

RAPPELS SUR LES CIRCUITS ELECTRIQUES EN COURANT ALTERNATIF

1 Introduction

Le développement, et surtout l'interconnexion, depuis la fin du 19^{ème} siècle, des réseaux de production, de transport et de distribution d'énergie électrique ont contraint les compagnies d'électricité à faire des choix communs sur la nature du système électrique; tensions continues ou alternatives, monophasées ou polyphasées, valeurs de la fréquence, ... Ces choix ont été dictés par des considérations techniques, mais aussi économiques. Ils ont conditionné l'évolution des réseaux d'énergie et ont figé au cours des décennies quelques paramètres fondamentaux qui ne correspondent plus forcément aujourd'hui à un optimum. C'est ainsi que la tension a été **choisie alternative**, afin de pouvoir exploiter les propriétés du transformateur pour transporter l'énergie en haute tension (pour minimiser les pertes) et l'utiliser en basse tension (pour des raisons de sécurité). Le système **triphase présente en plus des avantages** par rapport au monophasé : création plus simple d'un champ tournant (machines synchrones et asynchrones), exploitation possible des différents couplages des transformateurs, utilisation des tensions simples ou composées selon les besoins, puissance instantanée constante, ... Quand à la fréquence, elle a été choisie en fonction de contraintes techniques relatives aux matériels de réseau et aux machines tournantes. La fréquence optimale serait certainement aujourd'hui supérieure à 50 ou 60 Hz. Malgré le développement de l'électronique de puissance permettant d'exploiter des liaisons à courant continu, l'étude des réseaux électriques passe nécessairement par celle des systèmes triphasés.

2 Représentation des signaux sinusoïdaux

En première approximation, on peut considérer que les différents signaux présents sur un réseau d'énergie (tensions et courants) sont purement sinusoïdaux de fréquence imposée par les alternateurs : 50 Hz (Europe, Maghreb,..) ou 60 Hz (USA, ...), Dès lors, l'étude en régime permanent, à la fréquence fondamentale, d'un tel réseau et des différents éléments qui le composent permet déjà d'en comprendre les grands principes de fonctionnement. Dans ce contexte, la représentation et le traitement de signaux sinusoïdaux prend une importance toute particulière.

2.1 Représentation vectorielle : vecteurs de Fresnel

Considérons un signal sinusoïdal $s(t)$, de valeur crête A , de fréquence f et de phase φ :

$$s(t) = A \cos(\omega t + \varphi) \quad (1.1)$$

On définit les différentes grandeurs suivantes:

s est la valeur instantanée du signal; A est la valeur de crête;

$\omega = 2\pi f$ en rd/s est la pulsation ou vitesse angulaire, f est la fréquence en Hz;

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f} \quad \text{en secondes est la période du signal;}$$

$\theta = \omega t$ est l'angle de rotation; φ est l'angle de phase à l'origine;

La valeur moyenne :

$$A_{moy} = \frac{1}{T} \int_0^T s(t) dt = 0 \tag{1.2}$$

La valeur efficace :

$$A_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T s^2(t) dt} = \frac{A}{\sqrt{2}} \tag{1.3}$$

Un tel signal est entièrement caractérisé par trois variables A , ω et φ . On peut y associer une autre grandeur, en l'occurrence un vecteur, caractérisé lui-aussi par les mêmes trois variables. Ce vecteur $\vec{s}(t)$ est de module A et tourne dans le sens trigonométrique à la vitesse angulaire ω (pulsation). A l'instant $t = 0$, l'angle entre le vecteur et l'axe de référence vaut φ .

