

Master Spécialité : *Electrotechnique*

COURS

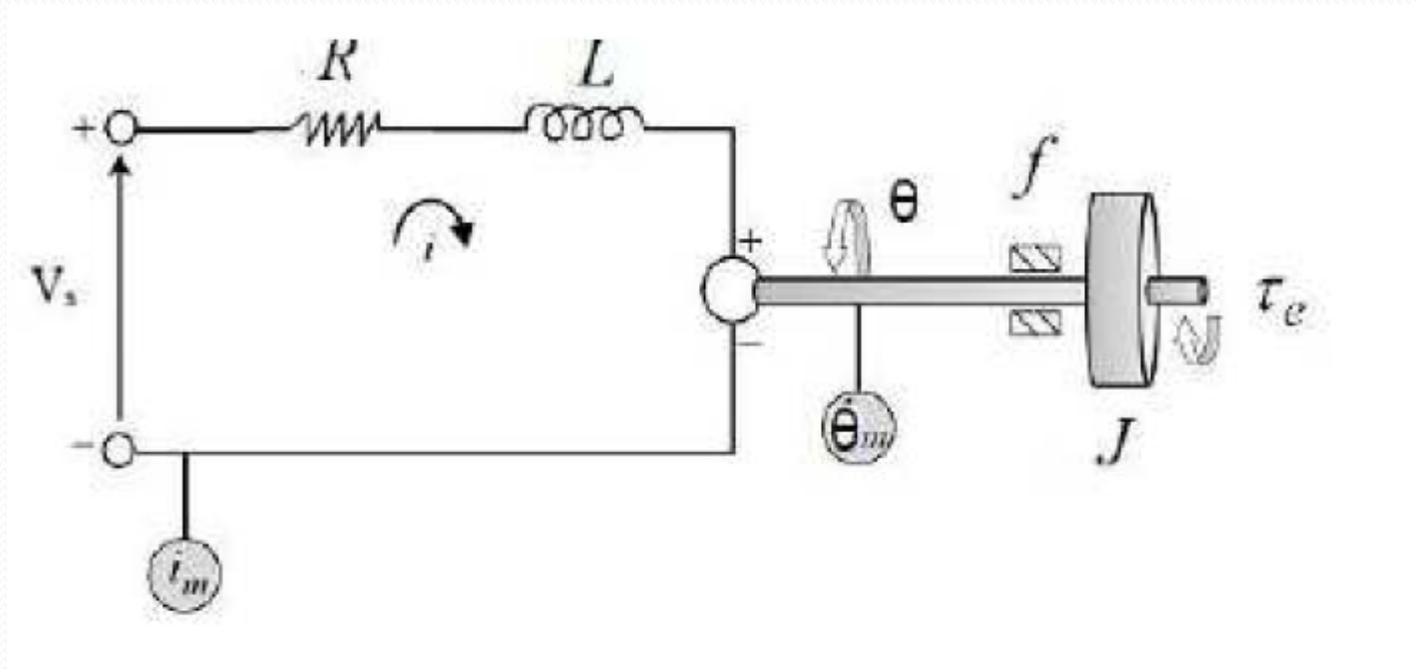
*Modélisations et simulation des systèmes électrique*

CHAPITRE II:

**Modèle mathématique**

# Modélisation d'un système électromécanique

Le système considéré est un moteur à courant continu (MCC) dont le schéma technologique



# Modélisation d'un système électromécanique

## ➤ Éléments de MCC

Ce moteur est composé de deux parties :

□ une partie électrique et une partie mécanique.

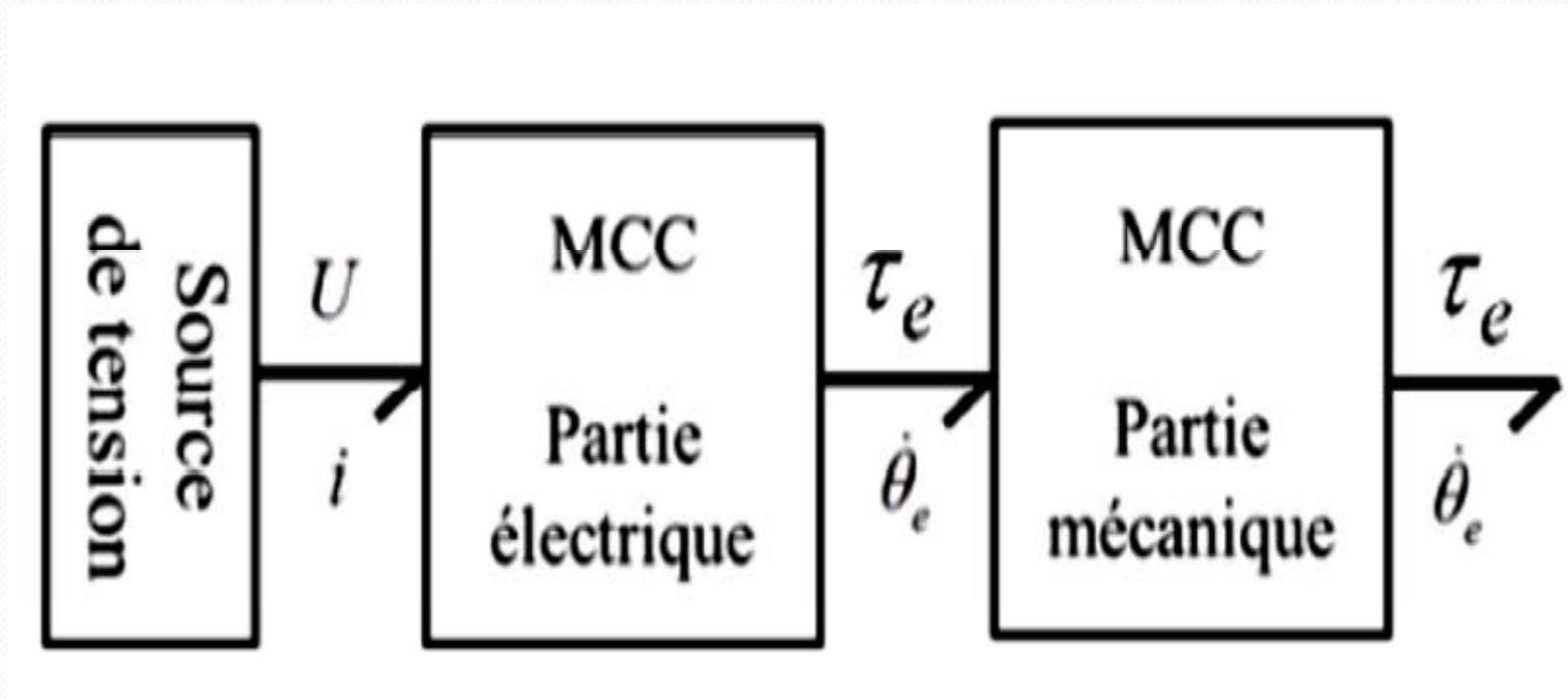
La partie électrique correspond à un circuit **RL** composé d'une source de tension  $V_s$ , une résistance électrique, et une inductance **L**.

