

Master Spécialité : *Electrotechnique*

COURS

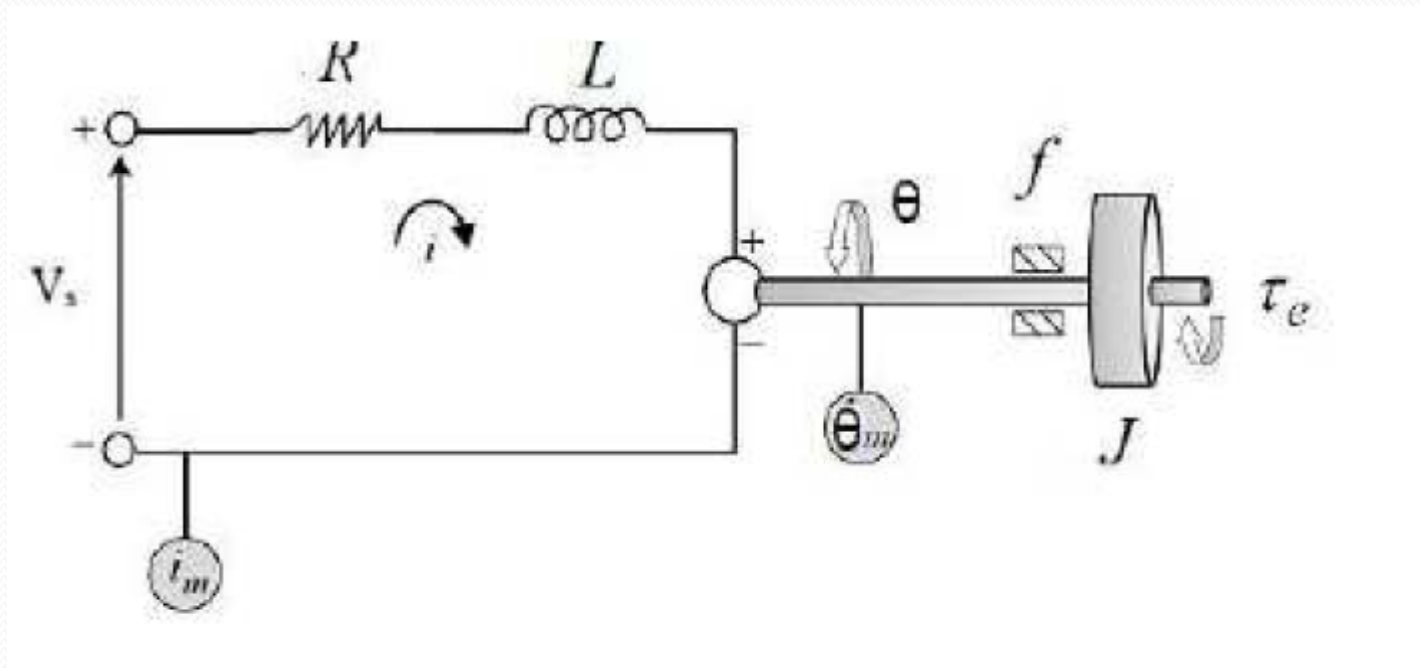
Modélisations et simulation des systèmes électrique

CHAPITRE II:

Modèle mathématique

Modélisation d'un système électromécanique

Le système considéré est un moteur à courant continu (MCC) dont le schéma technologique



Modélisation d'un système électromécanique

➤ Éléments de MCC

Ce moteur est composé de deux parties :

□ une partie électrique et une partie mécanique.

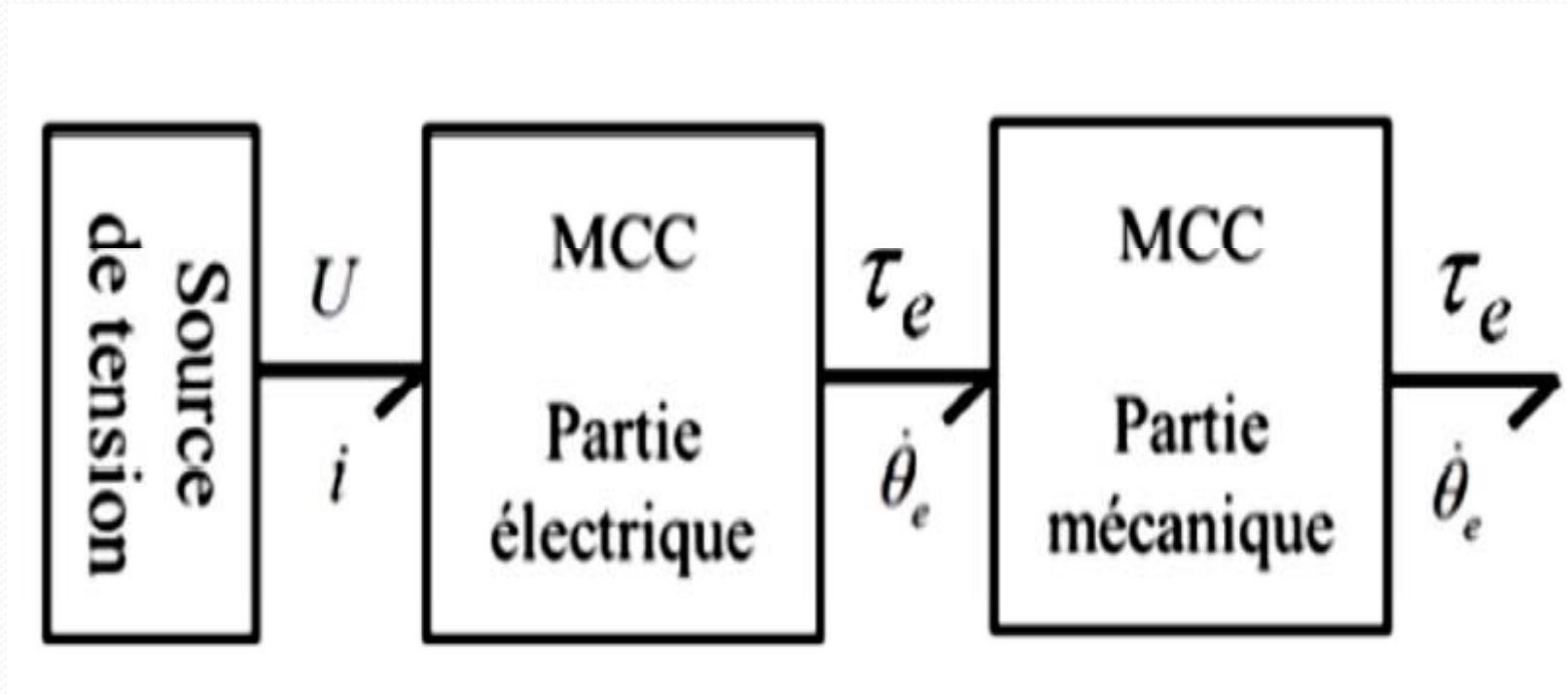
La partie électrique correspond à un circuit **RL** composé d'une source de tension V_s , une résistance électrique, et une inductance **L**.

