



**TP 01**

**Exercice 01 :** Soit un système flou composé de 3 variables linguistiques suivantes : Température (T), Vitesse (V), Tension (U), chaque variable est représentée par les ensembles fous suivants :

< Température, {Moyenne, Faible, Elevée}, [0,70] >

$$\mu_F(T) = \begin{cases} 1 & \text{si } T < 10 \\ \frac{20-T}{10} & \text{si } 10 \leq T \leq 20 \\ 0 & \text{si } T > 20 \end{cases} \quad \mu_M(T) = \begin{cases} \frac{T-10}{10} & \text{si } 10 \leq T \leq 20 \\ 1 & \text{si } 20 < T \leq 40 \\ \frac{50-T}{10} & \text{si } 40 < T \leq 50 \\ 0 & \text{si } T > 50 \end{cases} \quad \mu_E(T) = \begin{cases} \frac{T-40}{10} & \text{si } 40 \leq T \leq 50 \\ 1 & \text{si } T > 50 \end{cases}$$

< Vitesse, {Faible, Elevée}, [0,70] >

$$\mu_F(V) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 \leq V \leq 50 \\ \frac{60-V}{10} & \text{si } 50 < V \leq 60 \\ 0 & \text{si } V > 60 \end{cases} \quad \mu_E(V) = \begin{cases} \frac{V-50}{10} & \text{si } 50 \leq V \leq 60 \\ 1 & \text{si } V > 60 \end{cases}$$

< Tension, {Zéro, Positive, Positive G}, [0,200] >

$$\mu_Z(U) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 \leq U \leq 100 \\ \frac{120-U}{100} & \text{si } 100 < U \leq 120 \\ 0 & \text{si } U > 120 \end{cases} \quad \mu_P(U) = \begin{cases} \frac{U-100}{20} & \text{si } 100 < U \leq 120 \\ \frac{140-U}{20} & \text{si } 120 < U \leq 140 \end{cases}$$

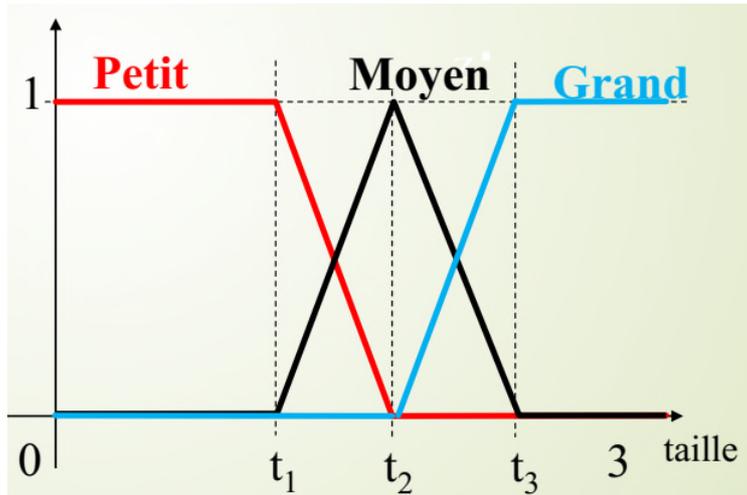
$$\mu_{PG}(U) = \begin{cases} \frac{U-120}{20} & \text{si } 120 < U \leq 140 \\ 1 & \text{si } U > 140 \end{cases}$$

1- Tracez les fonctions d'appartenance de chaque variable linguistique

**Exercice 02 :**

- 1- Tracer les fonctions d'appartenance aux sous-ensembles flous des hommes Grands ? Moyens ? Petits ?

