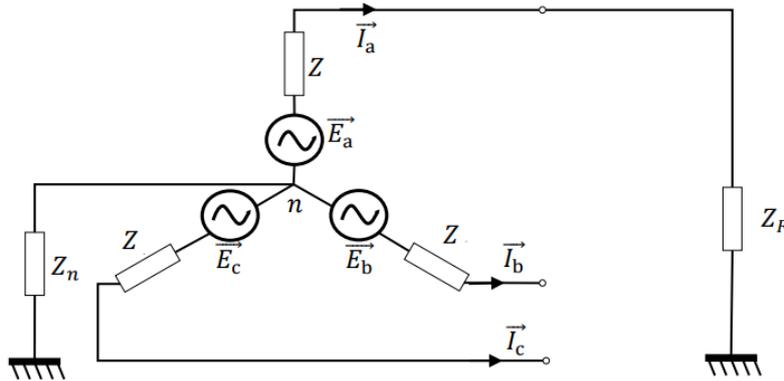


Fig. 12 : Défaut sur la phase a d'un générateur non chargé

Un générateur synchrone triphasé équilibré sans charge avec neutre mis à la terre par l'intermédiaire d'une impédance Z_n est représenté sur la Fig. 12. Supposons qu'un défaut phase-terre dit défaut homopolaire, se produit sur la phase a par l'intermédiaire d'une impédance Z_F . Puisque le générateur est déchargé, les conditions suivantes existent au point de défaut :

$$I_b = I_c = 0 \tag{49}$$

$$V_a = Z_F \cdot I_a \tag{50}$$

Les composantes symétriques des courants peuvent être calculées par :

$$\begin{bmatrix} I_0 \\ I_d \\ I_i \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{51}$$

Les valeurs des composantes symétriques du courant de défaut I_a sont donc :

$$I_d = I_i = I_0 = \frac{1}{3} I_a \tag{52}$$

Si la phase a est prise comme référence : $E_a = E$ ($\rightarrow E_b = a^2 E$)

La tension de la phase a peut être exprimée en termes de composantes symétriques :

$$V_a = V_d + V_i + V_0 = (E - Z_d \cdot I_d) - Z_i \cdot I_i - Z_0 \cdot I_0 \tag{53}$$

En remplaçant les courants dans l'équation (53) :

$$V_a = E - (Z_d + Z_i + Z_0) \cdot I_0 \tag{54}$$

On a aussi :

$$V_a = Z_F \cdot I_a = 3 \cdot Z_F \cdot I_0 \tag{55}$$

D'où :

$$E - (Z_d + Z_i + Z_0) \cdot I_0 = 3 \cdot Z_F \cdot I_0 \tag{56}$$

Alors :

$$I_0 = \frac{E}{Z_d + Z_i + Z_0 + 3Z_F} \tag{57}$$

Le courant de défaut est donc :