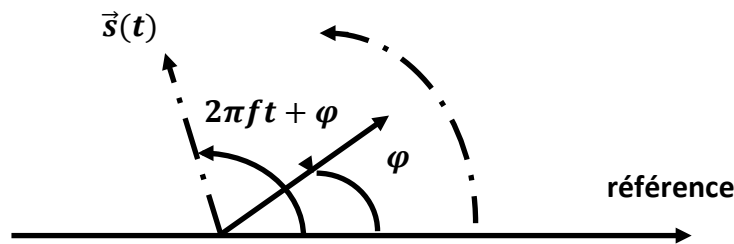


Fig. 1.1 : Représentation vectorielle d'une grandeur sinusoïdale

Si on considère deux signaux sinusoïdaux $s_1(t)$ et $s_2(t)$ de fréquences différentes f_1 et f_2 , les deux vecteurs associés $\vec{s}_1(t)$ et $\vec{s}_2(t)$ tourneront à des vitesses différentes. Leur déphasage sera donc variable au cours du temps. En revanche, si tous les signaux considérés sont à une fréquence fixe et connue f , cette information n'a plus d'intérêt; Tous les vecteurs associés aux signaux tournent à la même vitesse: ils sont fixes les uns par rapport aux autres. Dans ces conditions, seule la représentation des vecteurs à l'instant $t = 0$ présente un intérêt (on les appelle alors phaseurs). Sur le schéma, on peut lire l'amplitude des signaux et leurs phases.

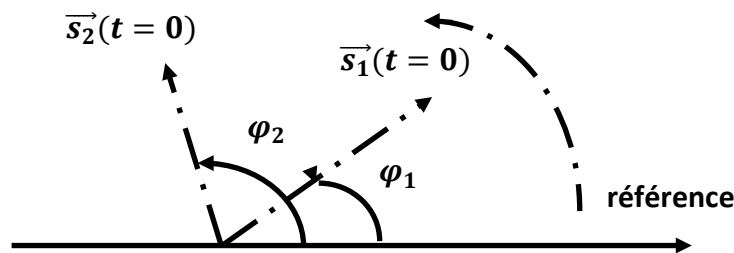


Fig. 1.2 : Représentation par des phaseurs

La somme (ou la différence) de signaux sinusoïdaux est équivalente à la somme (ou la différence) des vecteurs qui leurs sont associés. Cette représentation vectorielle permet de substituer à des calculs trigonométriques des raisonnements géométriques.

2.2 Représentation complexe

À chaque vecteur $\vec{s}(t)$ représentant un signal sinusoïdal $s(t)$ peut encore être associé un nombre complexe, noté $\bar{s}(t)$, dont la partie réelle est la projection de $\vec{s}(t)$ sur l'axe de référence, et la partie imaginaire la projection sur un axe en quadrature.

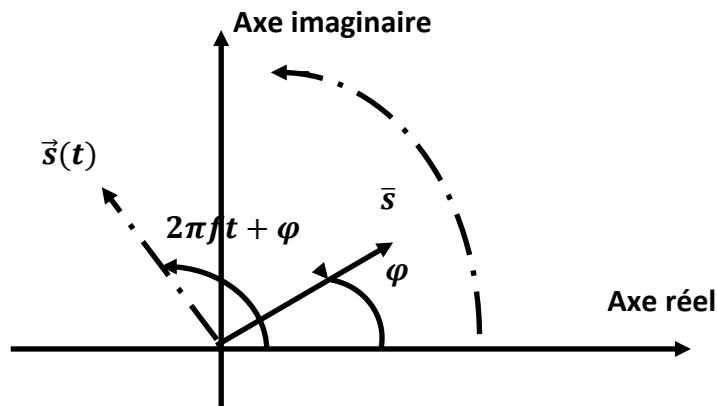


Fig. 1.3 : Représentation complexe d'une grandeur sinusoïdale

Le signal $s(t)$ défini par l'équation (1.1) peut s'exprimer comme la partie réelle de $\bar{s}(t)$ comme suit:

$$s(t) = \Re(Ae^{j\omega t} e^{\varphi}) \tag{1.4}$$

Là encore, si la fréquence du signal est a priori connue, on peut se contenter d'associer au signal $s(t)$ un nombre complexe plus simple, ne faisant intervenir que l'amplitude et la phase de $s(t)$:

$$s(t) = A\cos(\omega t + \varphi) \quad \rightarrow \quad \bar{s} = Ae^{j\varphi} \tag{1.5}$$

En électrotechnique, on préfère la notation $\bar{s} = A\angle\varphi$

La somme et différence trigonométriques se ramènent à la somme et différence de nombres complexes, ce qui est souvent plus simple.

