CHAPITRE III

Modélisation des systèmes électriques

Modélisation : deux approches

Modèles

De connaissance De représentation

- Basé sur des équations mathématique
- Obtenu sur la base des lois physiques,

économiques etc..

- Hypothèses simplificatrices;
- Difficultés de décrire fidèlement les

phénomènes complexes;

- Dilemme : précision-simplicité;

Un modèle simple est faux, un modèle

compliqué est inutilisable.;

- Les paramètres ont un sens physique donc

modèle commode pour l'*analyse.*

- Boite noire
- Expérience active (système dérangé) ou

passive (aléatoire);

- Etape qualitative (connaissances a

priori) et quantitative;

- Paramètres du modèle n'ont aucun sensphysique;
- Modèle de conduite (modèle E/S) utile

pour la commande;

Un exemple de modèle de connaissance

Réponse impulsionnelle d'un système du 1er ordre

K représente le gain statique du système

to représente la constante de temps

- Les paramètres du modèle seront déterminés par quelques

caractéristiques graphiques de la réponse ou des méthodes plus

complexes

Un exemple de modèle de comportement

- Un modèle de comportement est un modèle dont la structure

et les paramètres sont sans rapport avec le système réel.

- Exemple : réponse impulsionnelle d'un système du 2ème ordre modélisé par un développement en série limité à coefficients réels.

$$s(t) = a_0 + a_1 \mathrm{t} + a_2 t^2 + \ \dots + a_n t^n$$

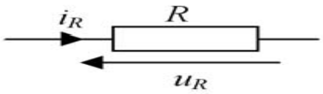
- **Rappel des lois de Kirchhoff**

- La somme algébrique des courants dans une jonction ou nœud est égale à zéro.
- la somme algébrique des différences de potentiel le long d'une maille est nulle.

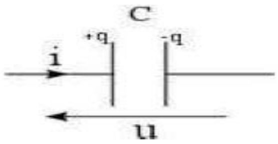
- **Eléments électriques et unités**

Symbole	Quantité	Unité
e ou u ou v	Tension	Volts [V]
i	Courant	Ampères [A]
L	Inductance	Henrys [H]
C	Capacité	Farads [F]
R	Résistance	Ohms [Ω]

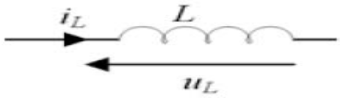
Représentation des éléments électriques



$$u_r = R\ i_r$$



$$u_C = \frac{1}{C}\int i_c\, dt$$



$$u_L = L\frac{d}{dt} i_L$$

Moyens de mise en oeuvre des filtres

- ***Filtres numériques :*** implémentés par microprocesseur, microcontrôleurs, FPGA ou autre moyen numérique Le filtre calcule directement la fonction de réponse en fréquence en matériel ou logiciel

- ***Filtres analogiques :*** la mise en œuvre est basée sur des composants analogiques qui réalisent la fonction de réponse en fréquence :

  - Les filtres passifs utilisent uniquement R, L et C et ont un gain inférieurs à 1.

- Les filtre analogiques actifs ajoutent des composants actifs (habituellement des amplificateurs operations) pour un gain arbitraire

- **I) Définition et types filtres analogique**

Définition et types filtres

Définition : La fonction filtrage sert à assurer la suppression des signaux de fréquence non désirée. Il existe deux types de filtres :

Les filtres actifs :
Il y a amplification de la puissance du signal d'entrée par un élément actif (AOP, Transistor).

Les filtres passifs :
Il ne sont composés que d'éléments passifs (résistances, condensateurs, bobines).

II) Action des différents filtres
Qu'ils soient actifs ou passifs, les filtres laissent ou ne laissent pas passer certaines fréquences.