$$I_f = I_a = 3I_0 = \frac{3E}{Z_d + Z_i + Z_0 + 3Z_F} \tag{58}$$

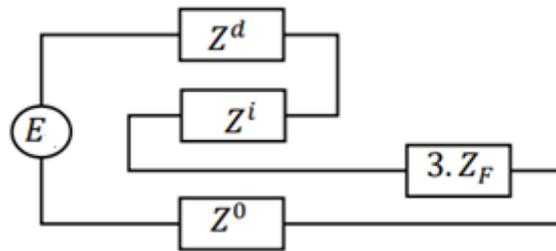


Fig. 13 : Connexion des réseaux pour un défaut homopolaire

5.2 Défaut biphase

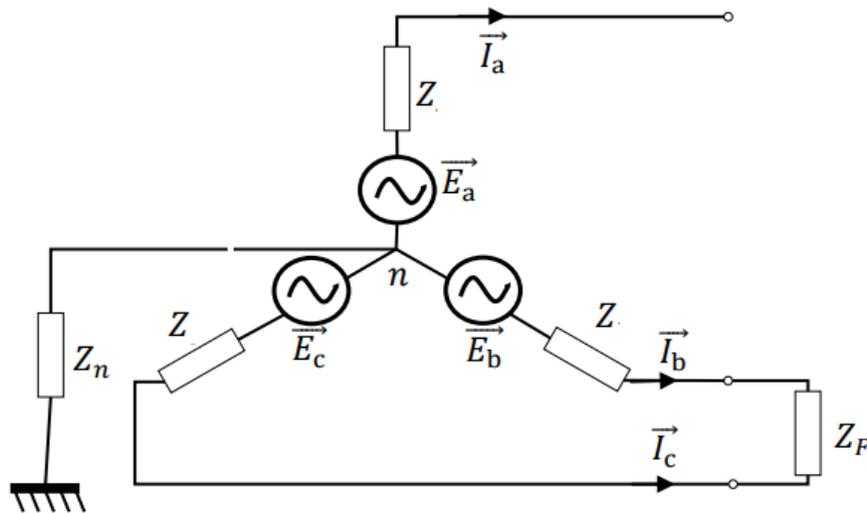


Fig. 14 : Défaut biphase sur les phases *b* et *c* d'un générateur non chargé

Les conditions du court-circuit :

$$I_a = 0 ; I_b = -I_c ; \quad (59)$$

$$V_b - V_c = Z_F I_b \quad (60)$$

Les composantes symétriques des courants peuvent être calculées par :

$$\begin{bmatrix} I_0 \\ I_d \\ I_i \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ I_b \\ -I_b \end{bmatrix} \quad (61)$$

C'est-à-dire :

$$\begin{aligned} I_0 &= 0 \\ I_d &= \frac{1}{3} I_b (a - a^2) \\ I_i &= \frac{1}{3} I_b (a^2 - a) = -I_d \end{aligned} \quad (62)$$

En remplaçant dans l'équation de tension (60) :

$$\begin{aligned} V_b - V_c &= (a^2 V_d + a V_i + V_0) - (a V_d + a^2 V_i + V_0) = (a^2 - a) V_d + (a - a^2) V_i \\ &= (a^2 - a)(E - I_d Z_d) + (a - a^2)(-I_i Z_i) = (a^2 - a)(E - I_d Z_d) + (a - a^2)(I_d Z_i) \\ &= (a^2 - a)(E - I_d (Z_d + Z_i)) \end{aligned} \quad (63)$$

D'un autre coté :

$$V_b - V_c = Z_F I_b = Z_F (a^2 - a) I_d \quad (64)$$

Par comparaison :

$$\begin{aligned} (a^2 - a)(E - I_d (Z_d + Z_i)) &= Z_F (a^2 - a) I_d \\ a^2 I_d Z_d - a I_i Z_i &= a E - a I_d Z_d - a^2 I_i Z_i \\ E (a^2 - a) &= I_d [Z_d (a^2 - a) + Z_i (a^2 - a) + Z_F (a^2 - a)] \end{aligned}$$

Après simplification :

$$I_d = \frac{E}{Z_d + Z_i + Z_F} \quad (65)$$

Le courant de défaut est donc :

$$I_f = I_b = (a^2 - a) I_d = \frac{(a^2 - a) E}{Z_d + Z_i + Z_F} \quad (66)$$

Dont le module est :