(on suppose que la taille varie entre 0 et 3m)



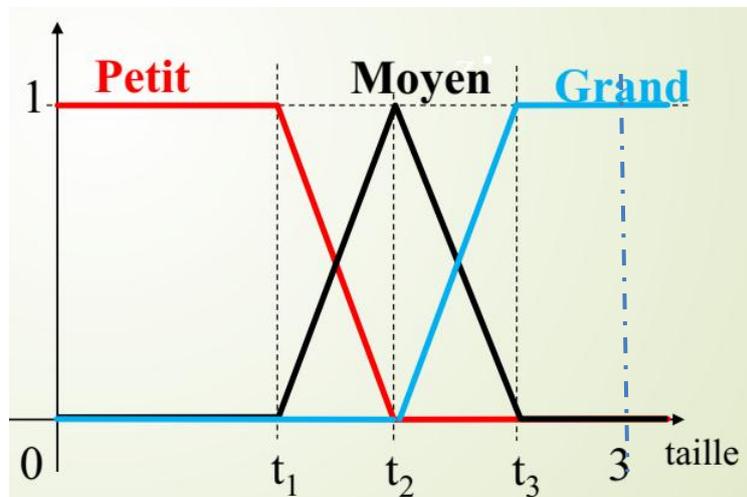
2- Calculer et tracer :

- 2.1. L'ensemble des personnes (petites OU moyennes) soit  $PouM$
- 2.2. L'ensemble des personnes (petites ET moyennes) soit  $PetM$
- 2.3. L'ensemble des personnes (NON petites) soit  $nonP$
- 2.4. L'ensemble des personnes (petites OU moyennes réalisé par opérateur arithmétique) soit  $PplusM$
- 2.5. L'ensemble des personnes (petites ET moyennes réalisé par opérateur arithmétique) soit  $PfoiM$
- 2.6. L'ensemble des personnes (petites OU moyennes réalisé par opérateur OU flou) soit  $OUflou$
- 2.7. L'ensemble des personnes (petites ET moyennes réalisé par opérateur ET flou) soit  $ETflou$
- 2.8. L'ensemble des personnes (petites ET moyennes réalisé par opérateur min-max) soit  $minmax$

*Bon courage*

## Compte Rendu N°01

- I- Tracer les fonctions d'appartenance aux sous-ensembles flous des hommes **Grands** ? **Moyens** ? **Petits** ? (on suppose que la taille varie entre 0 et 3m) pour  $t_1 = 1.5; t_2 = 2; t_3 = 2.5$ ;



### II- Calculer et tracer :

- 1- L'ensemble des personnes (petites OU moyennes) soit PouM
- 2- L'ensemble des personnes (petites ET moyennes) soit PetM
- 3- L'ensemble des personnes (NON petites) soit nonP
- 4- L'ensemble des personnes (petites OU moyennes réalisé par opérateur arithmétique) soit PplusM
- 5- L'ensemble des personnes (petites ET moyennes réalisé par opérateur arithmétique) soit PfoiM
- 6- L'ensemble des personnes (petites OU moyennes réalisé par opérateur OU flou) soit OUflou
- 7- L'ensemble des personnes (petites ET moyennes réalisé par opérateur ET flou) soit ETflou
- 8- L'ensemble des personnes (petites ET moyennes réalisé par opérateur min-max) soit minmax