Remarque importante: valeur efficace et valeur crête

Pour un signal $s(t)$ purement sinusoïdal, la valeur efficace A_{eff} et la valeur crête A sont reliées par la relation suivante: $A = \sqrt{2}A_{eff}$. A la définition de \bar{s} par la relation (1.5) est souvent préférée une autre définition, à partir de la valeur efficace : $\bar{s} = A_{eff} e^{j\varphi}$. Donc, par cette convention, on représentera le signal sinusoïdal par le vecteur de Fresnel à $t = 0$ et avec comme module la valeur efficace de la grandeur considérée.

Rappels sur le calcul complexe

Si $\bar{A} = a + jb = A \angle \theta$ alors

$$a = A \cdot \cos\theta \quad b = A \cdot \sin\theta \quad A = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \theta = \arctg\left(\frac{b}{a}\right)$$

Si $\bar{A} = a + jb = A \angle \theta_a$ et $\bar{B} = c + jd = B \angle \theta_b$ alors

$$\bar{A} \pm \bar{B} = (a \pm c) + j(b \pm d)$$

$$\bar{A} \cdot \bar{B} = AB \angle (\theta_a + \theta_b) \quad \frac{\bar{A}}{\bar{B}} = \frac{A}{B} \angle (\theta_a - \theta_b)$$

$$\bar{A}^2 = A^2 \angle 2\theta_a \quad \sqrt{\bar{A}} = \pm \sqrt{A} \angle \theta_a / 2$$

$$\bar{A}^* = a - jb = A \angle -\theta_a \quad (\text{conjugué de } \bar{A})$$

3 Impédances complexes

Considérons un dipôle linéaire alimenté en régime permanent sous une tension sinusoïdale $v(t)$ et parcouru par un courant $i(t)$.

Ces deux grandeurs (courant et tension) peuvent être associées à un diagramme vectoriel ainsi qu'à des nombres complexes \bar{V} et \bar{I} .

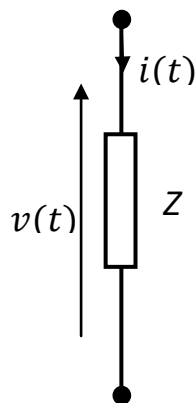


Fig. 1.4 : Dipôle linéaire d'impédance Z

3.1 Résistance

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \theta_i) \rightarrow v(t) = R \cdot i(t) = R \cdot I_m \cos(\omega t + \theta_i)$$

Si on écrit $\bar{I} = I \angle \theta_i$ alors

$$\bar{V} = R \cdot I \angle \theta_i = R \cdot \bar{I} \tag{1.6}$$

Le courant et la tension sont en phase ; Il n'y a pas de déphasage (Fig. 1.5).

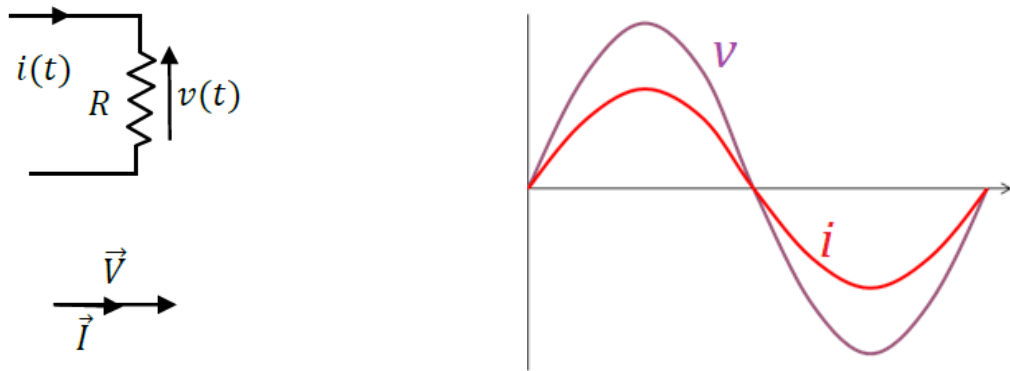


Fig. 1.5 : Résistance pure

3.2 Bobine parfaite – Inductance pure

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \theta_i) \rightarrow v(t) = L \frac{di(t)}{dt} = -L\omega I_m \sin(\omega t + \theta_i) = L\omega I_m \cos\left(\omega t + \theta_i + \frac{\pi}{2}\right)$$

Si on écrit $\vec{I} = I \angle \theta_i$ alors

$$\vec{V} = L\omega \cdot I \angle(\theta_i + 90^\circ) = L\omega \cdot I \angle \theta_i \angle 90^\circ = L\omega \vec{I} \angle 90^\circ = jL\omega \vec{I} \tag{1.7}$$

Le courant est en quadrature arrière par rapport à la tension ; Il y a un déphasage $\varphi = 90^\circ$ (Fig. 1.6).

