

Exploitation quantitative d'un ADD

Techniques de calcul classiques : (3) Méthode DE DISJONCTION DES COUPES MINIMALES

□ Cette méthode est basée sur la **transformation de l'union des coupes minimales en l'union de nouvelles coupes mutuellement incompatibles**.

□ Le calcul de la **probabilité de l'événement sommet (redouté) $p(ER)$** se réalise selon la formule suivante :

$$p(ER) = p(C_1) + \sum_{j=2}^n p \left[\left(\prod_{i=1}^{j-1} \overline{C_i} \right) C_j \right]$$

□ Elle permet d'**atténuer fortement les deux inconvénients** inhérents à la deuxième méthode (**inclusion-exclusion**) :

✓ L'obtention de $p(ER)$ ne porte que sur un **nombre de termes bien inférieur à $2^n - 1$** .

✓ Il **n'est plus nécessaire de vérifier la dépendance** ou l'indépendance mutuelle des coupes minimales.

□ Application au système 2003

$$S = A.B + A.C + B.C$$

$$S = A.B \longrightarrow A.B \longrightarrow p(A.B) = 0.1 \times 0.1 = \mathbf{0.01}$$

$$+ A.C \longrightarrow + A.C . \overline{A.B} = A.C . \overline{B} \longrightarrow p(A.C . \overline{B}) = 0.1 \times 0.1 \times 0.9 = \mathbf{0.009}$$

$$+ B.C \longrightarrow + B.C . \overline{A.B} . \overline{A.C} = B.C . \overline{A} \longrightarrow p(B.C . \overline{A}) = \mathbf{0.009}$$

On en déduit :

$$p(S) = 0.01 + 0.009 + 0.009 = \mathbf{0.028}$$

Ce résultat est exact et donc identique à celui obtenu par la méthode d'inclusion-exclusion.

Exploitation quantitative d'un ADD

Techniques de calcul classiques : (3) Méthode DE DISJONCTION DES COUPES MINIMALES

□ La transformation de l'union des coupes minimales en l'union de nouvelles coupes mutuellement incompatibles *peut également être obtenue via le développement de Shannon* :

■ Règles :

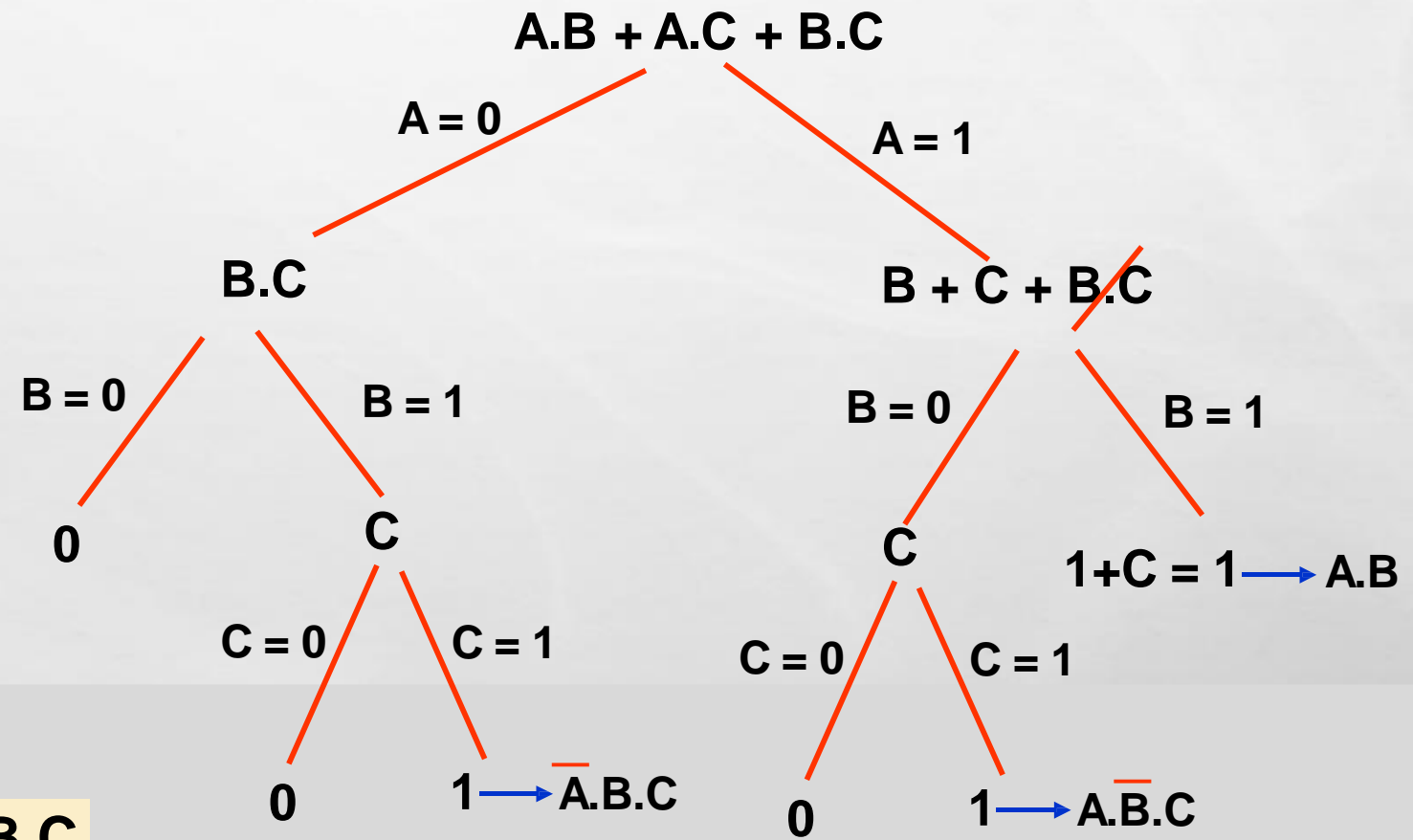
$$A + 0 = A$$

$$A + 1 = 1$$

$$A \cdot 0 = 0$$

$$A \cdot 1 = A$$

■ Arbre de Shannon relatif au système 2003



■ Résultat :