Bon courage

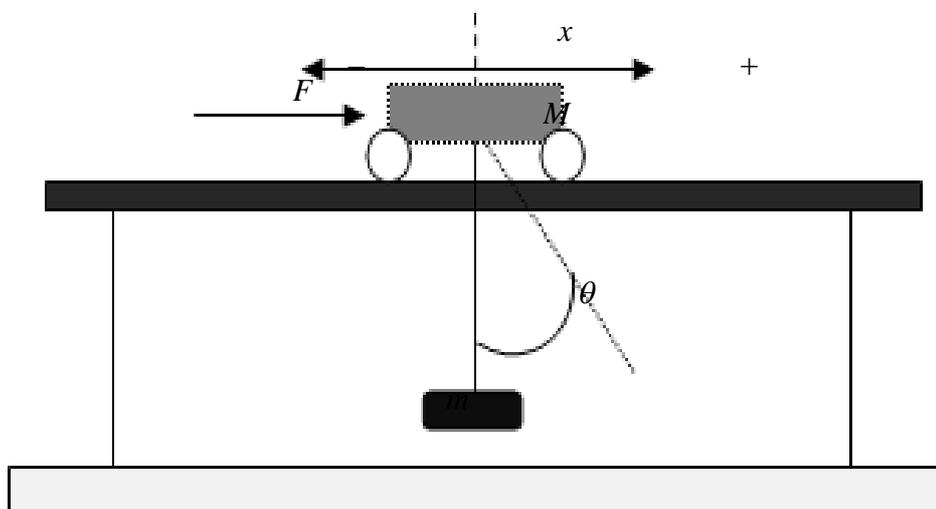


## Compte rendu N° 02

### Commande floue d'un portique avec masse suspendue

#### 1.. Description et principe de fonctionnement

Il s'agit ici de modéliser afin d'asservir les 2 degrés de liberté d'un portique constitué d'un chariot de masse  $M$  se déplaçant selon l'action d'une force  $F$ , et d'une masse  $m$  suspendue au bout d'un câble de longueur  $l$ . La masse  $m$  oscille au bout de son câble avec un angle  $\theta$  par rapport à la verticale du point d'attache.



Portique avec masse suspendue

#### 2. Modélisation du portique à 2 degrés de liberté

Le modèle mathématique du portique avec masse suspendue peut être donné par l'équation suivante :

$$(M + m)\ddot{x} + ml\ddot{\theta}\cos\theta - ml\dot{\theta}^2\sin\theta = F(t) \quad (1)$$

Le modèle obtenu est non linéaire, il présente une équation différentielle par degré de liberté. Si on se limite à des petites variations de  $\theta$  autour d'un point de fonctionnement  $\theta_0 = 0$ , nous aurons l'écriture du système différentiel selon  $x(t)$  et  $\theta(t)$  comme suit :

$$\begin{cases} \ddot{\theta}(t) = -g \frac{(M + m)}{Ml} \theta(t) - \frac{1}{Ml} F(t) \\ \ddot{x}(t) = g \frac{m}{M} \theta(t) + \frac{1}{M} F(t) \end{cases} \quad (2)$$

### 3. Fonctions de transfert du système

On remarque que l'équation différentielle selon  $\theta(t)$  s'écrit en fonction de force  $F(t)$  alors que celle selon  $x(t)$  dépend de  $F(t)$  et  $\theta(t)$ . On peut donc envisager de décrire le processus à l'aide de deux fonctions de transfert cascades comme présenté ci-dessous.

Notons :

$$T_1(p) = \frac{\theta(p)}{F(p)} \quad \text{et} \quad T_2(t) = \frac{X(p)}{\theta(p)} \quad (3)$$

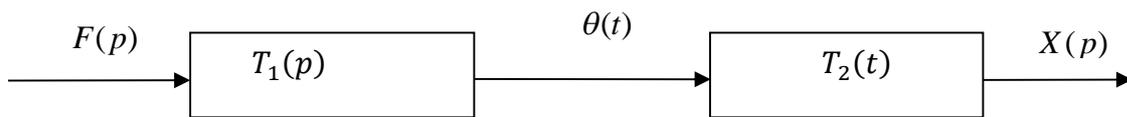


Schéma fonctionnel du système en boucle ouverte

**Question 1:** Montrer que

$$T_1(p) = \frac{\theta(p)}{F(p)} = \frac{-1}{Mlp^2 + g(M+m)} \quad \text{et} \quad T_2(p) = \frac{x(p)}{\theta(p)} = -\frac{g+lp^2}{p^2}$$

Avec les données numériques suivantes

$$M = 10Kg, \quad m = 5Kg, \quad l = 1m, \quad g = 9.81 \approx 10, \quad F_0 = 1$$

- Donner les expressions numériques de  $T_1(p)$  et  $T_2(p)$

**Question 2:** Calculer la fonction de transfert en boucle ouverte du portique

**Question 3:** Déduire alors sa fonction de transfert en boucle fermée

### 4. Modélisation dans l'espace d'état

En choisissant donc le valeur d'état :  $X = [x \quad \dot{x} \quad \theta \quad \dot{\theta}]^T$ , et  $Y = \begin{bmatrix} x \\ \theta \end{bmatrix}$

**Question 4:** Montrer que le modèle (2) peut être décrit comme suit:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g \frac{m}{M} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -g \frac{(M+m)}{Ml} & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M} \\ 0 \\ -\frac{1}{Ml} \end{bmatrix} \times F(t) \quad (4)$$