□ La partie mécanique est représentée par l'inertie du rotor **J** et de la force de frottement visqueux ( $f$ ).

❖ Le transfert d'énergie entre les parties électrique et mécanique est représenté par une constante qui décrit la force contre électromotrice (FCEM).

# Modélisation d'un système électromécanique

## Représentation par schéma bloc du MCC



# Modélisation d'un système électromécanique

## Modélisation de la partie électrique

Pour la partie électrique et en se basant sur la loi des mailles, l'équation suivante est obtenue :

$$V_s(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + e(t)$$

Où : $e(t)$  représente la force électromotrice (FEM).

# Modélisation d'un système électromécanique

## Modélisation de la partie mécanique

### □ Rappel :

La modélisation des systèmes mécaniques en rotation est basée sur le théorème de Newton suivant :

$$\sum \text{Couples} = \text{Inertie} \times \text{Accélération angulaire}$$



$$\tau_e - f\theta(t) = J \frac{d}{dt} \theta'(t)$$

Où  $\tau_e$  représente le couple électromécanique

# Modélisation d'un système électromécanique

## FEM et $\tau_e$

La loi de Lenz permet de décrire la force électromotrice et le couple électromécanique. Ses derniers sont exprimés par :

$$e(t) = K_e \frac{d}{dt} \theta(t)$$
$$\tau_e(t) = K_e i(t)$$

# Modélisation d'un système électromécanique

## Modèle mathématique du MCC

Le modèle mathématique du MCC est donné par l'ensemble d'ED suivant :

$$\begin{cases} V_s(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + K_e \theta'(t) \\ J \frac{d}{dt} \theta'(t) = K_e i(t) - f \theta'(t) \end{cases}$$



$$\begin{cases} \frac{d}{dt} i(t) = \frac{1}{L} V_s(t) - \frac{R}{L} i(t) - \frac{K_e}{L} \theta(t) \\ \frac{d}{dt} \theta'(t) = \frac{K_e}{J} i(t) - \frac{f}{J} \theta'(t) \end{cases}$$

## Rappel : Une matrice

- $R$  est le corps des réels,  $A$  matrice sur  $R$  est définie comme suit :

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

- Les éléments  $a_{ij} \in R, i = 1..m, j = 1..n$
- $m$  et  $n$  sont les dimensions de la matrice  $A$  tel que :
  - $m$  est le nombre de lignes
  - $n$  est le nombre de colonnes.