□ La partie mécanique est représentée par l'inertie du rotor **J** et de la force de frottement visqueux (f).

❖ Le transfert d'énergie entre les parties électrique et mécanique est représenté par une constante qui décrit la force contre électromotrice (FCEM).

Modélisation d'un système électromécanique

Représentation par schéma bloc du MCC



Modélisation d'un système électromécanique

Modélisation de la partie électrique

Pour la partie électrique et en se basant sur la loi des mailles, l'équation suivante est obtenue :

$$V_s(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + e(t)$$

Où : $e(t)$ représente la force électromotrice (FEM).

Modélisation de la partie mécanique

□ Rappel :

La modélisation des systèmes mécaniques en rotation est basée sur le théorème de Newton suivant :

$$\sum \text{Couples} = \text{Inertie} \times \text{Accélération angulaire}$$



$$\tau_e - f\theta(t) = J \frac{d}{dt} \theta'(t)$$

Où τ_e représente le couple électromécanique

Modélisation d'un système électromécanique

FEM et τ_e

La loi de Lenz permet de décrire la force électromotrice et le couple électromécanique. Ses derniers sont exprimés par :

$$e(t) = K_e \frac{d}{dt} \theta(t)$$
$$\tau_e(t) = K_e i(t)$$

Modélisation d'un système électromécanique

Modèle mathématique du MCC

Le modèle mathématique du MCC est donné par l'ensemble d'ED suivant :

$$\begin{cases} V_s(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + K_e \theta'(t) \\ J \frac{d}{dt} \theta'(t) = K_e i(t) - f \theta'(t) \end{cases}$$



$$\begin{cases} \frac{d}{dt} i(t) = \frac{1}{L} V_s(t) - \frac{R}{L} i(t) - \frac{K_e}{L} \theta(t) \\ \frac{d}{dt} \theta'(t) = \frac{K_e}{J} i(t) - \frac{f}{J} \theta'(t) \end{cases}$$

Rappel : Une matrice

- R est le corps des réels, A matrice sur R est définie comme suit :

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

- Les éléments $a_{ij} \in R, i = 1..m, j = 1..n$
- m et n sont les dimensions de la matrice A tel que :
 - m est le nombre de lignes
 - n est le nombre de colonnes.