$$S = A.B + \overline{B}.A.C + \overline{A}.B.C$$

$$p(S) = p(A.B + \overline{B}.A.C + \overline{A}.B.C) = \mathbf{0.028}$$

- ❑ Les facteurs d'importance sont des **indicateurs** calculés pour **chaque événement de base** d'un arbre de défaillance.
- ❑ Ces indicateurs visent à **évaluer les contributions relatives des différents composants du système au risque global** (l'occurrence de l'ER ou l'événement sommet S).
- ❑ Si cet événement sommet décrit la défaillance d'un système quelconque et les événements de base représentent des défaillances de composants, le facteur d'importance est **la contribution du composant à la défaillance globale du système**.

Le **facteur d'importance marginale (MIF)** ou de Birnbaum peut être exprimé comme *la probabilité d'occurrence de l'événement sommet (S) sachant l'occurrence de l'événement de base (e) moins la probabilité d'occurrence de l'événement sommet (S) sachant la non-occurrence de l'événement de base (e)*. Le facteur (MIF) d'un composant (I) est donné par la formule :

$$MIF(S, e) = p(S|e) - p(S|\bar{e})$$

Exemple:

$$ES = ABC + AE + DE + DBC$$

$$MIF (ES, A) = P (ES/A) - P (ES/\bar{A})$$

$$MIF (ES, A) = P (BC + E) - P (DE + DBC)$$

Facteur d'importance critique (CIF)

Ce facteur est la **probabilité pour qu'un événement de base (e) soit défaillant et critique sachant que le système global est défaillant**. Autrement dit, il s'agit de la probabilité que le composant e ait provoqué la défaillance du système sachant que le système est défaillant. Il est défini comme suit:

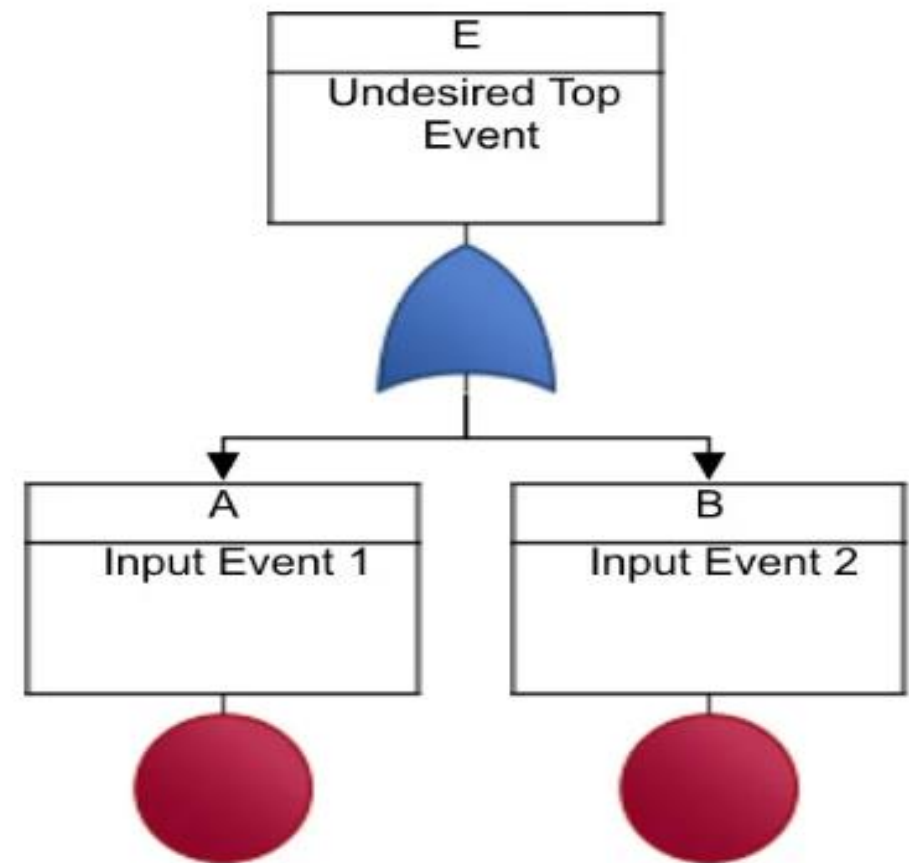
$$CIF(S, e) = \frac{p(e)}{p(S)} MIF(S, e)$$

Ce facteur peut aussi être calculé **pour une coupe minimale**

Prenons un exemple très simple d'arbre de défaillance et évaluons les mesures d'importance des événements.

On suppose que $P(A) = 0,1$ et $P(B) = 0,2$.

- Déterminer le facteur d'importance marginale de chaque événement de base ainsi que le facteur d'importance critique.



A simple example fault tree diagram.