Ainsi on distingue 4 sortes de filtres :

- **Les filtres Passe-Bas** (ne laissent passer que les fréquences basses)
- **Les filtres Passe-Haut** (ne laissent passer que les fréquences hautes)
- **Les filtres Passe-Bande** (ne laissent passer qu'une plage de fréquences)
- **Les filtres Coupe-Bande** (ne laissent pas passer une plage de fréquences)

III) Caractérisation d'un filtre

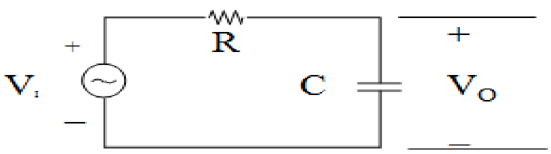
Un filtre se caractérise par sa **FONCTION DE TRANSFERT** ou **TRANSMITTANCE**

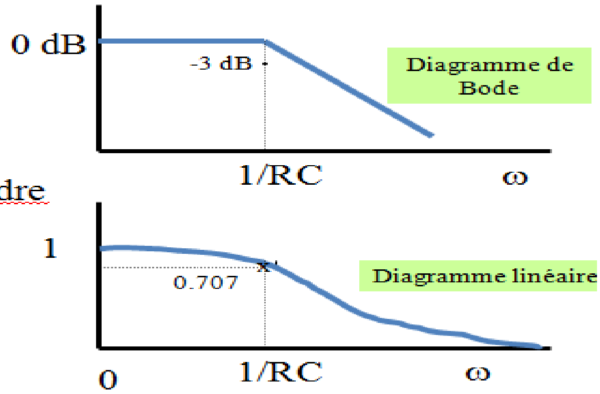
G(jw) = Vs (jw) / Ve (jw)

Vs (jw) est le signal en sortie du filtre

Ve (jw) est le signal à l'entrée du filtre

- **Filtre analogiques passifs**

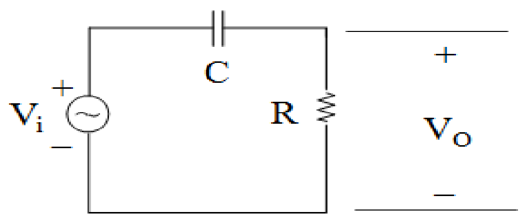


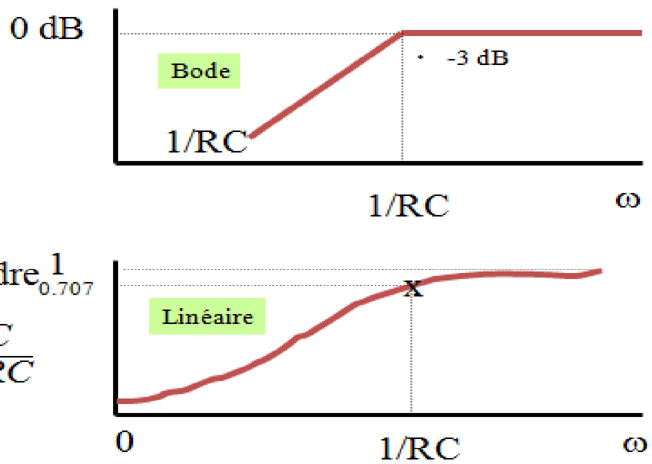


Filtre passe-bas de permier ordre

$$\frac{V_o(jw)}{V_i(jw)} = \frac{\frac{1}{jwC}}{R+\frac{1}{jwC}} = \frac{1}{1+jwRC}$$