Rappel : Représentation d'état d'un système

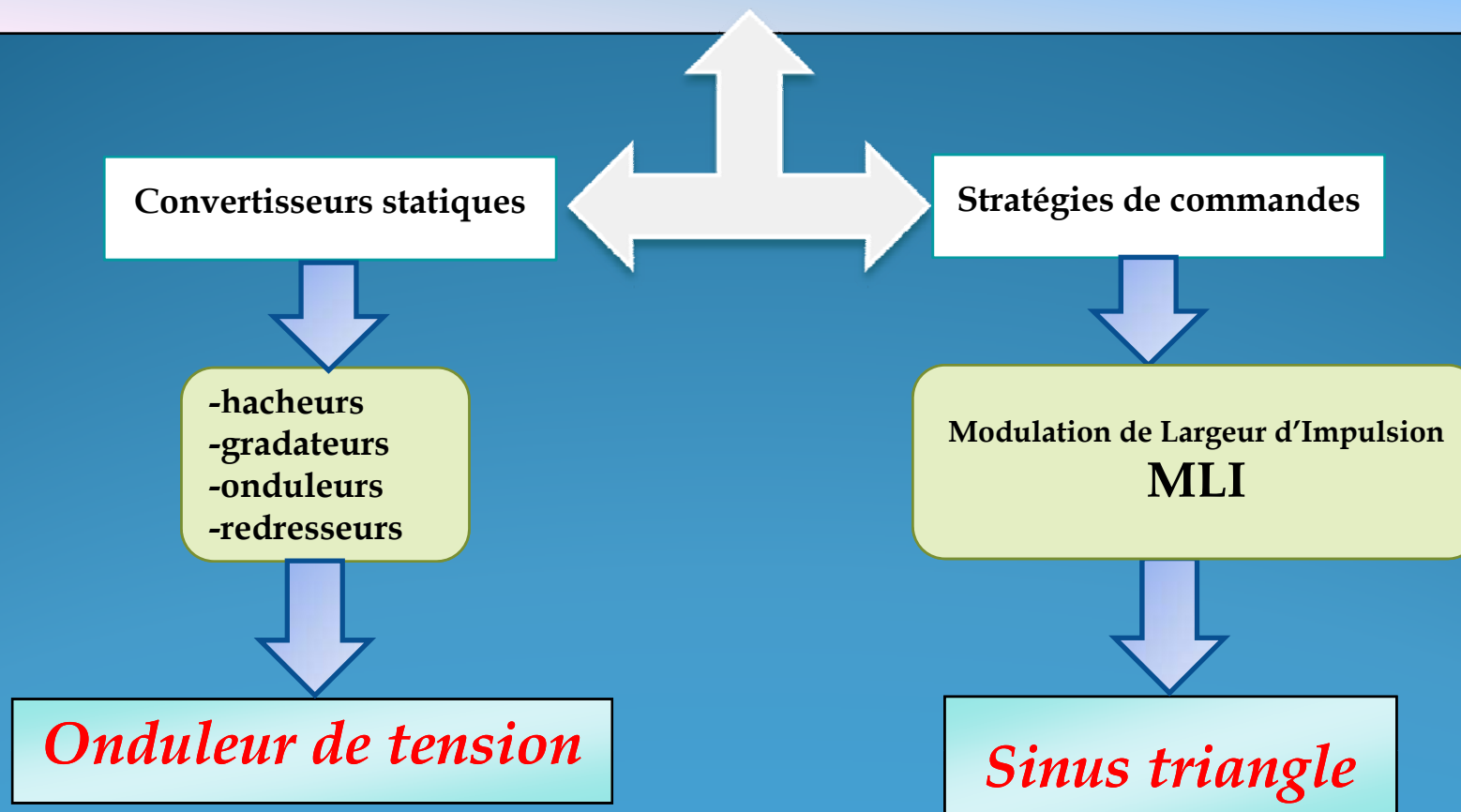
Un système dynamique peut être représenté sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases}$$

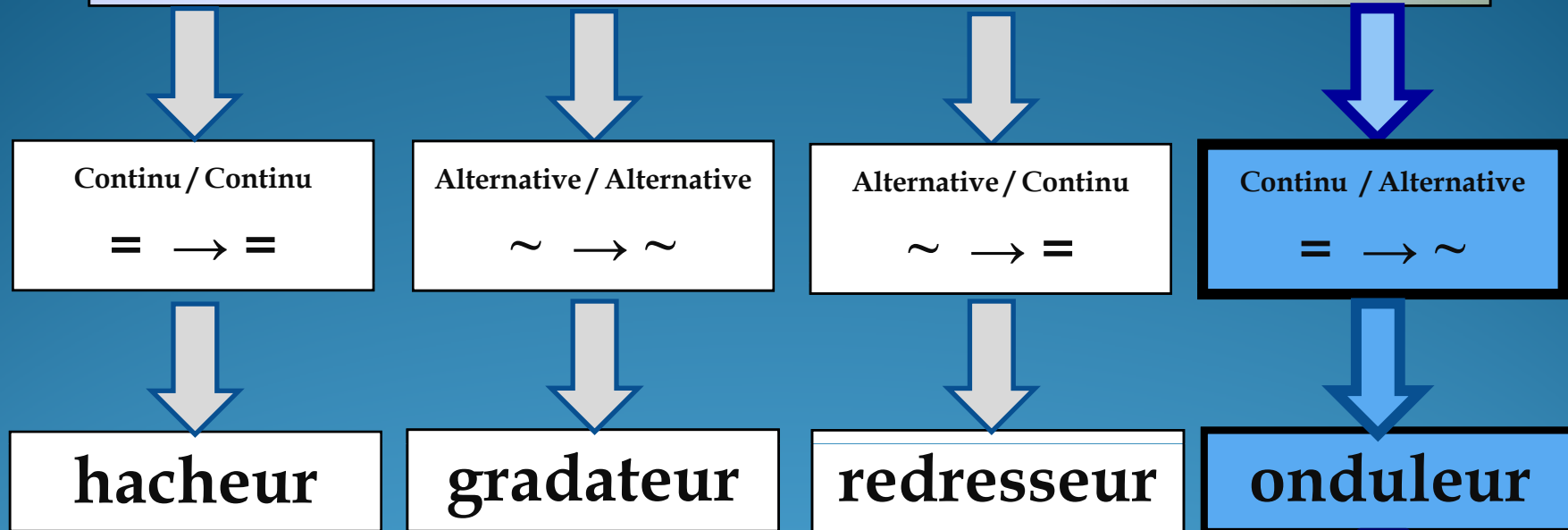
Où x représente le vecteur d'état (variable indépendante) de dimension n , u est le vecteur des entrées (r) et y est le vecteur de sortie (m).