$$|I_f| = \frac{\sqrt{3} \cdot E}{|Z_d + Z_i + Z_F|} \quad (67)$$

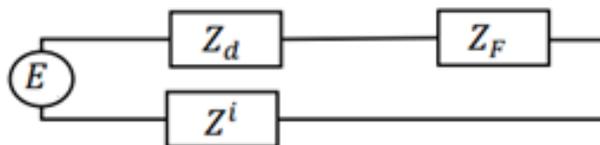


Fig. 15 : Connexion des réseaux pour un défaut biphasé

5.3 Défaut biphasé-terre

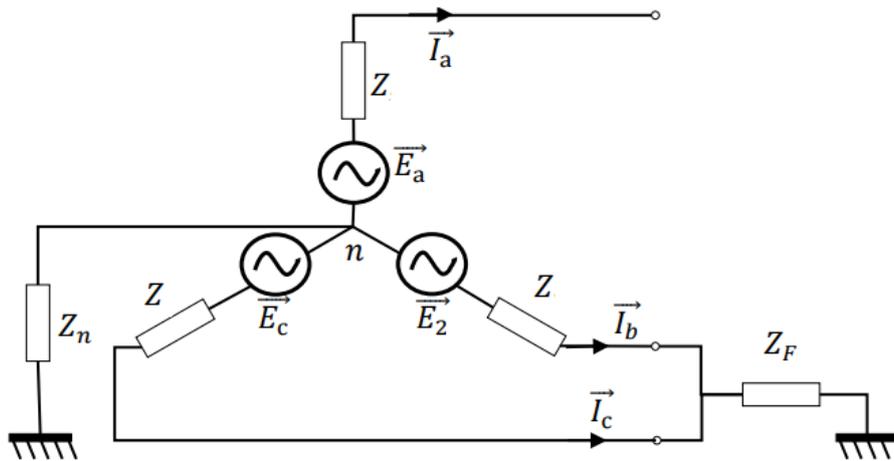


Fig. 16 : Défaut biphasé-terre sur les phases *b* et *c* d'un générateur non chargé

Les conditions du court-circuit :

$$I_a = 0 \tag{68}$$

$$V_b = V_c = Z_F(I_b + I_c) \tag{69}$$

Les composantes symétriques de ces courants peuvent être calculés comme :

$$\begin{bmatrix} I_0 \\ I_d \\ I_i \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \tag{70}$$

C'est-à-dire :

$$I_0 = \frac{1}{3}(I_b + I_c) \tag{71}$$

$$I_d + I_i = -I_0 \tag{72}$$

Donc :

$$V_b = Z_F(3I_0) \tag{73}$$

$$V_d = V_i \tag{74}$$

L'équation de tension :

$$\begin{aligned} V_b &= a^2V_d + aV_i + V_0 = -V_d + V_0 = -(E - I_dZ_d) - I_0Z_0 = 3Z_F I_0 \\ -E + I_dZ_d - I_0(Z_0 + 3Z_F) &= 0 \end{aligned} \tag{75}$$

On remplace (72) dans (75) :

$$-E + I_dZ_d + (I_d + I_i)(Z_0 + 3Z_F) = 0 \tag{76}$$

D'où :

$$E = I_d(Z_d + Z_0 + 3Z_F) + I_i(Z_0 + 3Z_F) \tag{77}$$

Or

$$V_d = V_i \rightarrow E - I_d Z_d = -I_i Z_i \tag{78}$$

Donnant :

$$I_i = \frac{E - I_d Z_d}{-Z_i} \tag{79}$$

Qu'on remplace dans (77) :

$$E = I_d (Z_d + Z_0 + 3Z_F) - \frac{E - I_d Z_d}{Z_i} (Z_0 + 3Z_F) \tag{80}$$

Ce qui donne :

$$I_d = \frac{E}{Z_d + \frac{Z_i(Z_0 + 3Z_F)}{Z_i + Z_0 + 3Z_F}} \tag{81}$$

$$I_i = \frac{-E}{Z_i + Z_d + \frac{Z_d Z_i}{Z_0 + 3Z_F}} \tag{82}$$

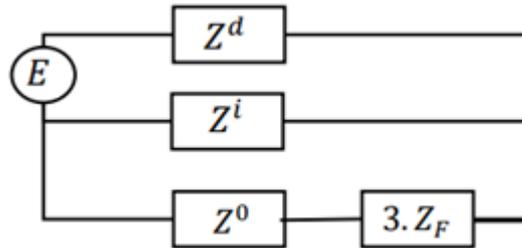
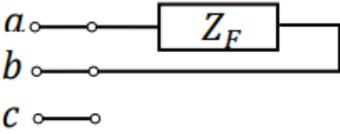