Et comme équation d'observation :

$$Y = \begin{bmatrix} x \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \quad (5)$$

**Question 5:** A l'aide Matlab Simulink, donner le modèle Simulink en boucle ouverte du portique.

Tracer la réponse impulsionnelle (utiliser *pulse genetator*)

**Question 6:** A l'aide Matlab Simulink, donner le modèle Simulink en boucle fermée du portique.

Tracer la réponse indicielle (utiliser *stepe unitaire*)

## 5. Commande PID

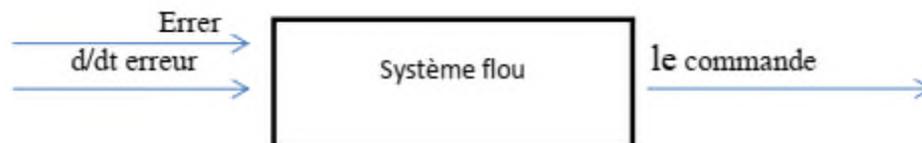
### Question 7:

- Donner le modèle Simulink de la régulation en boucle fermée (de la position  $\theta$  et  $x$ ) avec régulateur PID (structure parallèle) (P=10, D=1, I=1)
- Tracer la réponse indicielle (utiliser *stepe unitaire*)

## 6. Commande floue

Afin de comparer les performances entre la régulation floue et celle de PID, nous allons construire un régulateur flou stabilisant les deux positions ( $\theta$  et  $x$ ).

Le schéma générale du régulateur flou que l'on désire construire est représenté sur la figure suivante :



- **Entrées/Sortie du système :**
  - 2 entrées : erreur, change\_erreur
  - 1 sortie : control
- **Univers de discours :**
  - [-1 1] pour l'erreur
  - [-1 1] pour la dérivée de l'erreur
  - [-10 10] pour la commande
- **Fonction d'appartenance :**
  - $error\{N, Z, P\}$
  - $d\_error\{ng, zr, po\}$
  - $control\{NG, Zero, PG\}$
- **Choix des fonctions d'appartenance :**
- **pour error**
  - $N = \text{trimf}(-2, -1, 0)$
  - $Z = \text{trimf}(-1, 0, 1)$
  - $P = \text{trimf}(0, 1, 2)$

- **pour d\_error**
  - ng=trimf(-2 , -1, 0)
  - zr=trimf(-1 , 0, 1)
  - po=trimf(0,1,2)
- **pour control**
  - NG= trimf(-20 , 0 , 10)
  - Zero=trimf(-1,0,1)
  - PG=trimf(0 , 10 ,20)
- Base de règle (règles d'inférence floue) :

control		error		
		N	Z	P
d_error	ng	PG		Zero
	zr	PG	Zero	NG
	po	Zero	NG	NG

- **Choix des opérateurs flous**

ET flou	Min
OU flou	Max
Implication floue	Min
Agrégation des règles	Max

**Question 8:** A l'aide la boîte 'fuzzy logic', conserver le SIF décrit ci-dessus (Le système flou est de type Mamdani).

**Question 9:** Donner le modèle Simulink de la régulation floue en boucle fermée (de la position  $\theta$  et  $x$ ) avec régulateur fou construit (utilisez l'échelon unitaire, et gain=1).

**Question 10:** Tracer la réponse indicielle obtenue à partir du régulateur floue puis à partir du régulateur PID (tracer les deux réponses en même figure)