$X = L\omega$ est la réactance (inductive) du circuit; $\vec{Z} = jL\omega$ est l'impédance complexe.

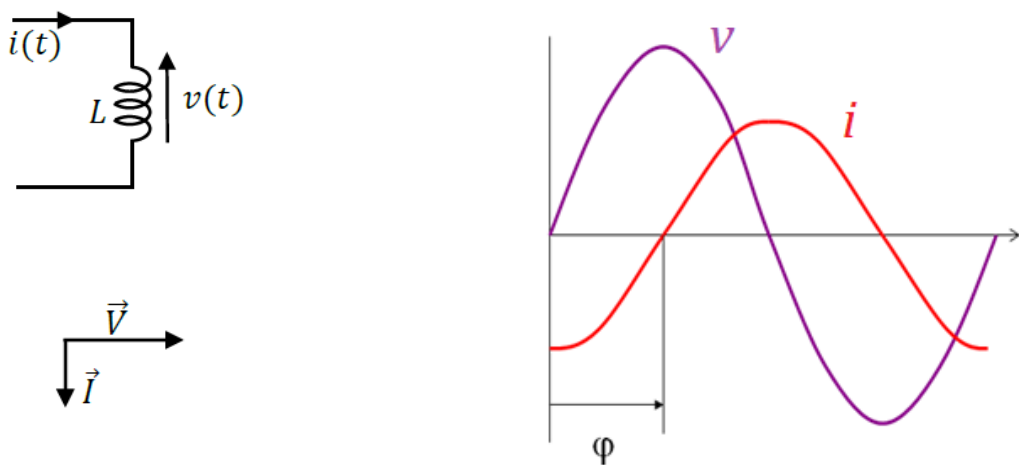


Fig. 1.6 : Inductance pure

3.3 Condensateur parfait – Capacité pure

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \theta_i) \rightarrow v(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt = \frac{1}{C\omega} I_m \sin(\omega t + \theta_i) = \frac{1}{C\omega} I_m \cos\left(\omega t + \theta_i - \frac{\pi}{2}\right)$$

Si on écrit $\vec{I} = I \angle \theta_i$ alors

$$\vec{V} = \frac{1}{C\omega} \cdot I \angle(\theta_i - 90^\circ) = \frac{1}{C\omega} \cdot I \angle \theta_i \angle(-90^\circ) = \frac{1}{C\omega} \vec{I} \angle(-90^\circ) = -j \frac{1}{C\omega} \vec{I} \tag{1.8}$$

Le courant est en quadrature avant par rapport à la tension ; Il y a un déphasage $\varphi = -90^\circ$ (Fig. 1.7).

$X = \frac{1}{C\omega}$ est la réactance (capacitive) du circuit; $\bar{Z} = -j \frac{1}{C\omega}$ est l'impédance complexe.