A , B et C sont des matrices de dimension approprié.

Les structures de conversion d'énergie commutent des puissances importantes. Cette demande croissante a été motivée par les avancées technologiques des semi-conducteurs commandés.



Convertisseurs statiques



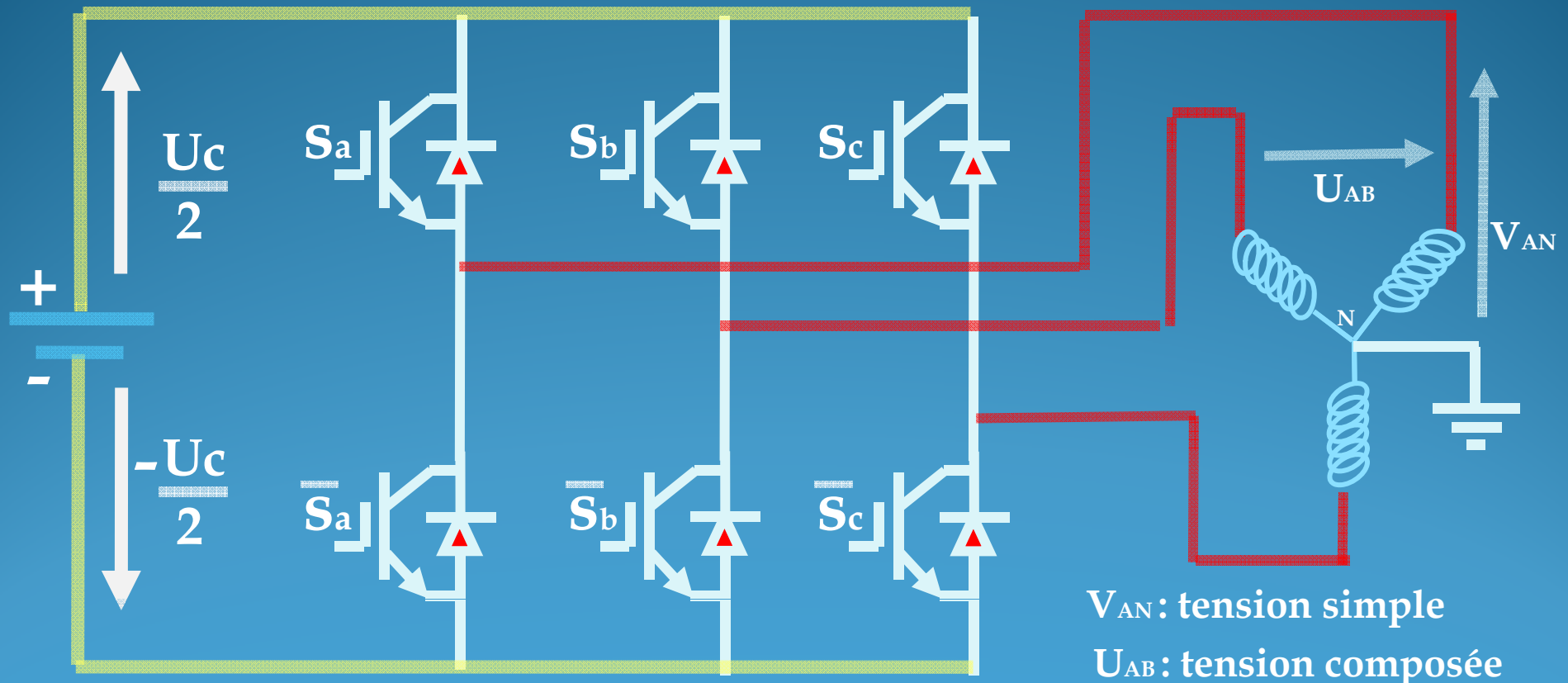
Un Onduleur permet d'obtenir une tension alternative de fréquence et valeur efficace fixe ou réglable à partir d'une source de tension continue.

Onduleur de tension à deux niveaux :