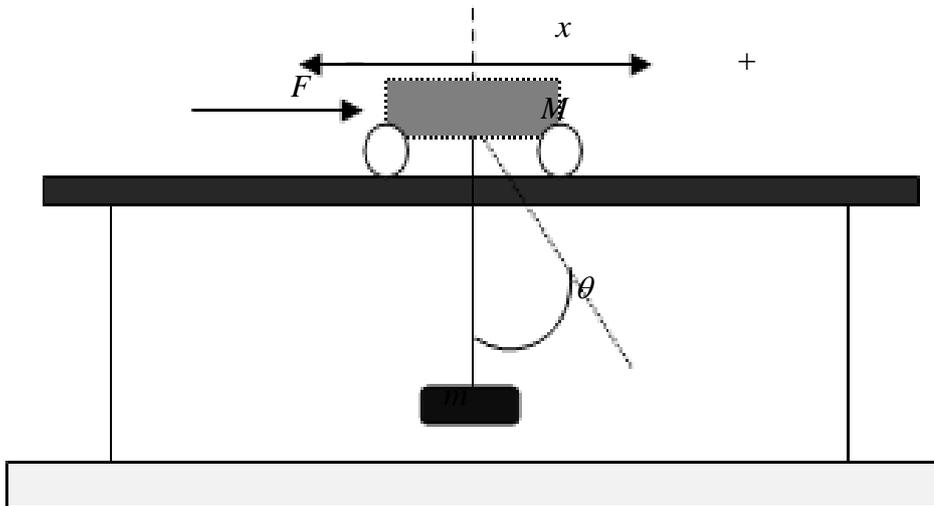
**Question 11:** Conclure et commenter les résultats

## Compte rendu N° 02

### Commande floue d'un portique avec masse suspendue

#### 1.. Description et principe de fonctionnement

Il s'agit ici de modéliser afin d'asservir les 2 degrés de liberté d'un portique constitué d'un chariot de masse  $M$  se déplaçant selon l'action d'une force  $F$ , et d'une masse  $m$  suspendue au bout d'un câble de longueur  $l$ . La masse  $m$  oscille au bout de son câble avec un angle  $\theta$  par rapport à la verticale du point d'attache.



Portique avec masse suspendue

#### 2. Modélisation du portique à 2 degrés de liberté

Le modèle mathématique du portique avec masse suspendue peut être donné par l'équation suivante :

$$(M + m)\ddot{x} + ml\ddot{\theta}\cos\theta - ml\dot{\theta}^2\sin\theta = F(t) \quad (1)$$

Le modèle obtenu est non linéaire, il présente une équation différentielle par degré de liberté. Si on se limite à des petites variations de  $\theta$  autour d'un point de fonctionnement  $\theta_0 = 0$ , nous aurons l'écriture du système différentiel selon  $x(t)$  et  $\theta(t)$  comme suit :

$$\begin{cases} \ddot{\theta}(t) = -g \frac{(M + m)}{Ml} \theta(t) - \frac{1}{Ml} F(t) \\ \ddot{x}(t) = g \frac{m}{M} \theta(t) + \frac{1}{M} F(t) \end{cases} \quad (2)$$

### 3. Fonctions de transfert du système

On remarque que l'équation différentielle selon  $\theta(t)$  s'écrit en fonction de force  $F(t)$  alors que celle selon  $x(t)$  dépend de  $F(t)$  et  $\theta(t)$ . On peut donc envisager de décrire le processus à l'aide de deux fonctions de transfert cascades comme présenté ci-dessous.

Notons :

$$T_1(p) = \frac{\theta(p)}{F(p)} \quad \text{et} \quad T_2(t) = \frac{X(p)}{\theta(p)} \quad (3)$$

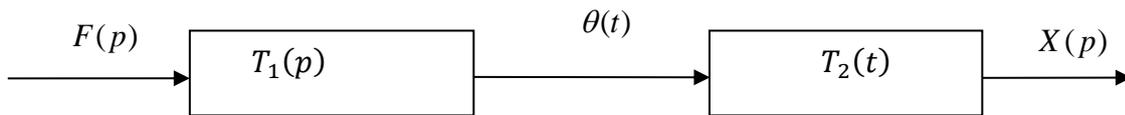


Schéma fonctionnel du système en boucle ouverte

**Question 1:** Montrer que

$$T_1(p) = \frac{\theta(p)}{F(p)} = \frac{-1}{Mlp^2 + g(M+m)} \quad \text{et} \quad T_2(p) = \frac{x(p)}{\theta(p)} = -\frac{g+lp^2}{p^2}$$

Avec les données numériques suivantes

$$M = 10Kg, \quad m = 5Kg, \quad l = 1m, \quad g = 9.81 \approx 10, \quad F_0 = 1$$