## Rappel : Représentation d'état d'un système

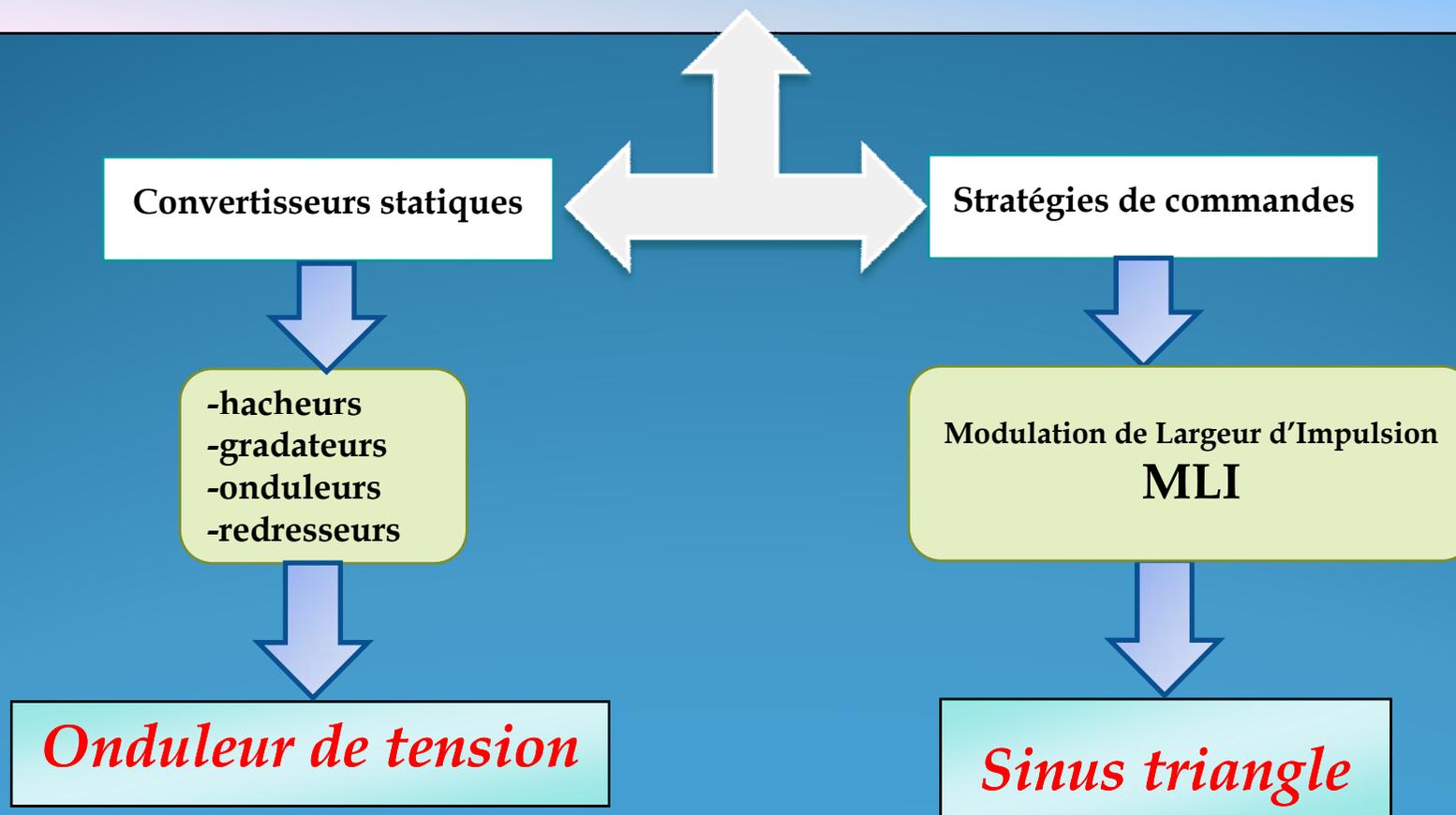
Un système dynamique peut être représenté sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases}$$

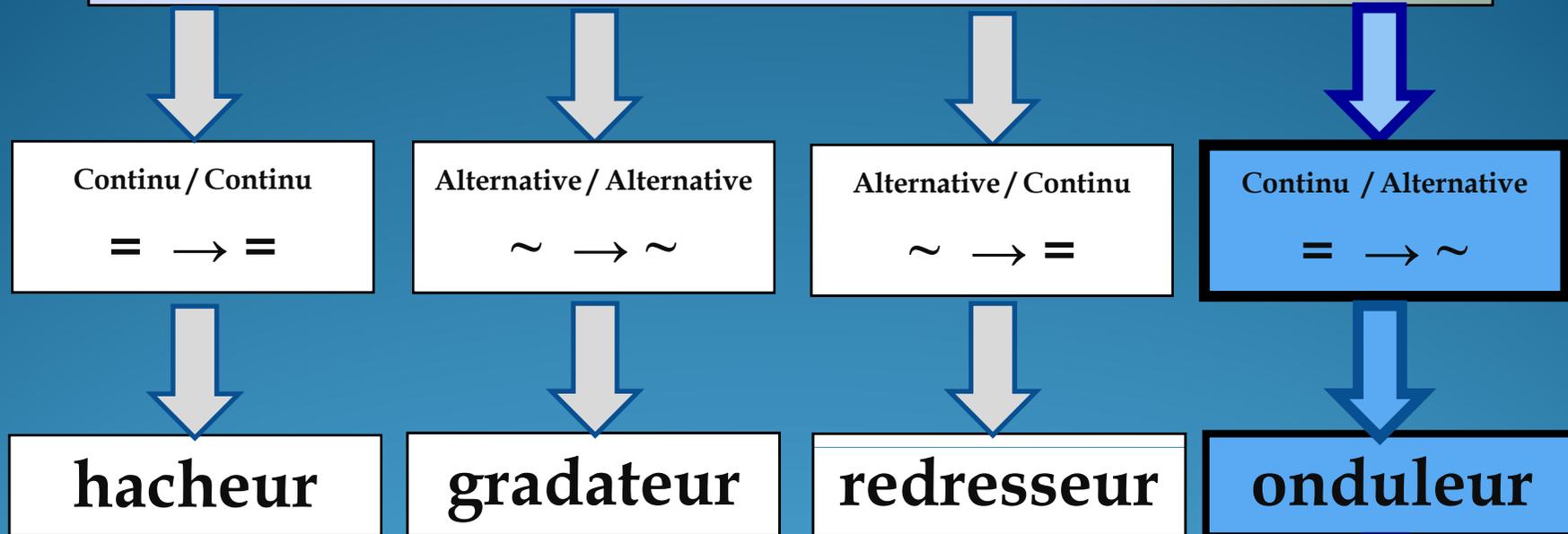
Où  $x$  représente le vecteur d'état (variable indépendante) de dimension  $n$ ,  $u$  est le vecteur des entrées ( $r$ ) et  $y$  est le vecteur de sortie ( $m$ ).