MASTER

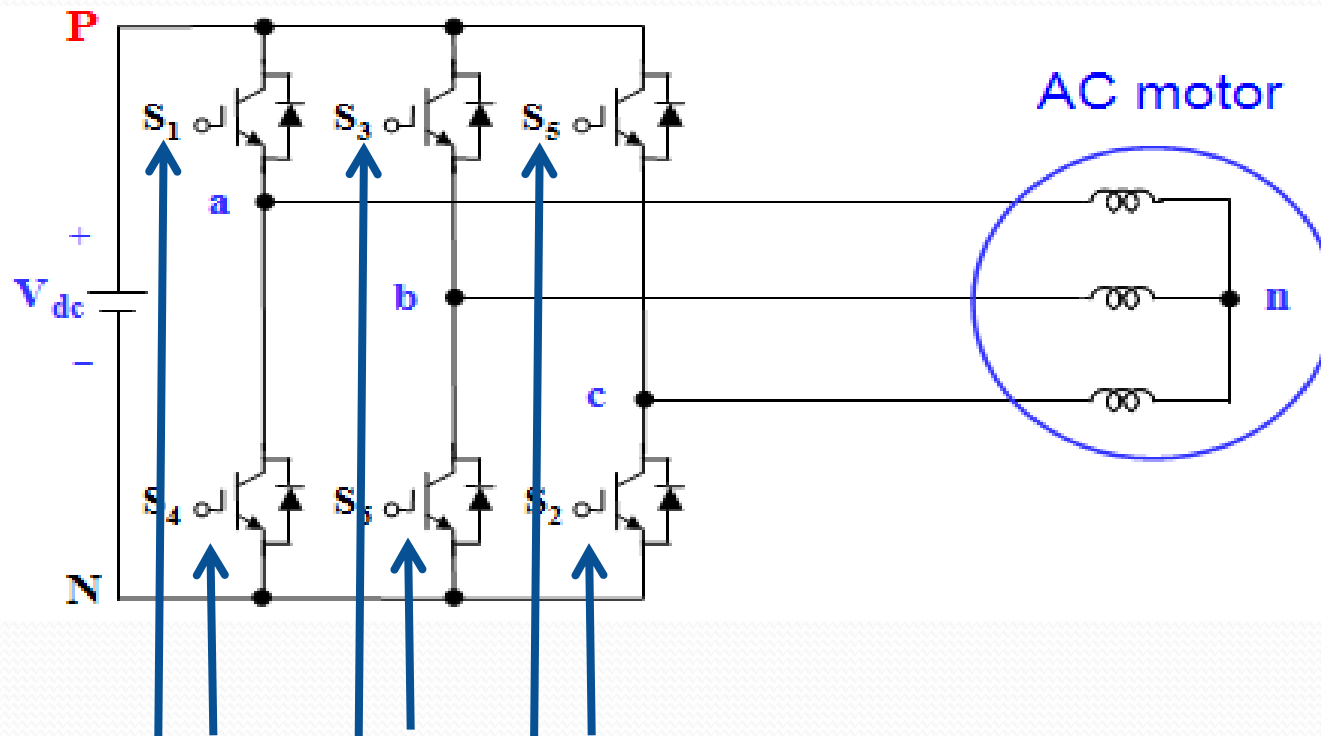
Comd+EL
T

- *Composé de trois bras montés en parallèles.*
- *Alimenté par une source de tension continu.*
- *Chaque point commun de composants représente une phase.*



I. Onduleur de tension

➤ Structure d'un onduleur de tension



COMMANDE MODULATION DE LARGEUR D'IMPULSION (MLI)

Fig. 1 Onduleur de tension Triphasé.

➤ Tensions de sortie des trois phases

♦ $S_1 - S_6$ sont six transistors qui forment la tension de sortie

♦ *Quand un des transistors du Haut conduit (**S1, S3 or S5** est à l'état "1"), le transistor du Bas du même bras est bloqué (**S4, S5 or S6** est "0")*

⇒ Huit (8) combinaisons sont possibles des états des transistors

➤ Tensions de sortie de l'onduleur triphasé

♦ Les 8 configurations de tensions de sortie possibles de l'onduleur : (V_0 à V_7)

Voltage Vectors	Switching Vectors			Line to neutral voltage			Line to line voltage		
	a	b	c	V_{an}	V_{bn}	V_{cn}	V_{ab}	V_{bc}	V_{ca}
V_0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
V_1	1	0	0	$2/3$	$-1/3$	$-1/3$	1	0	-1
V_2	1	1	0	$1/3$	$1/3$	$-2/3$	0	1	-1
V_3	0	1	0	$-1/3$	$2/3$	$-1/3$	-1	1	0
V_4	0	1	1	$-2/3$	$1/3$	$1/3$	-1	0	1
V_5	0	0	1	$-1/3$	$-1/3$	$2/3$	0	-1	1
V_6	1	0	1	$1/3$	$-2/3$	$1/3$	1	-1	0
V_7	1	1	1	0	0	0	0	0	0

(Note that the respective voltage should be multiplied by V_{dc})

$$\begin{bmatrix} V_{an} \\ V_{bn} \\ V_{cn} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} V_{dc} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ab} \\ V_{bc} \\ V_{ca} \end{bmatrix} = V_{dc} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$$

➤ **Formes matricielles des tensions simples et composées**

- ♦ **Vecteur des tensions composées $[V_{ab} \ V_{bc} \ V_{ca}]^t$**

$$\begin{bmatrix} V_{ab} \\ V_{bc} \\ V_{ca} \end{bmatrix} = V_{dc} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}, \quad \text{Où le vecteur de commutation est : } [a \ b \ c]^t$$

- ♦ **Vecteur des tensions simples $[V_{an} \ V_{bn} \ V_{cn}]^t$**

$$\begin{bmatrix} V_{an} \\ V_{bn} \\ V_{cn} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} V_{dc} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$$

I. Onduleur de tension

Tensions

➤ Tensions composées (V_{ab} , V_{bc} , V_{ca}) & Tensions simples (V_{an} , V_{bn} , V_{cn})