- Donner les expressions numériques de  $T_1(p)$  et  $T_2(p)$

**Question 2:** Calculer la fonction de transfert en boucle ouverte du portique

**Question 3:** Déduire alors sa fonction de transfert en boucle fermée

### 4. Modélisation dans l'espace d'état

En choisissant donc le valeur d'état :  $X = [x \quad \dot{x} \quad \theta \quad \dot{\theta}]^T$ , et  $Y = \begin{bmatrix} x \\ \theta \end{bmatrix}$

**Question 4:** Montrer que le modèle (2) peut être décrit comme suit:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g \frac{m}{M} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -g \frac{(M+m)}{Ml} & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M} \\ 0 \\ -\frac{1}{Ml} \end{bmatrix} \times F(t) \quad (4)$$

Et comme équation d'observation :

$$Y = \begin{bmatrix} x \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \quad (5)$$

**Question 5:** A l'aide Matlab Simulink, donner le modèle Simulink en boucle ouverte du portique.

Tracer la réponse impulsionnelle (utiliser *pulse generator*)

**Question 6:** A l'aide Matlab Simulink, donner le modèle Simulink en boucle fermée du portique.

Tracer la réponse indicielle (utiliser *step unitaire*)

## 5. Commande PID

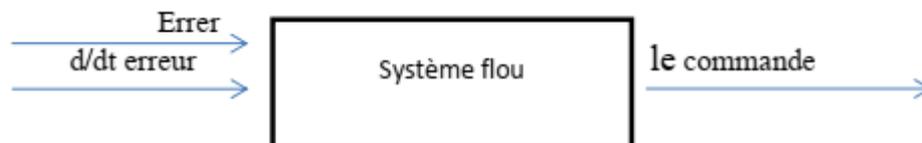
### Question 7:

- Donner le modèle Simulink de la régulation en boucle fermée (de la position  $\theta$  et  $x$ ) avec régulateur PID (structure parallèle) (P=10, D=1, I=1)
- Tracer la réponse indicielle (utiliser *step unitaire*)

## 6. Commande floue

Afin de comparer les performances entre la régulation floue et celle de PID, nous allons construire un régulateur flou stabilisant les deux positions ( $\theta$  et  $x$ ).

Le schéma générale du régulateur flou que l'on désire construire est représenté sur la figure suivante :



- **Entrées/Sortie du système :**
  - 2 entrées : erreur, change\_erreur
  - 1 sortie : control
- **Univers de discours :**
  - [-1 1] pour l'erreur
  - [-1 1] pour la dérivée de l'erreur
  - [-10 10] pour la commande
- **Fonction d'appartenance :**
  - $error\{N, Z, P\}$
  - $d\_error\{ng, zr, po\}$
  - $control\{NG, Zero, PG\}$
- **Choix des fonctions d'appartenance :**
- **pour error**
  - $N = \text{trimf}(-2, -1, 0)$
  - $Z = \text{trimf}(-1, 0, 1)$
  - $P = \text{trimf}(0, 1, 2)$

- **pour d\_error**
  - ng=trimf(-2,-1,0)
  - zr=trimf(-1,0,1)
  - po=trimf(0,1,2)
- **pour control**
  - NG=trimf(-20,0,10)
  - Zero=trimf(-1,0,1)
  - PG=trimf(0,10,20)
- Base de règle (règles d'inférence floue) :

control		error		
		N	Z	P
d_error	ng	PG		Zero
	zr	PG	Zero	NG
	po	Zero	NG	NG

- **Choix des opérateurs flous**

ET flou	Min
OU flou	Max
Implication floue	Min
Agrégation des règles	Max

**Question 8:** A l'aide la boîte 'fuzzy logic', conserver le SIF décrit ci-dessus (Le système flou est de type Mamdani).

**Question 9:** Donner le modèle Simulink de la régulation floue en boucle fermée (de la position  $\theta$  et  $x$ ) avec régulateur fou construit (utilisez l'échelon unitaire, et gain=1).

**Question 10:** Tracer la réponse indicielle obtenue à partir du régulateur floue puis à partir du régulateur PID (tracer les deux réponses en même figure)

**Question 11:** Conclure et commenter les résultats