$A$ ,  $B$  et  $C$  sont des matrices de dimension approprié.

Les structures de conversion d'énergie commutent des puissances importantes. Cette demande croissante a été motivée par les avancées technologiques des semi-conducteurs commandés.



## Convertisseurs statiques



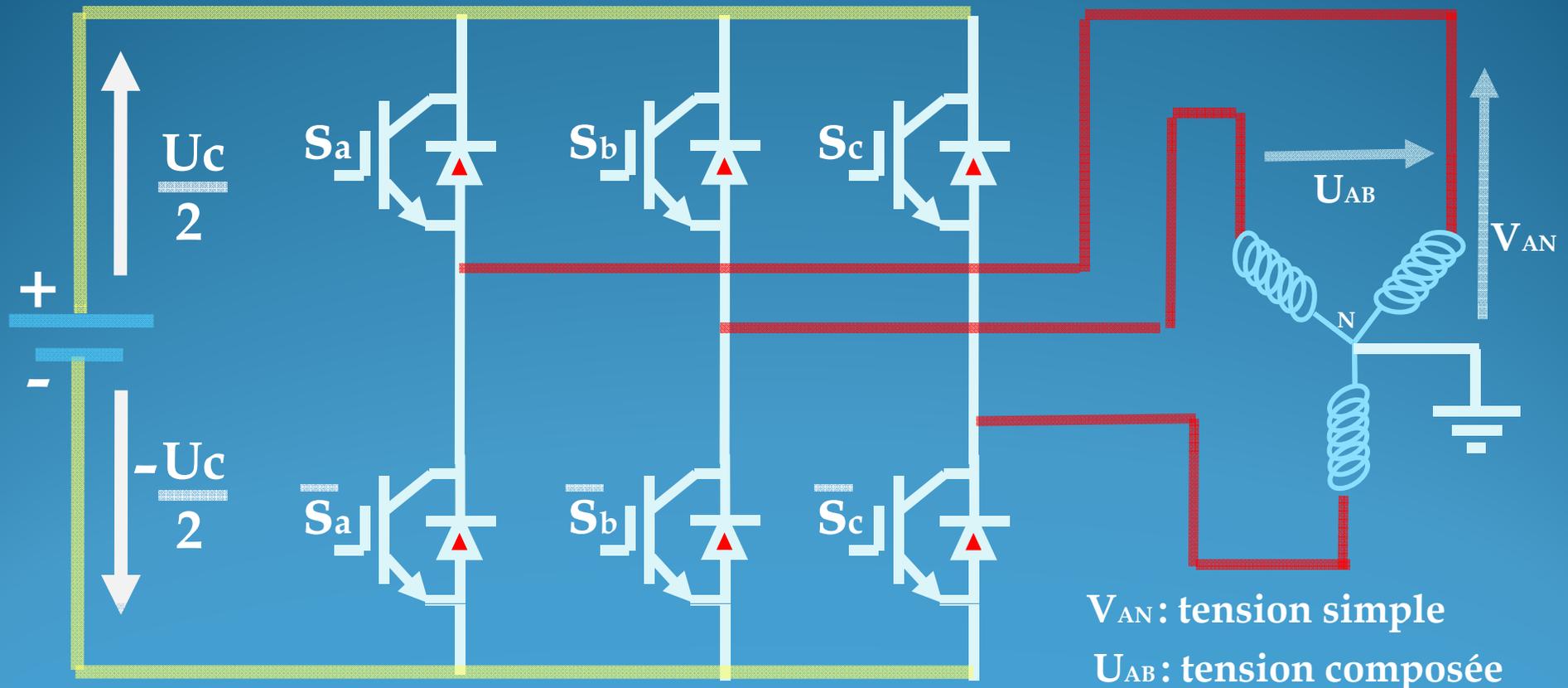
*Un Onduleur permet d'obtenir une tension alternative de fréquence et valeur efficace fixe ou réglable à partir d'une source de tension continue.*