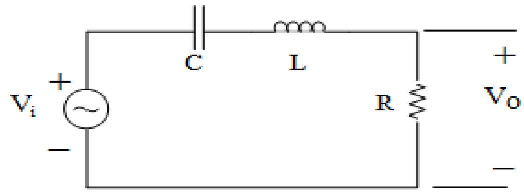
Réponse en amplitude

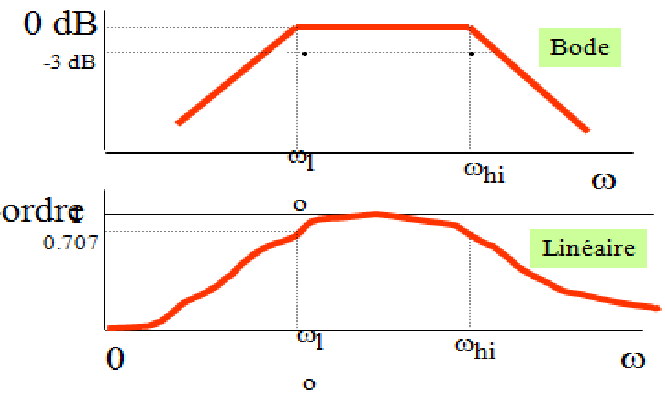




Filtre passe-haut de premier ordre

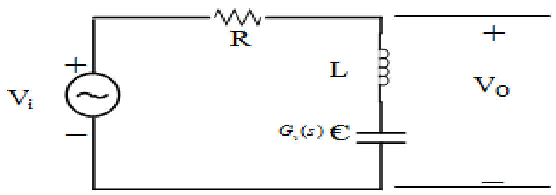
$$\frac{V_o(jw)}{V_i(jw)} = \frac{R}{R+\frac{1}{jwC}} = \frac{jwRC}{1+jwRC}$$





Filtre passe-bande du second-ordre

$$\frac{V_O(s)}{V_i(s)} = \frac{\frac{R}{L}s}{s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}}$$



Example

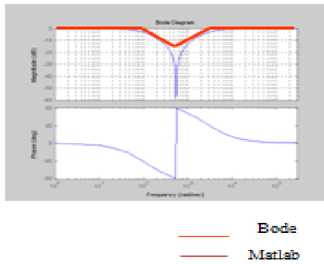
$$\frac{s^2 + 300000}{s^2 + 3100s + 300000}$$

Filtre coupe-bande de second-ordre :

$$G_v(s) = \frac{s^2 + \frac{1}{LC}}{s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}}$$

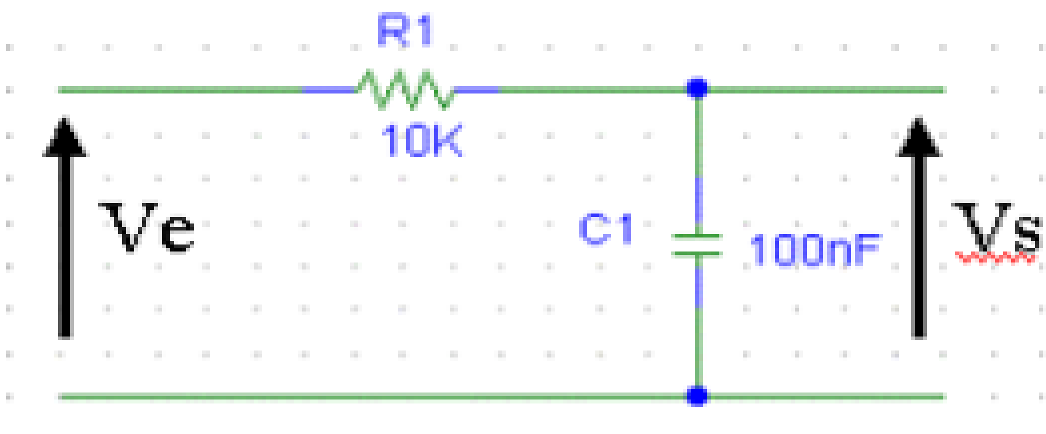
Matlab:

num = [1 0 300000];
den = [1 3100 300000];
w = 1 : 5 : 10000;
Bode(num,den,w)



Exemple de Calcul

Le calcul de la TRANSMITTANCE sera faite sur un filtre RC de type Passe-Bas.