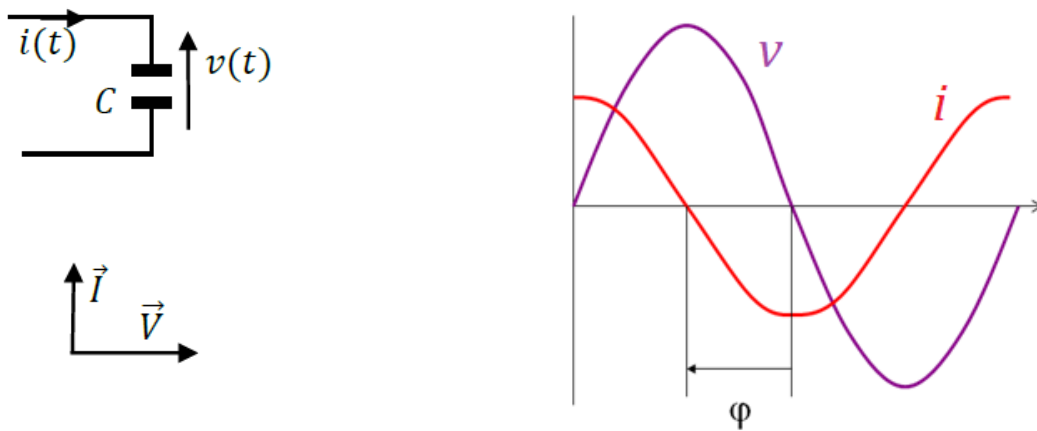


Fig. 1.7 : Capacité pure

3.4 Exemple d'application

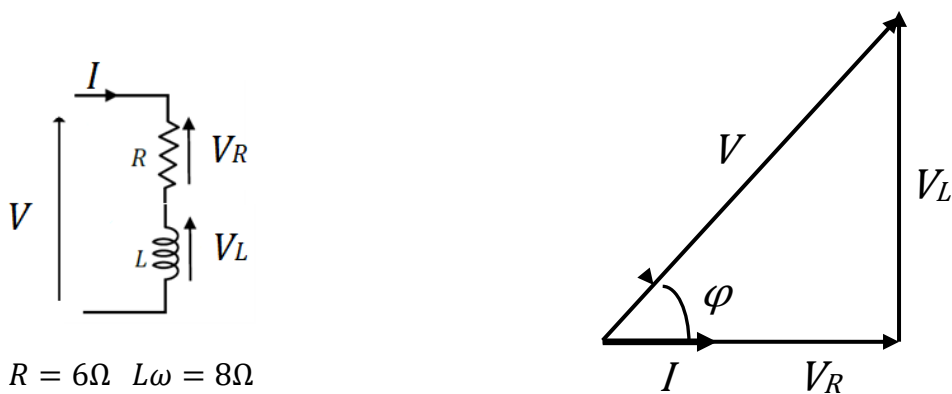


Fig. 1.8 : Circuit RL

Déterminer le déphasage entre V et I ; et calculer V pour $I = 1A$.

On choisit le courant comme référence. D'après la loi des mailles, on sait que $\vec{V} = \vec{V}_R + \vec{V}_L$

$$\vec{V} = \vec{V}_R + \vec{V}_L = R \cdot \vec{I} + jL\omega \cdot \vec{I} = (R + jL\omega) \cdot \vec{I} \tag{1.9}$$

Donc
$$\vec{V} = \bar{Z} \cdot \vec{I} \tag{1.10}$$

où $\bar{Z} = R + jL\omega$ est l'impédance complexe.

Définition: l'impédance d'un circuit $Z = V/I$ mesure l'opposition que la charge offre au passage du courant. L'admittance est l'inverse de Z :

$$\bar{Y} = 1/\bar{Z} = G + jB \tag{1.11}$$

Le courant est déphasé en retard par rapport à la tension d'un angle φ tel que $tg\varphi = L\omega/R$.

A.N.:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \varphi &= \frac{8}{6} = 1,33 & \text{d'où} & \quad \varphi = 59^\circ \\ Z &= \sqrt{6^2 + 8^2} = 10\Omega & \text{d'où} & \quad V = Z \cdot I = 10 \times 1 = 10V \end{aligned}$$

Remarque: Association série/parallèle

L'analyse par les lois des mailles, nœuds et association d'impédances est identique à celle des circuits à courant continu avec les résistances.

Si Z_1 et Z_2 sont montées en série alors $\bar{Z} = \bar{Z}_1 + \bar{Z}_2$

Si Z_1 et Z_2 sont montées en parallèle alors $1/\bar{Z} = 1/\bar{Z}_1 + 1/\bar{Z}_2$

4 Puissance dans les circuits monophasés

Reprenons le dipôle de la figure 1.4 et étudions comment se répartit la puissance instantanée dissipée. L'origine des temps est choisie telle que :

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \theta_i) \tag{1.12}$$

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \theta_v) \tag{1.13}$$

La puissance instantanée dissipée dans le dipôle a pour expression

$$p(t) = v(t) \cdot i(t) = V_m I_m \cos(\omega t + \theta_v) \cdot \cos(\omega t + \theta_i) \tag{1.14}$$

Cette puissance fluctue au cours du temps.