Fig. 17 : Connexion des réseaux pour un défaut biphasé-terre

5.4 Analyse des défauts asymétriques à l'aide de la matrice impédance

Lorsque le réseau est équilibré, les impédances des composantes symétriques sont diagonales, de sorte qu'il est possible de calculer Z_{bus} séparément pour les réseaux à séquence homopolaire, directe et indirecte. Afin d'obtenir une solution pour les défauts déséquilibrés (au nœud k), la matrice d'impédance pour chaque réseau est obtenue séparément, puis les impédances de séquence Z_{kk0} , Z_{kkd} et Z_{kki} sont connectées ensemble. Les formules de défaut pour les différents défauts non symétriques sont résumées ci-dessous :

Défaut monophasé (phase-terre)		$I_{k0} = I_{kd} = I_{ki} = \frac{V_k}{Z_{kkd} + Z_{kki} + Z_{kk0} + 3Z_F}$ $I_f = I_k = 3I_{k0}$ $I_k^0 = 0$
Défaut biphasé isolé		$I_{kd} = -I_{ki} = \frac{V_k}{Z_{kkd} + Z_{kki} + Z_F}$ $I_{k0} = 0$ $I_f = I_k = \sqrt{3}I_{kd}$

Défaut biphasé-terre		$I_{kd} = \frac{V_k}{Z_{kkd} + \frac{Z_{kki}(Z_{kk0} + 3Z_F)}{Z_{kki} + Z_{kk0} + 3Z_F}}$ $I_{ki} = -\frac{V_k - I_{kd}Z_{kkd}}{Z_{kki}}$ $I_{k0} = -\frac{V_k - I_{kd}Z_{kkd}}{Z_{kk0} + 3Z_F}$ $I_f = I_k = 3I_{k0}$
-------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Tensions et courants pendant le défaut :

En utilisant les composantes du courant de défaut, on obtient les composantes symétriques des tensions nodales pendant le défaut :

$$\begin{cases} V_{j0} = 0 - Z_{jk0} \cdot I_{k0} \\ V_{jd} = V_{jd} - Z_{jkd} \cdot I_{kd} \\ V_{ji} = 0 - Z_{jki} \cdot I_{ki} \end{cases} \quad (83)$$

V_{j0}, V_{jd} et V_{ji} sont les composantes de la tension au nœud j .

La tension de phase au nœud j se calcule par :

$$V_{jabc} = T \cdot V_{jodi} \quad (84)$$

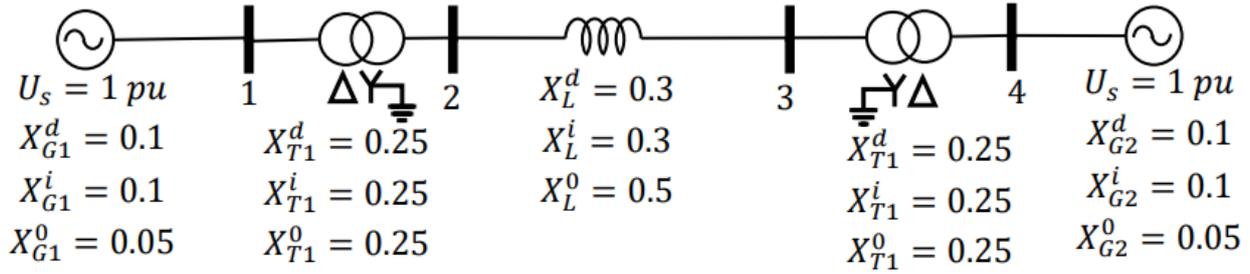
Les composantes symétriques du courant transitant dans la ligne $l - j$ pendant de défaut sont données par :

$$\begin{cases} I_{lj0} = \frac{V_{l0} - V_{j0}}{z_{lj0}} \\ I_{ljd} = \frac{V_{ld} - V_{jd}}{z_{ljd}} \\ I_{lji} = \frac{V_{li} - V_{ji}}{z_{lji}} \end{cases} \quad (85)$$