$V_s(jw) = V_e(jw) \cdot Z_{C1} / (R1 + Z_{C1}) =$

$V_e(jw) \cdot (1 / (1 + J\, R1\, C1\, w))$

D'où :

G (jw) = 1 / (1 + J R1 C1 w))

Traçage de la courbe de gainTraçage de la courbe de gain

Pour tracer la courbe de gain, il faut le calculer grâce à la formule suivante :

G (dB) = 20 * log Vs / Ve (Log du module de T (jw))

Le gain s'exprime en décibel

D'où :

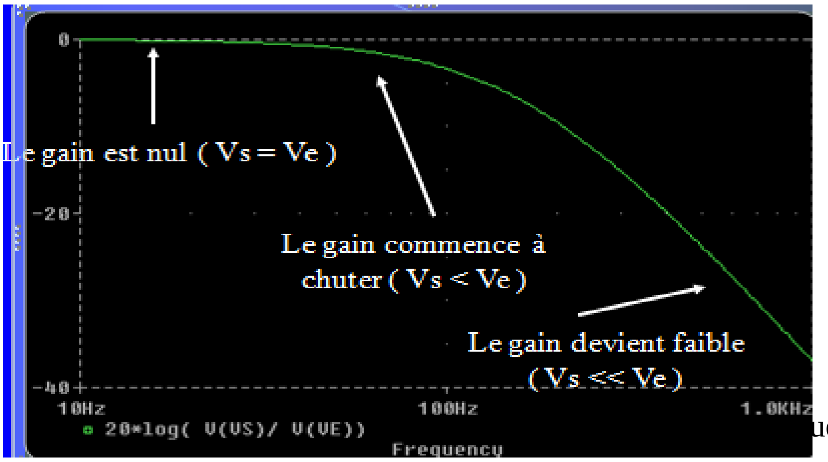
$$G (dB) = 20 * \log \frac{1}{\sqrt{(1 + R1^2 C1^2 w^2)}}$$

<u>Quelques valeurs :</u>

F = 10Hz $\Rightarrow$ G = 0 dB F = 160Hz $\Rightarrow$ G = - 3dB

F = 1000Hz $\Rightarrow$ G = - 38dB

La courbe de gain du filtre RC



ues et définitions

➔ La fréquence pour laquelle le gain est de -3 dB par rapport au gain maximum (ici 0 dB) s'appelle :

la **FREQUENCE de COUPURE**

Celle-ci se calcule de la façon suivante :

$$Fc_{(-3dB)} = 1 / (2 . \pi . R . C)$$

Notre exemple : $Fc_{(-3dB)} = 1 / (2 . \pi . 10k\Omega . 100nF) = 160$ Hz

➔ Avant cette fréquence, on retrouve en sortie la quasi totalité du signal (Filtre Passe Bas) d'où le gain nul (Vs = Ve)

➔ Après cette fréquence , le signal de sortie est fortement atténué car le gain tend vers -∞ (Vs = 0)

➔ Le filtre étant **d'ORDRE 1**, le gain diminue de **20 dB / décade**, c'est à dire qu'après la fréquence de coupure, chaque fois que l'on multipliera par 10 la fréquence, le gain baissera de 20 dB.

Notre exemple : A f = 1 kHz le gain est de – 40 dB environs. A f = 10 kHZ le gain sera de –60 dB. A f = 100 kHz le gain sera de –80 dB

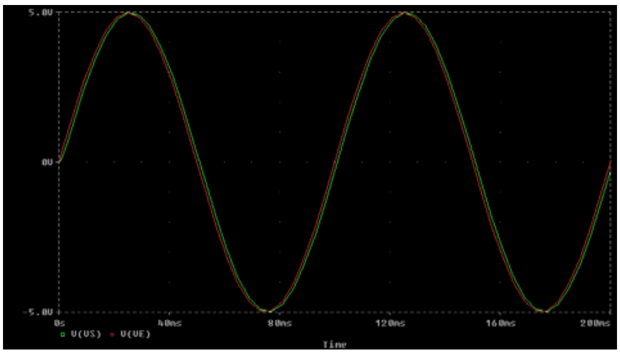
➔ On note sur la courbe de gain l'ordre du filtre par une croix. Il y en aura 2 pour un ordre 2, 3 pour un ordre 3, …

➔ Notre exemple est un ordre 1 donc une seule croix.