# Onduleur de tension à deux niveaux :

MASTER

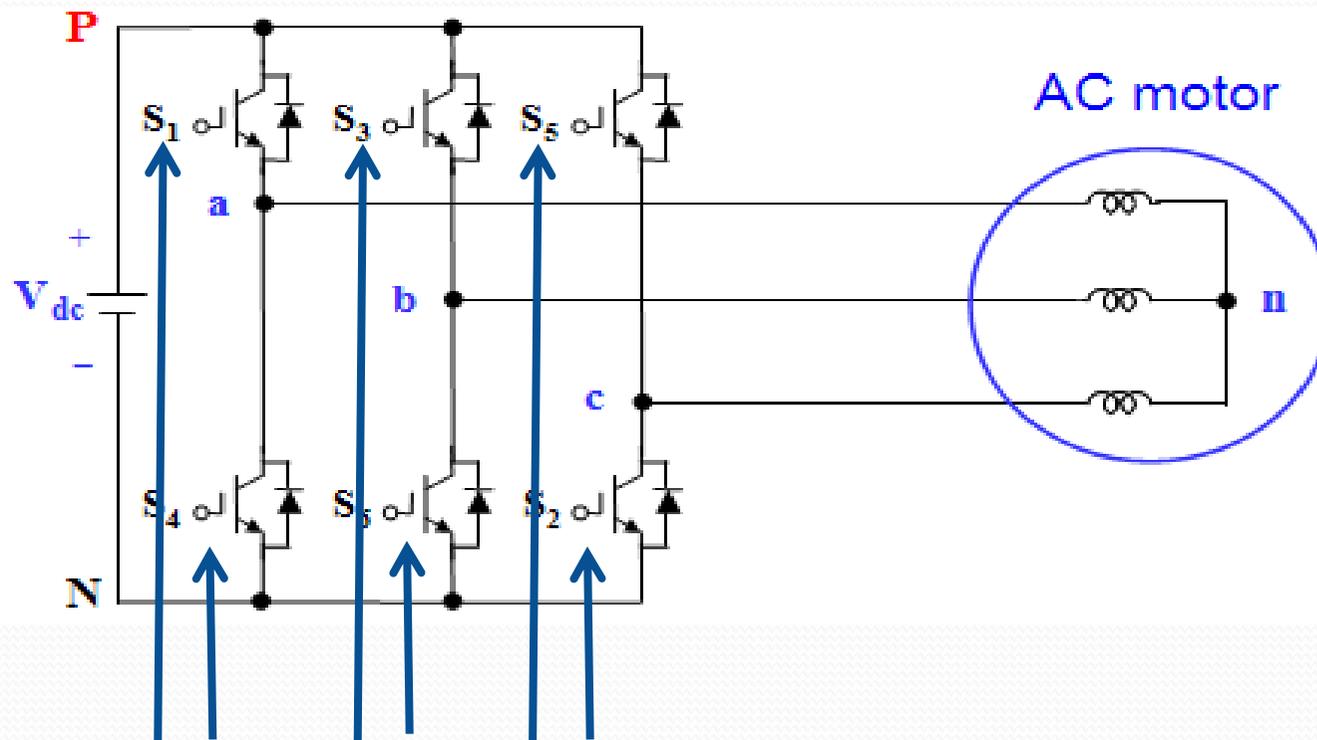
Comd+EL  
T

- *Composé de trois bras montés en parallèles.*
- *Alimenté par une source de tension continu.*
- *Chaque point commun de composants représente une phase.*



# I. Onduleur de tension

➤ Structure d'un onduleur de tension



COMMANDE MODULATION DE LARGEUR D'IMPULSION (MLI)

Fig. 1 Onduleur de tension Triphasé.

## ➤ Tensions de sortie des trois phases

♦  $S_1 - S_6$  sont six transistors qui forment la tension de sortie

♦ *Quand un des transistors du Haut conduit (**S1, S3 or S5** est à l'état "1"), le transistor du Bas du même bras est bloqué (**S4, S5 or S6** est "0")*

⇒ Huit (8) combinaisons sont possibles des états des transistors

➤ Tensions de sortie de l'onduleur triphasé

♦ Les 8 configurations de tensions de sortie possibles de l'onduleur : ( $V_0$  à  $V_7$ )

Voltage Vectors	Switching Vectors			Line to neutral voltage			Line to line voltage		
	a	b	c	$V_{an}$	$V_{bn}$	$V_{cn}$	$V_{ab}$	$V_{bc}$	$V_{ca}$
$V_0$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$V_1$	1	0	0	$2/3$	$-1/3$	$-1/3$	1	0	-1
$V_2$	1	1	0	$1/3$	$1/3$	$-2/3$	0	1	-1
$V_3$	0	1	0	$-1/3$	$2/3$	$-1/3$	-1	1	0
$V_4$	0	1	1	$-2/3$	$1/3$	$1/3$	-1	0	1
$V_5$	0	0	1	$-1/3$	$-1/3$	$2/3$	0	-1	1
$V_6$	1	0	1	$1/3$	$-2/3$	$1/3$	1	-1	0
$V_7$	1	1	1	0	0	0	0	0	0

(Note that the respective voltage should be multiplied by  $V_{dc}$  )

$$\begin{bmatrix} V_{an} \\ V_{bn} \\ V_{cn} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} V_{dc} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ab} \\ V_{bc} \\ V_{ca} \end{bmatrix} = V_{dc} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$$

➤ **Formes matricielles des tensions simples et composées**

- ♦ **Vecteur des tensions composées  $[V_{ab} \ V_{bc} \ V_{ca}]^t$**

$$\begin{bmatrix} V_{ab} \\ V_{bc} \\ V_{ca} \end{bmatrix} = V_{dc} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}, \quad \text{Où le vecteur de commutation est : } [a \ b \ c]^t$$

- ♦ **Vecteur des tensions simples  $[V_{an} \ V_{bn} \ V_{cn}]^t$**

$$\begin{bmatrix} V_{an} \\ V_{bn} \\ V_{cn} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} V_{dc} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$$