◆ Tensions composées

$$\Rightarrow V_{ab} = V_{aN} - V_{bN}$$

$$\Rightarrow V_{bc} = V_{bN} - V_{cN}$$

$$\Rightarrow V_{ca} = V_{cN} - V_{aN}$$

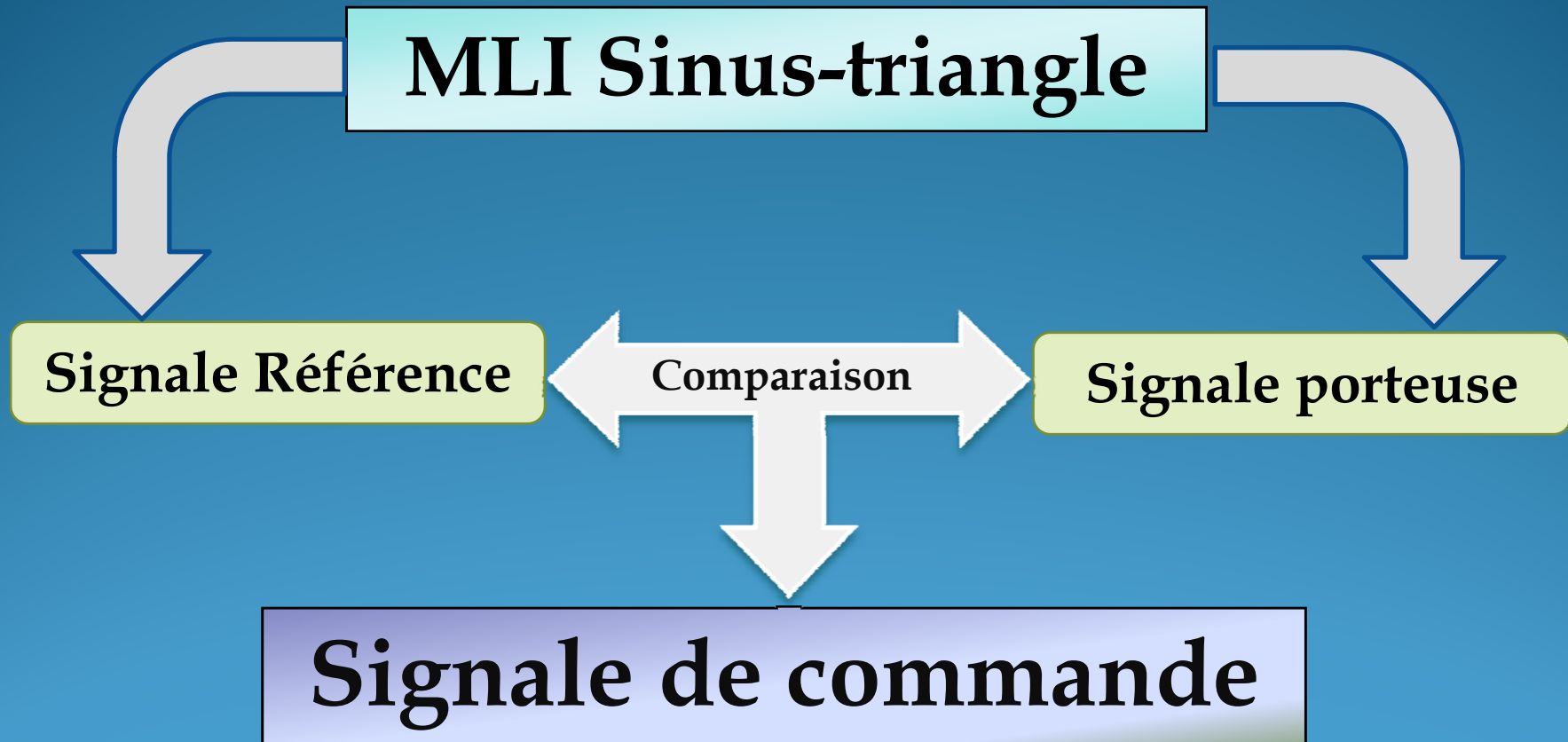
◆ Tensions simples

$$\Rightarrow V_{an} = 2/3V_{a0} - 1/3V_{b0} - 1/3V_{c0}$$

$$\Rightarrow V_{bn} = -1/3V_{a0} + 2/3V_{b0} - 1/3V_{c0}$$

$$\Rightarrow V_{cn} = -1/3V_{a0} - 1/3V_{b0} + 2/3V_{c0}$$

Stratégies de commande pour un onduleur de tension à deux niveaux

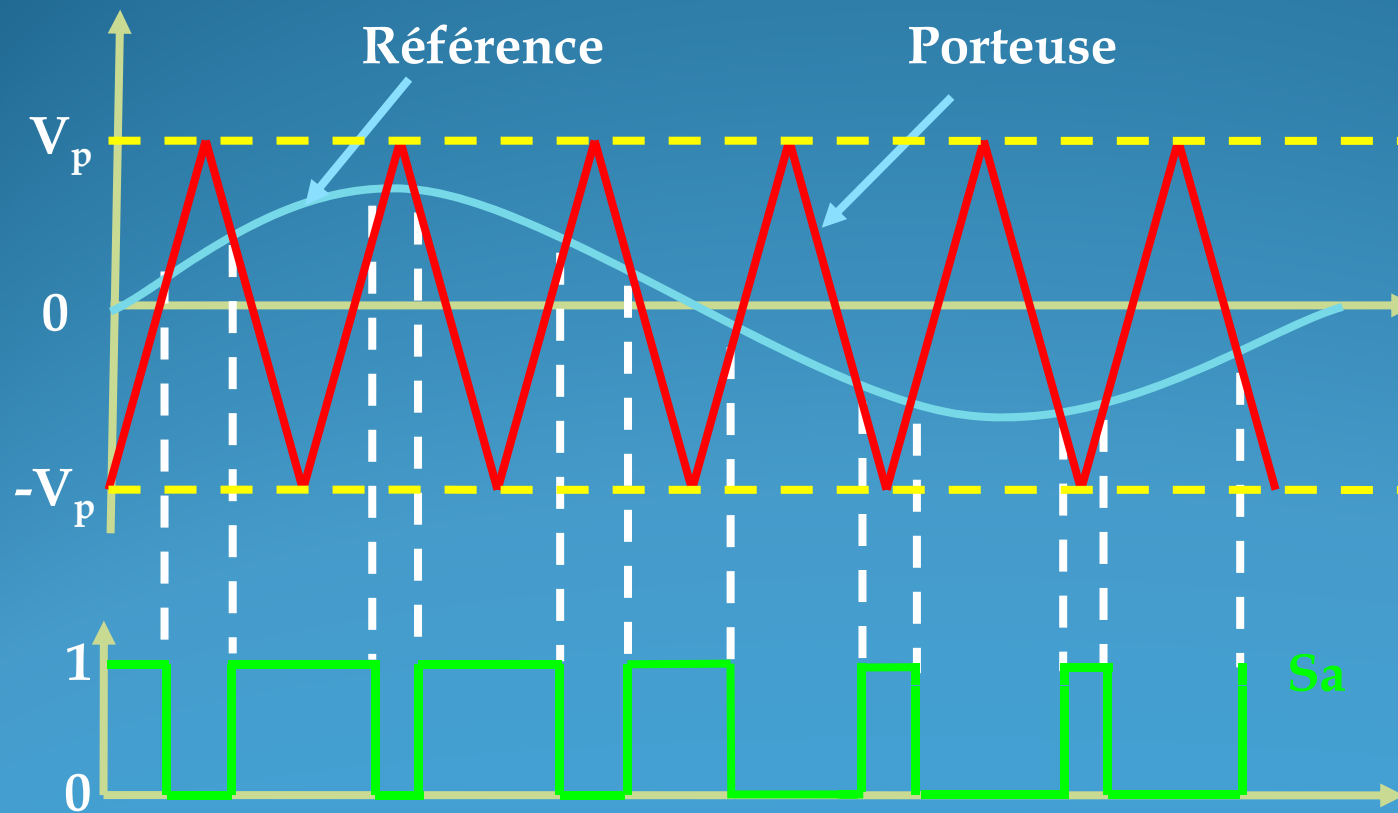


Stratégies de commande pour un onduleur de tension à deux niveaux

➤ Tension en sortie

- **Si** $V_{ref} > V_{por}$ **Alors** $V_{A0} = V_{dc}/2$
- **Si** $V_{ref} < V_{por}$ **Alors** $V_{A0} = -V_{dc}/2$

MLI Sinus-triangle



Indice de modulation:

$$m = \frac{f_p}{f^*}$$

Taux de réglage:

$$r = \frac{V^*}{V_P}$$

Stratégies de commande pour un onduleur de tension à deux niveaux

Pour l'onduleur