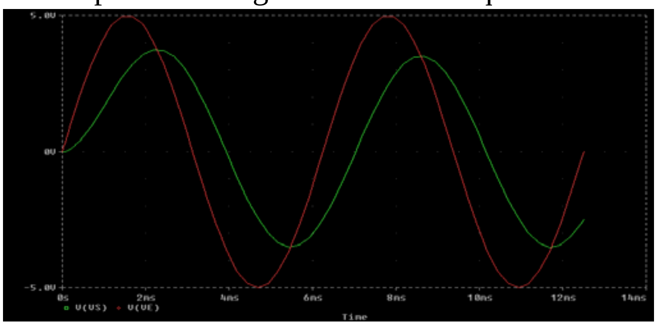
V) Le déphasage

Outre l'amplitude du signal qui diminue si la fréquence du signal d'entrée augmente (pour le filtre Passe Bas RC), il apparaît un **déphasage** entre la tension d'entrée et la tension de sortie.

Celui-ci est nul une décade avant la fréquence de coupure, il est de 45° à la fréquence de coupure et de 90° une décade après la fréquence de coupure. Les chronogrammes ci-contre le prouvent !



La fréquence du signal d'entrée est de 10Hz et on observe un déphasage pratiquement nul. L'amplitude du signal de sortie est quasiment la même qu'en entrée.

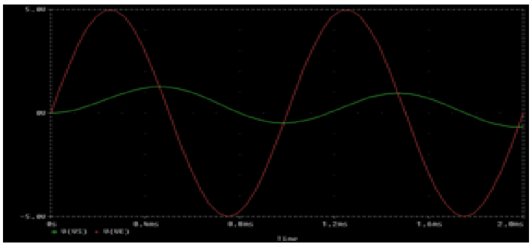


La fréquence du signal d'entrée est de 160Hz et on observe un déphasage de 45°. Nous sommes à la fréquence de coupure !

Vs max = Ve max / √ 2

G (dB) = -3 dB

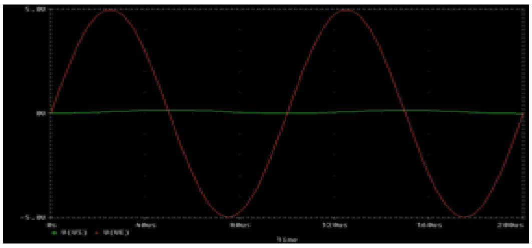
Chronogrammes (déphasage)



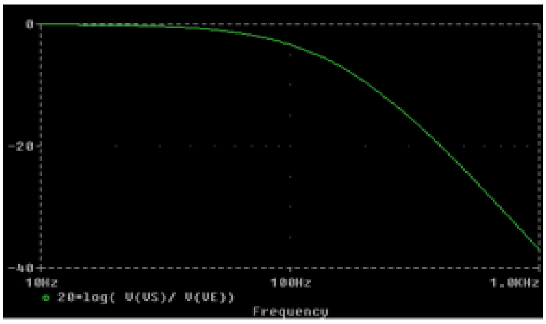
La fréquence du signal d'entrée est de 1KHz et on observe un déphasage compris entre 45° et 90°. L'amplitude du signal de sortie est déjà bien atténuée !

.a fréquence du signal d'entrée est de 10KHz t on observe un déphasage de 90°. ;'amplitude du signal de sortie est ratiquement nulle !

.e filtre ne laisse donc pas passer des signaux .e fréquence 10Khz.



Courbes de gain des filtres



Sur la courbe de gain ci-contre, on voit que les hautes fréquences sont atténuées. C'est donc un filtre **passe-bas**

Sur la courbe de gain ci-contre, on voit que ce sont les basses fréquences qui sont atténuées. C'est donc un filtre **passe-haut**