En utilisant la relation: $\cos A \cdot \cos B = \frac{1}{2} \cos(A - B) \cdot \cos(A + B)$

$$p(t) = \frac{1}{2} V_m I_m [\cos(\theta_v - \theta_i) + \cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i)]$$

$$p(t) = \frac{1}{2} V_m I_m [\cos(\theta_v - \theta_i) + \cos(2(\omega t + \theta_v) - (\theta_v - \theta_i))]$$

$$p(t) = \frac{1}{2} V_m I_m [\cos(\theta_v - \theta_i) + \cos(2(\omega t + \theta_v)) \cdot \cos(\theta_v - \theta_i) + \sin(2(\omega t + \theta_v)) \cdot \sin(\theta_v - \theta_i)]$$

$$p(t) = \frac{1}{2} V_m I_m [\cos(\theta_v - \theta_i) \cdot (1 + \cos 2(\omega t + \theta_v)) + \sin(\theta_v - \theta_i) \cdot \sin 2(\omega t + \theta_v)] \tag{1.15}$$

En posant:

$$V = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \quad I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \quad \varphi = \theta_v - \theta_i$$

$$p(t) = \underbrace{VI \cos \varphi [1 + \cos(2\omega t + 2\theta_v)]}_{P_R(t)} + \underbrace{VI \sin \varphi [\sin(2\omega t + 2\theta_v)]}_{P_X(t)} \tag{1.16}$$

V et I sont appelés valeurs efficaces de tension et de courant. L'équation montre que la puissance instantanée peut être décomposée en deux parties.

$P_R(t)$ est l'énergie absorbée par le circuit : c'est une composante alternative oscillant à deux fois la fréquence. La valeur moyenne de la puissance instantanée est égale à la valeur moyenne de ce premier terme $P_R(t)$ et est donnée par :

$$P = VI \cos \varphi \quad (1.17)$$

C'est la puissance active ou réelle, son unité est le Watt. Elle représente l'énergie effectivement récupérable par la charge (sous forme de travail mécanique, de chaleur, etc.).

L'angle φ est l'angle de phase de l'impédance et représente le déphasage entre la tension et le courant. Son cosinus, $\cos \varphi$, joue un rôle important dans la détermination de la puissance moyenne. Il est dénommé facteur de puissance (retard ou avance?!).

$P_X(t)$ est l'énergie empruntée et retournée par le courant. Elle oscille à 2 fois la fréquence avec une valeur moyenne nulle. Elle reflète l'oscillation de la puissance qui entre et ressort de la charge du fait de sa composante réactive (inductive ou capacitive). Son amplitude est désignée par Q et appelée puissance réactive.

$$Q = VI \sin \varphi \quad (1.18)$$

Son unité est le VAr (ou var), Volt-Ampère-réactif. La puissance réactive traduit les échanges d'énergie, à valeur moyenne nulle entre une source et une inductance ou une capacité. Périodiquement, l'inductance stocke une certaine énergie magnétique fournie par la source puis la restitue.

Si le dipôle est inductif ($L\omega > 1/C\omega$), alors $Q > 0$; on dit que le dipôle consomme de la puissance réactive. Si le dipôle est capacitif ($L\omega < 1/C\omega$), alors $Q < 0$; on dit que le dipôle fournit de la puissance réactive.

Remarque : Avec la convention de signe récepteur, si la puissance est positive alors le système considéré reçoit de l'énergie, si la puissance est négative alors il cède de l'énergie.

Il est nécessaire de réduire au maximum les transits de puissance réactive sur un réseau d'énergie. En effet, pour une même puissance utile (active), une plus grande puissance réactive conduit à un courant absorbé plus grand, et par conséquent, à plus de pertes. Ceci reviendra en fait à limiter le déphasage entre tension et courant (c'est-à-dire avoir un facteur de puissance le plus proche possible de 1). Là où le réseau est trop inductif, il conviendra par exemple de rajouter des éléments capacitifs (compensation de puissance réactive par bancs de capacités).