$$\begin{cases} \text{Si } v_{asref} \geq v_p(t) & f_{11} = 1, & \text{si non } f_{11} = 0 \\ \text{Si } v_{bsref} \geq v_p(t) & f_{21} = 1, & \text{si non } f_{21} = 0 \\ \text{Si } v_{csref} \geq v_p(t) & f_{31} = 1, & \text{si non } f_{31} = 0 \end{cases}$$

Tensions simples

$$\begin{cases} V_{an} = \frac{2}{3} \cdot V_{ao} - \frac{1}{3} \cdot (V_{bo} + V_{co}) \\ V_{bn} = \frac{2}{3} \cdot V_{bo} - \frac{1}{3} \cdot (V_{ao} + V_{co}) \\ V_{cn} = \frac{2}{3} \cdot V_{co} - \frac{1}{3} \cdot (V_{ao} + V_{bo}) \end{cases}$$

Forme matricielle

$$\begin{bmatrix} V_{an} \\ V_{bn} \\ V_{cn} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{ao} \\ V_{bo} \\ V_{co} \end{bmatrix}$$

Tensions simples en fonction des états de commutations des bras de l'onduleurs

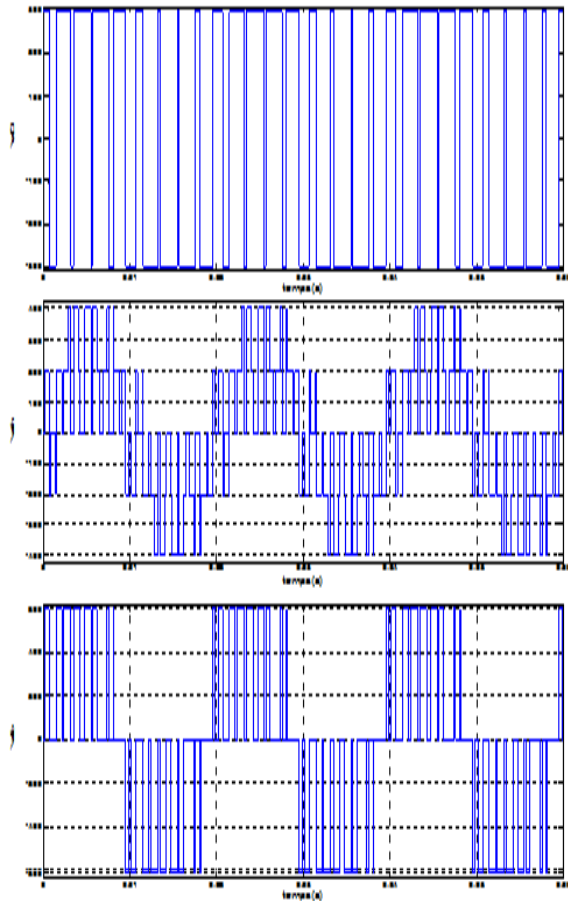
$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \frac{U_f}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix}$$