# I. Onduleur de tension

## Tensions

### ➤ Tensions composées ( $V_{ab}$ , $V_{bc}$ , $V_{ca}$ ) & Tensions simples ( $V_{an}$ , $V_{bn}$ , $V_{cn}$ )

#### ◆ Tensions composées

$$\Rightarrow V_{ab} = V_{aN} - V_{bN}$$

$$\Rightarrow V_{bc} = V_{bN} - V_{cN}$$

$$\Rightarrow V_{ca} = V_{cN} - V_{aN}$$

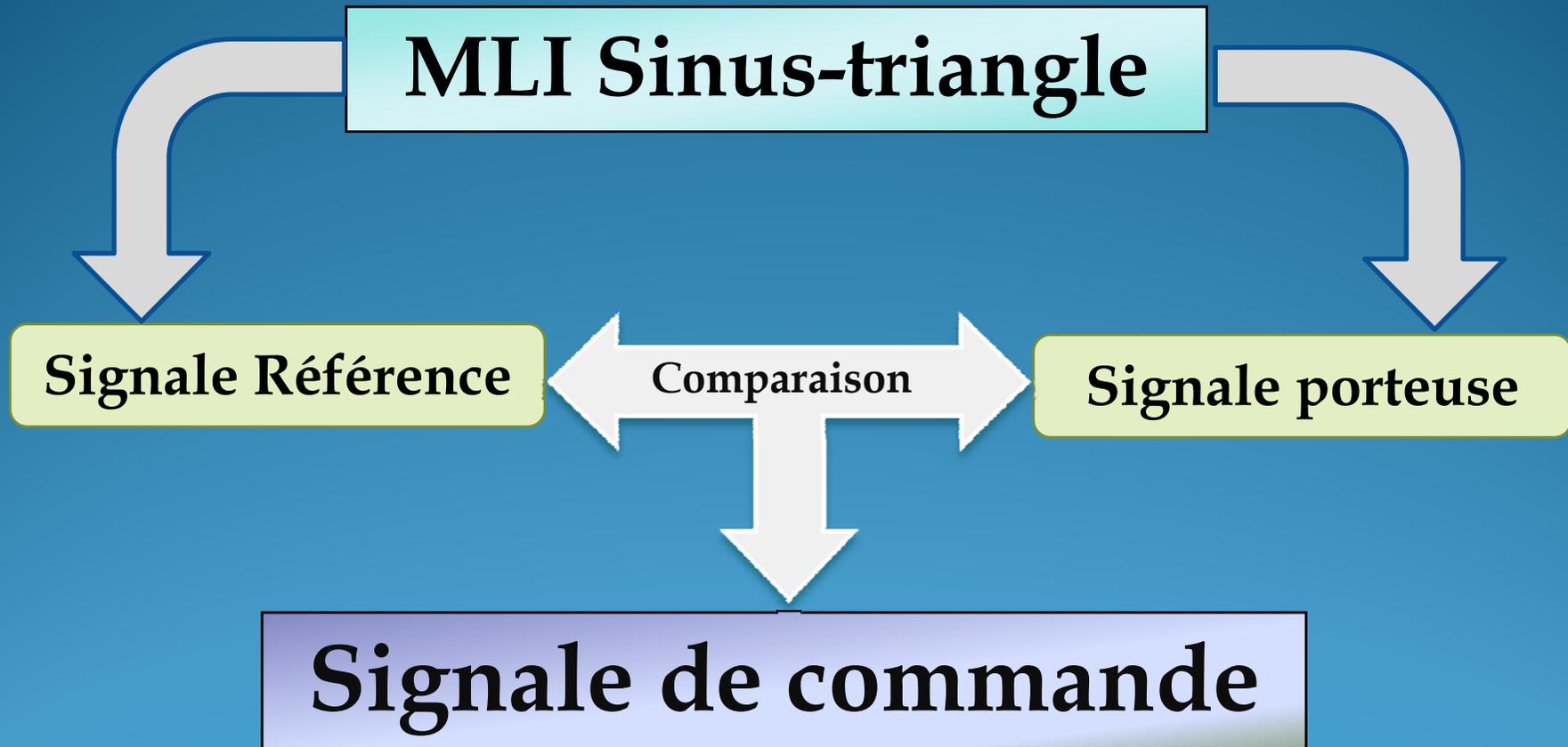
#### ◆ Tensions simples

$$\Rightarrow V_{an} = 2/3V_{a0} - 1/3V_{b0} - 1/3V_{c0}$$

$$\Rightarrow V_{bn} = -1/3V_{a0} + 2/3V_{b0} - 1/3V_{c0}$$

$$\Rightarrow V_{cn} = -1/3V_{a0} - 1/3V_{b0} + 2/3V_{c0}$$

# Stratégies de commande pour un onduleur de tension à deux niveaux

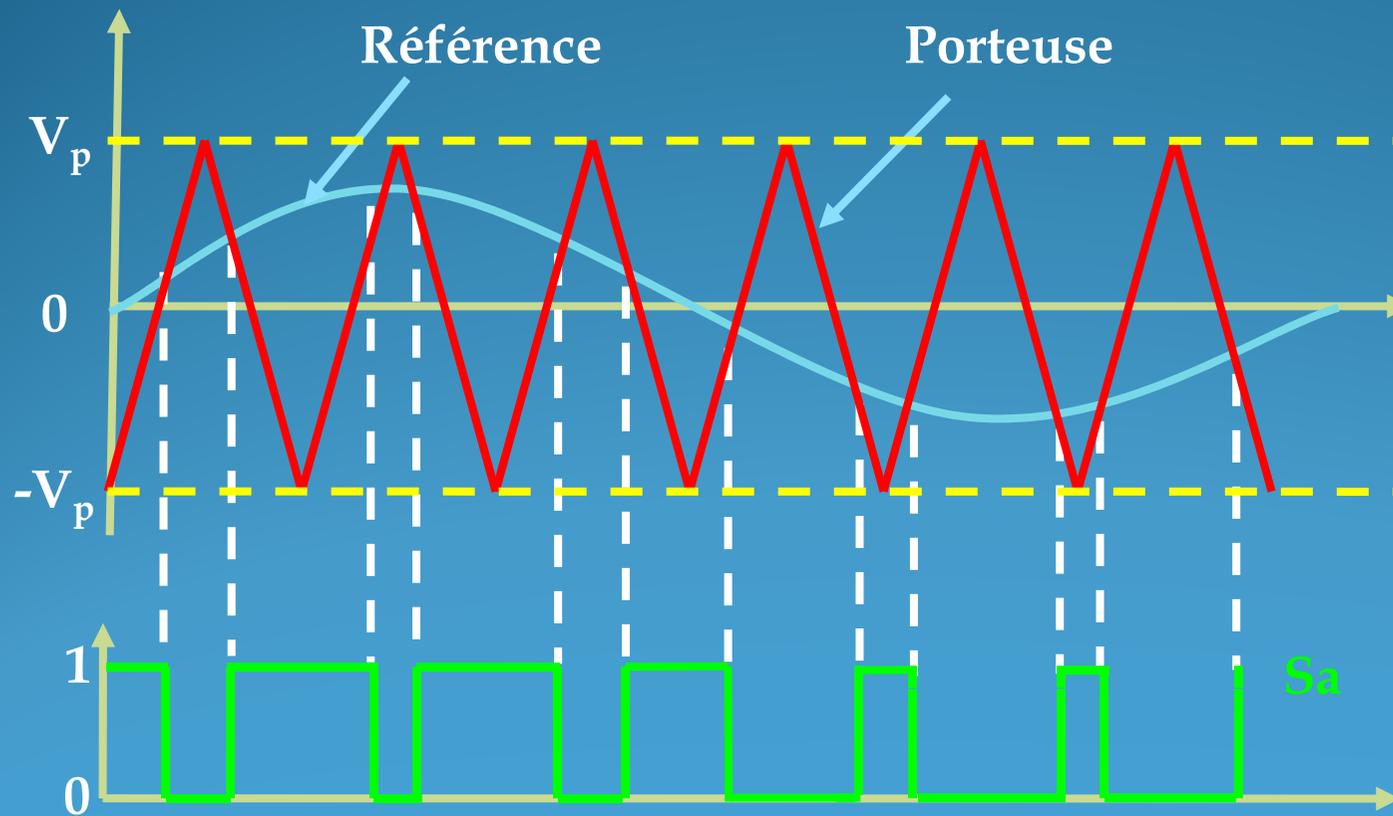


# Stratégies de commande pour un onduleur de tension à deux niveaux

## ➤ Tension en sortie

- **Si**  $V_{ref} > V_{por}$  **Alors**  $V_{A0} = V_{dc}/2$
- **Si**  $V_{ref} < V_{por}$  **Alors**  $V_{A0} = -V_{dc}/2$

## MLI Sinus-triangle



Indice de modulation:

$$m = \frac{f_p}{f^*}$$

Taux de réglage:

$$r = \frac{V^*}{V_P}$$