On définit la puissance apparente, dont l'unité est le VA (Volt-Ampère):

$$S = V \cdot I = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad (1.19)$$

et la puissance complexe:

$$\bar{S} = \bar{V} \cdot \bar{I}^* = VI e^{j\varphi} = VI \cos \varphi + jVI \sin \varphi = P + jQ \quad (1.20)$$

Le facteur de puissance s'exprime alors aussi par: $\cos\varphi = \frac{P}{S}$ (1.21)

Graphiquement, on représente le triangle des puissances de la figure 1.9 ci-contre.

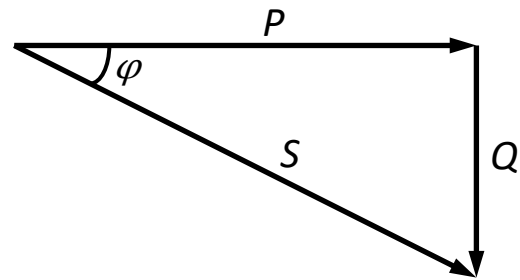


Fig. 1.9 : Triangle des puissances

Si l'impédance de la charge est $\bar{Z} = R + jX$ alors $\bar{V} = \bar{Z} \cdot \bar{I}$, on aura:

$$\bar{S} = \bar{V} \cdot \bar{I}^* = \bar{Z} \cdot \bar{I} \cdot \bar{I}^* = \bar{Z} \cdot I^2 = R \cdot I^2 + jXI^2$$

Donc

$$P = RI^2 \text{ et } Q = XI^2 \quad (1.22)$$

D'une autre façon, on peut écrire:

$$\bar{S} = \bar{V} \cdot \bar{I}^* = \bar{V} \cdot \left(\frac{\bar{V}}{\bar{Z}}\right)^* = \bar{V} \cdot \frac{\bar{V}^*}{\bar{Z}^*} = \frac{V^2}{\bar{Z}^*} \rightarrow \bar{Z} = \frac{V^2}{\bar{S}^*}$$

Il en découle, que pour une résistance pure, $Q = 0$ et $P = V^2/R$ alors que pour une inductance (ou une capacité) $P = 0$ et $Q = V^2/X$.

Equilibre de puissance: théorème de Boucherot

Dans un réseau, à fréquence constante, il y a conservation de la puissance active d'une part et de la puissance réactive d'autre part.

Dans un réseau quelconque en régime sinusoïdal, la puissance active totale est la somme de toutes les puissances actives dissipées dans les différents éléments, et la puissance réactive totale est la somme des puissances réactives dissipées dans les divers éléments. Le théorème s'appliquera aux systèmes triphasés.

Le théorème de Boucherot n'est pas valable pour la puissance apparente.

5 Systèmes triphasés

La production et le transport de l'énergie électrique se font sous forme triphasée, en régime sinusoïdal. Ce sont les contraintes liées au transport de l'énergie électrique qui expliquent ce choix. Pour fournir une même puissance P à un utilisateur une ligne triphasée subit de moitié moins de pertes par effet Joule qu'une ligne monophasée (de même section). Le choix d'une ligne triphasée permet également (à pertes égales) une économie de cuivre.

Trois grandeurs sinusoïdales forment un système équilibré si elles ont même valeur efficace et si elles sont régulièrement déphasées entre elles (cette définition implique qu'elles aient la même pulsation). Le système formé par ces trois grandeurs est dit direct si, en les ayant repérées par les indices 1, 2 et 3, la deuxième est déphasée en retard de $2\pi/3$ et la troisième de $4\pi/3$.

5.1 Tensions simples

La distribution d'énergie par le réseau électrique se fait sur trois phases et un neutre. Les tensions v_1 , v_2 et v_3 prises entre phase et neutre, c'est à dire par rapport à un point commun, sont appelées **tensions simples**. Idéalement, ces tensions simples forment un système équilibré direct. Les schémas suivants (Fig. 1.10) représentent le réseau de distribution et la représentation de Fresnel associée aux trois tensions simples entre phase et neutre.