Simulation de la commandes MLI Sinus-triangle:

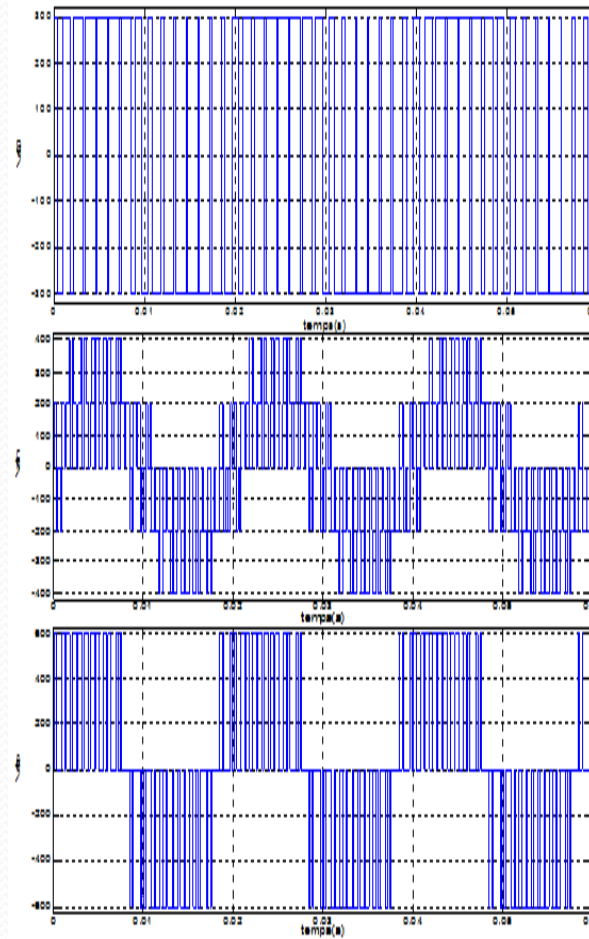
MASTER

ELT

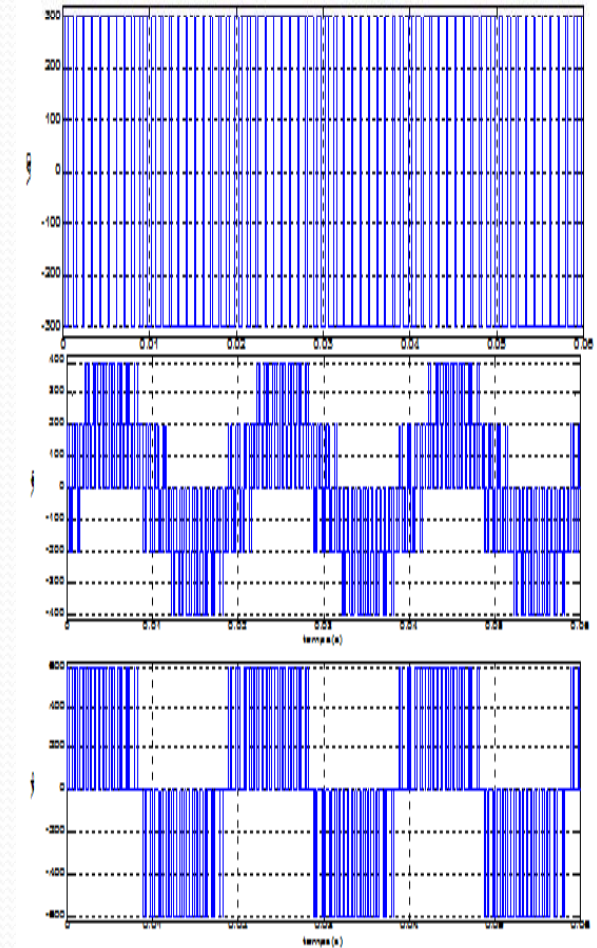
$r=0.8$ et $m=9$



$r=0.8, m=15$



$r=0.8, m=21$



➤ **Caracteristiques de l'onduleur**

- ♦ *Les harmoniques de rang trois et multiples de trois sont absents à la fois dans les spectres de tensions composées et simples et par conséquent aussi dans celui des courants.*
- ♦ *L'amplitude de la tension de sortie d'un onduleur triphasé peut être commandée que par le changement de tension DC.*

➤ **Objective de la MLI**

- ♦ *Controlé des tension de sortie de l'onduleur*
- ♦ *Reduction des harmoniques*

➤ **Inconvenients de la MLI**

- ♦ *Augmentation des pertes de commutation en raison de la fréquence élevée de la MLI*
- ♦ *Réduction de la tension disponible*