# Stratégies de commande pour un onduleur de tension à deux niveaux

Pour l'onduleur

$$\begin{cases} \text{Si } v_{asref} \geq v_p(t) & f_{11} = 1, & \text{si non } f_{11} = 0 \\ \text{Si } v_{bsref} \geq v_p(t) & f_{21} = 1, & \text{si non } f_{21} = 0 \\ \text{Si } v_{csref} \geq v_p(t) & f_{31} = 1, & \text{si non } f_{31} = 0 \end{cases}$$

## Tensions simples

$$\begin{cases} V_{an} = \frac{2}{3} \cdot V_{ao} - \frac{1}{3} \cdot (V_{bo} + V_{co}) \\ V_{bn} = \frac{2}{3} \cdot V_{bo} - \frac{1}{3} \cdot (V_{ao} + V_{co}) \\ V_{cn} = \frac{2}{3} \cdot V_{co} - \frac{1}{3} \cdot (V_{ao} + V_{bo}) \end{cases}$$

## Forme matricielle

$$\begin{bmatrix} V_{an} \\ V_{bn} \\ V_{cn} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{ao} \\ V_{bo} \\ V_{co} \end{bmatrix}$$

*Tensions simples en fonction des états de commutations des bras de l'onduleurs*

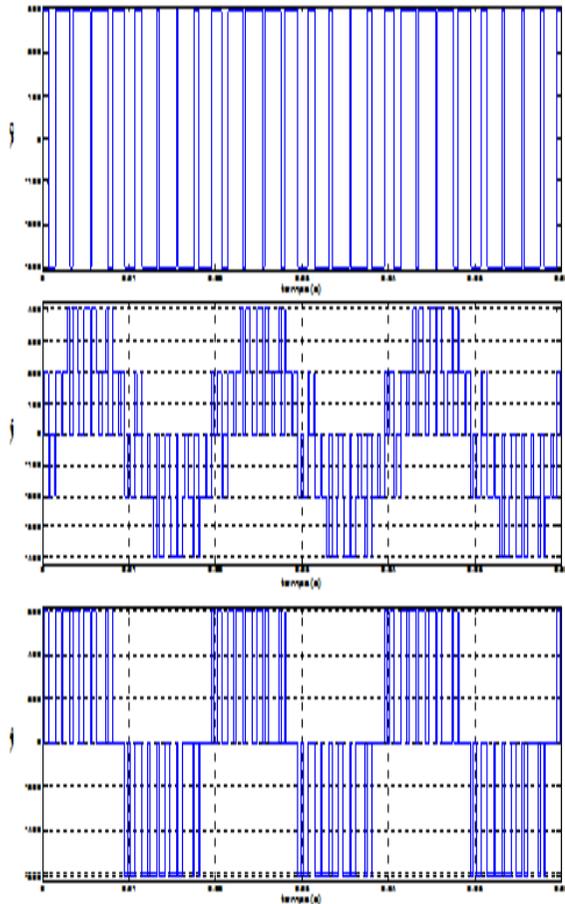
$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \frac{U_f}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix}$$