Où z_{lj0}, z_{ljd} et z_{lji} sont les composantes à séquence homopolaire, direct et inverse de l'impédance de la ligne $l - j$.

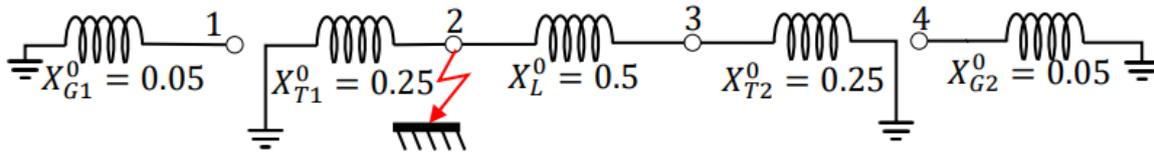
Exemple 6 :

Soit le réseau de la figure ci-dessous. Déterminer les courants de défauts symétrique et asymétrique pour un défaut au nœud 2.



Solution :

Séquence directe /inverse :

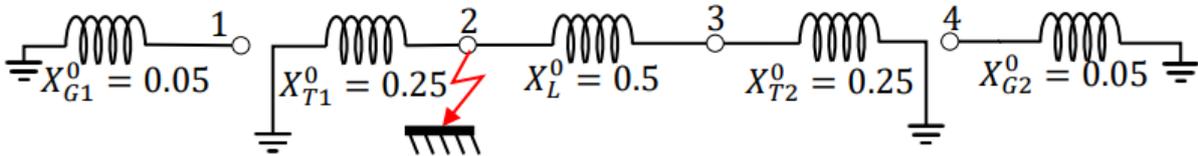


$$Z_{Th}^d = \frac{(Z_{G1}^d + Z_{T1}^d) \cdot (Z_L^d + Z_{T2}^d + Z_{G2}^d)}{Z_{G1}^d + Z_{T1}^d + Z_L^d + Z_{T2}^d + Z_{G2}^d} = \frac{j0,35 \times j0,65}{j0,35 + j0,65} = j0,2275 pu$$

Les réactances à séquence indirecte étant identiques aux réactances à séquence directe :

$$Z_{Th}^i = Z_{Th}^d = j0,2275 pu$$

Séquence homopolaire :



$$Z_{Th}^0 = \frac{Z_{T1}^0 \cdot (Z_L^0 + Z_{T2}^0)}{Z_{T1}^0 + Z_L^0 + Z_{T2}^0} = \frac{j0,25 \times j0,75}{j0,25 + j0,75} = j0,1875 pu$$

1) Défaut triphasé franc

$$I_{cc2} = \frac{V_{2a}}{Z_{Th}^d} = \frac{1 \angle 0^\circ}{j0,2275} = -j4,3956 pu$$

2) Défaut monophasé phase-terre

$$I_{2a}^0 = I_{2a}^d = I_{2a}^i = \frac{V_{2a}}{(Z_{Th}^0 + Z_{Th}^d + Z_{Th}^i)} = \frac{1 \angle 0^\circ}{j(0,2275 + 0,2275 + 0,1875)} = -j1,5563 pu$$

$$I_{cc2} = 3I_{2a}^0 = 3 \times (-j1,5563) = -j4,669 pu$$

3) Défaut biphasé phase-phase

$$I_{2a}^d = -I_{2a}^i = \frac{V_{2a}}{(Z_{Th}^d + Z_{Th}^i)} = \frac{1 \angle 0^\circ}{j(0,2275 + 0,2275)} = -j2,1978 pu$$