# Simulation de la commandes MLI Sinus-triangle:

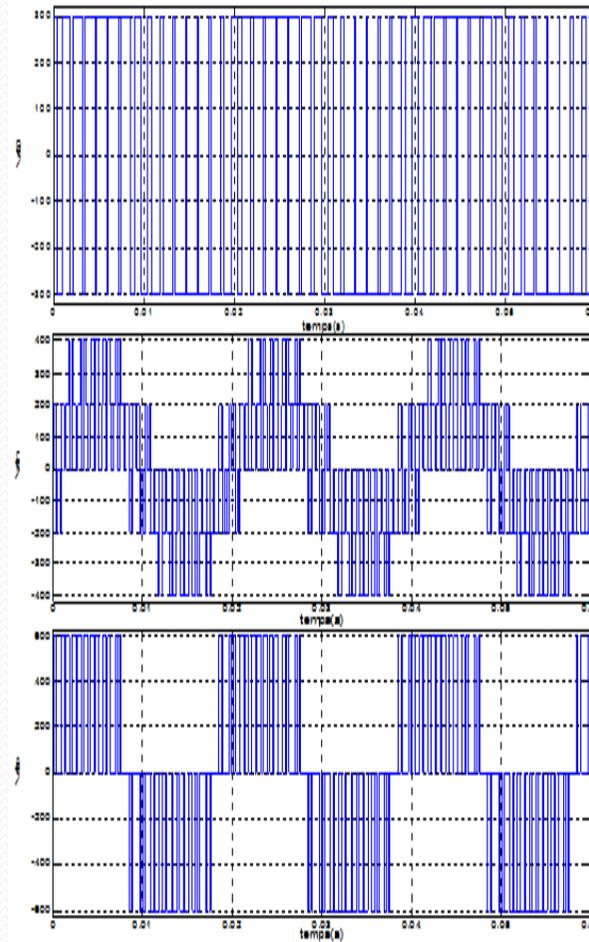
MASTER

ELT

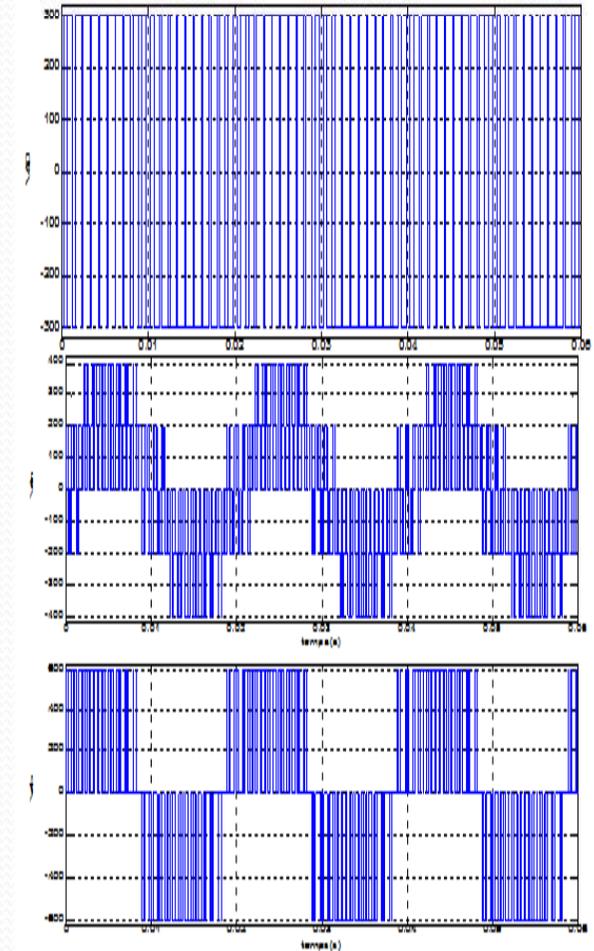
$r=0.8$  et  $m=9$



$r=0.8, m=15$



$r=0.8, m=21$



## ➤ **Caracteristiques de l'onduleur**

- ♦ *Les harmoniques de rang trois et multiples de trois sont absents à la fois dans les spectres de tensions composées et simples et par conséquent aussi dans celui des courants.*
- ♦ *L'amplitude de la tension de sortie d'un onduleur triphasé peut être commandée que par le changement de tension DC.*

## ➤ **Objective de la MLI**

- ♦ *Controlé des tension de sortie de l'onduleur*
- ♦ *Reduction des harmoniques*

## ➤ **Inconvenients de la MLI**

- ♦ *Augmentation des pertes de commutation en raison de la fréquence élevée de la MLI*
- ♦ *Réduction de la tension disponible*