$$I_{cc2} = \sqrt{3} \cdot I_{2a}^0 = \sqrt{3} \times (-j2,1978) = -j3,8067 pu$$

4) Défaut biphasé phase-phase-terre

$$I_{2a}^d = \frac{V_{2a}}{Z_{Th}^d + \frac{Z_{Th}^i \cdot Z_{Th}^0}{(Z_{Th}^i + Z_{Th}^0)}} = \frac{1 \angle 0^\circ}{j0,2275 + \frac{j0,2275 \times j0,1875}{(j0,2275 + j0,1875)}} = -j3,0267 pu$$

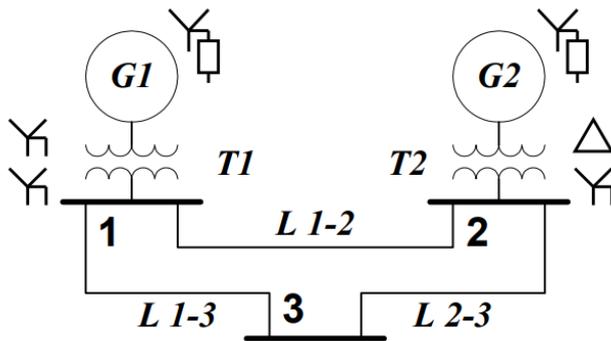
$$I_{2a}^0 = -\frac{V_{2a} - Z_{Th}^d \cdot I_{2a}^d}{Z_{Th}^0} = -\frac{1 \angle 0^\circ - j0,2275 \times (-j3,0267)}{j0,1875} = j1,65975 pu$$

$$I_{cc2} = 3I_{2a}^0 = 3 \times (j1,65975) = j4,979 pu$$

Exemple 7 :

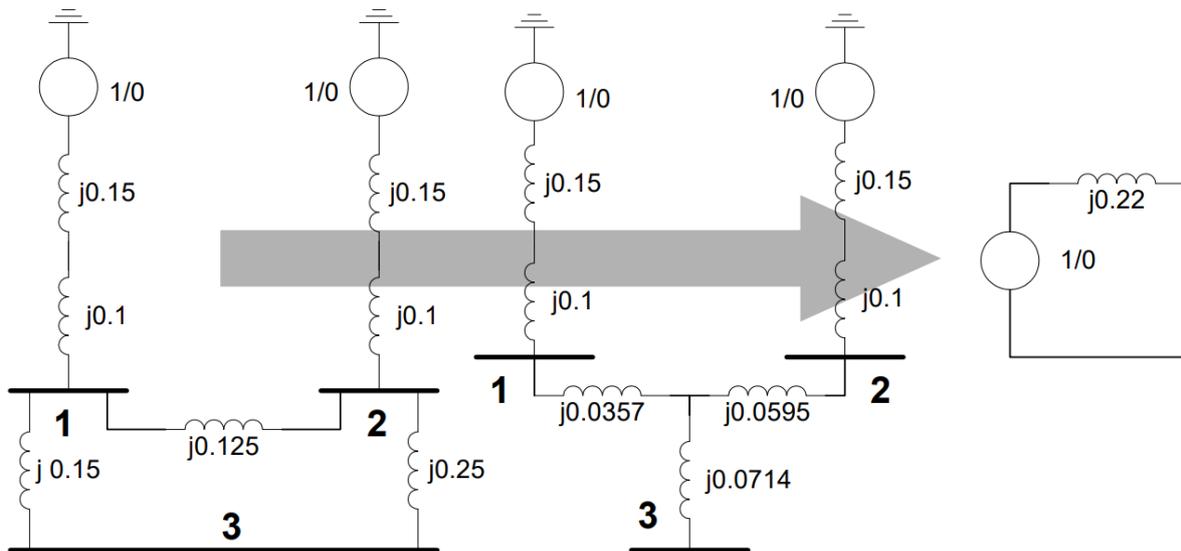
Soit le réseau de la figure ci-dessous. Le neutre de chaque générateur est mis à la terre à travers une résistance de limitation de 8,333 % sur la base 100 MVA. Les générateurs fonctionnent à vide à la tension nominale et en phase. Toutes les données sont exprimées sur la base 100 MVA.

Trouver les courants de défaut dans les cas de défauts : triphasé, monophasé, biphasé et biphasé-terre.

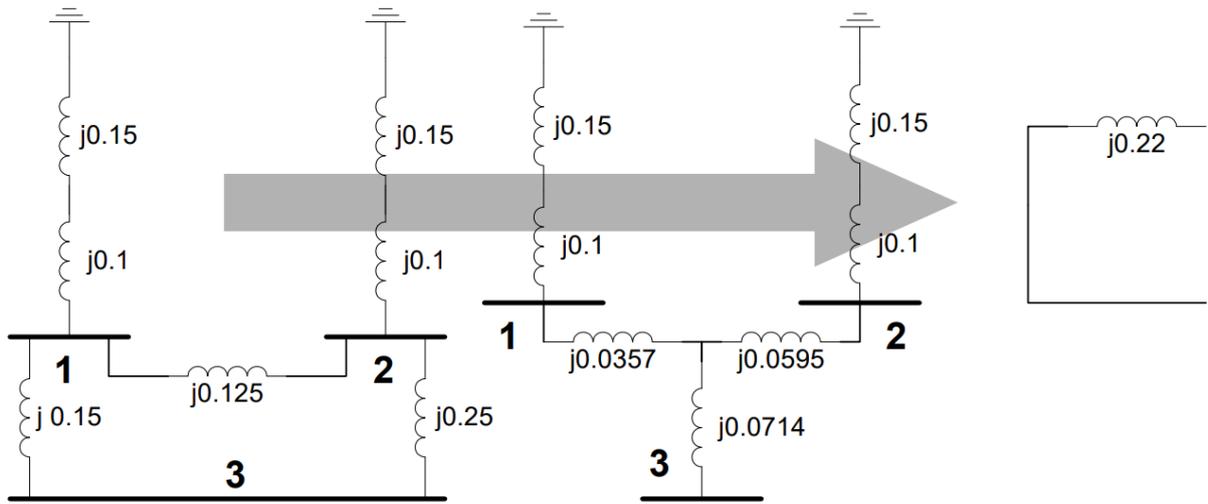


Item	Tension nominale (kV)	X_d (%)	X_i (%)	X_0 (%)
G ₁	20	15	15	5
G ₂	20	15	15	5
T ₁	20/200	10	10	10
T ₂	20/200	10	10	10
L ₁₂	200	12,5	12,5	30
L ₁₃	200	15	15	35
L ₂₃	200	25	25	71,25

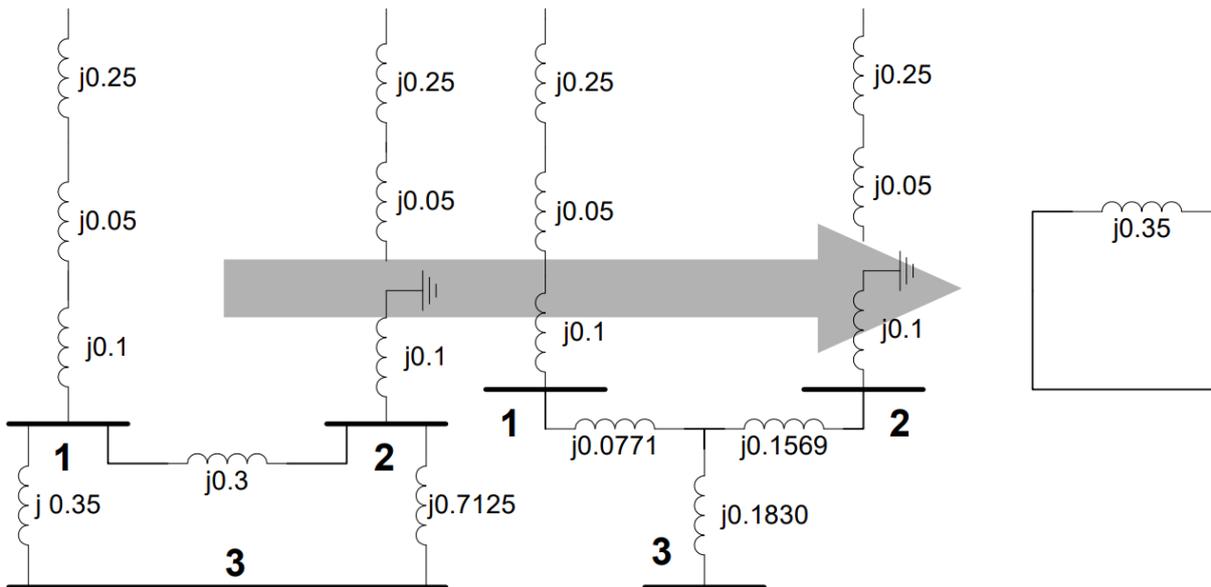
Séquence directe :



Séquence inverse :



Séquence homopolaire :



1) Défaut triphasé

$$I_{3a}^d = \frac{V_{3a}^d}{Z_{33}^d} = \frac{1 \angle 0^\circ}{j0,22} = -j4,54 pu$$

$$I_a^f = I_{3a}^d = -j4,54 pu$$

2) Défaut monophasé (SLG)

$$I_{3a}^0 = I_{3a}^d = I_{3a}^i = \frac{V_{3a}^d}{Z_{33}^0 + Z_{33}^d + Z_{33}^i} = \frac{1 \angle 0^\circ}{j0,35 + j0,22 + j0,22} = -j1,266 pu$$

$$I_a^f = 3I_{3a}^d = -j3,80 pu$$

3) Défaut biphasé (LL)

$$I_{3a}^0 = 0$$

$$I_{3a}^d = -I_{3a}^i = \frac{V_{3a}^d}{Z_{33}^d + Z_{33}^i} = \frac{1 \angle 0^\circ}{j0,22 + j0,22} = -j2,27 \text{ pu}$$

$$I_b^f = -I_c^f = -j\sqrt{3}(-j2,27) = -3,936 \text{ pu}$$

4) Défaut biphasé-terre (LLG)

$$I_{3a}^d = \frac{V_{3a}^d}{Z_{33}^d + \frac{Z_{33}^i \cdot Z_{33}^0}{(Z_{33}^i + Z_{33}^0)}} = \frac{1 \angle 0^\circ}{j0,22 + \frac{j0,35 \times j0,22}{(j0,35 + j0,22)}} = -j2,816 \text{ pu}$$

$$I_{3a}^i = -\frac{V_{3a}^d - Z_{33}^d \cdot I_{3a}^d}{Z_{33}^i} = -\frac{1 \angle 0^\circ - (j0,22) \times (-j2,816)}{j0,22} = j1,729 \text{ pu}$$

$$I_{3a}^0 = -\frac{V_{3a}^d - Z_{33}^d \cdot I_{3a}^d}{Z_{33}^0} = -\frac{1 \angle 0^\circ - (j0,22) \times (-j2,816)}{j0,35} = j1,087 \text{ pu}$$

$$I_f = I_{3b} + I_{3c} = 2I_{3a}^0 + (a + a^2)(I_{3a}^d + I_{3a}^i) = 2(j1,087) - (-j2,816 + j1,729) = j3,261 \text{ pu}$$