Fig. 1.10 : Tensions simples

Les trois tensions ont pour expressions :

$$\begin{aligned}
 v_1(t) &= V\sqrt{2} \cdot \cos(\omega t) \\
 v_2(t) &= V\sqrt{2} \cdot \cos(\omega t - 2\pi/3) \\
 v_3(t) &= V\sqrt{2} \cdot \cos(\omega t - 4\pi/3)
 \end{aligned}
 \tag{1.23}$$

La représentation graphique associée est donnée ci-dessous :

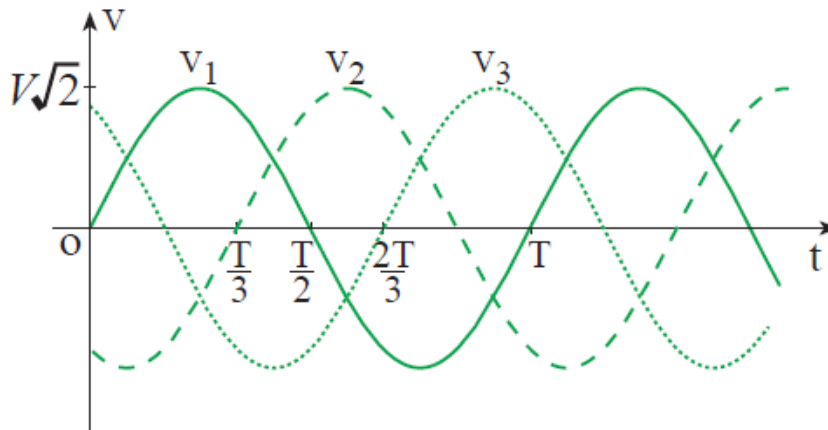


Fig. 1.11 : Représentation des tensions simples

La somme de trois grandeurs sinusoïdales formant un système équilibré est nulle. On vérifie bien $v_1 + v_2 + v_3 = 0$; on retrouve ce résultat à partir de la représentation de Fresnel.

Opérateur rotation a :

L'opérateur rotation a , est la racine cubique de l'unité :

$$a = a \angle 120^\circ = e^{j2\pi/3} = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + j\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \tag{1.24}$$

La multiplication d'un complexe par a donne un complexe de même module déphasé en avance de 120° (ou $2\pi/3$). D'où:

$$\bar{V}_2 = a^2\bar{V}_1 \quad \text{et} \quad \bar{V}_3 = a\bar{V}_1 .$$

Ce résultat est cohérent avec l'expression $1 + a + a^2 = 0$ donnée par le calcul mathématique.

5.2 Tensions composées

La plupart du temps les réseaux triphasés sont sans neutre (ou bien leur neutre n'est pas accessible) ; la mesure de la tension efficace est impossible à effectuer. Une solution consiste alors à choisir une mesure des tensions entre les phases, on parle alors de **tensions composées**.

Le schéma de la figure 1.12 suivant précise la notation utilisée.

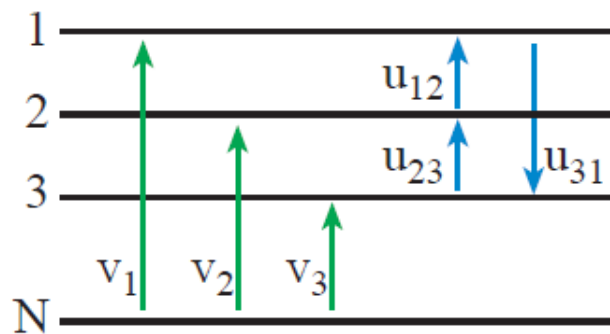


Fig. 1.12 : tensions composées

On a alors :

$$\begin{aligned} u_{12}(t) &= v_1 - v_2 = U\sqrt{2} \cdot \cos(\omega t + \pi/6) \\ u_{23}(t) &= v_2 - v_3 = U\sqrt{2} \cdot \cos(\omega t - \pi/2) \\ u_{31}(t) &= v_3 - v_1 = U\sqrt{2} \cdot \cos(\omega t + 5\pi/6) \end{aligned} \tag{1.25}$$

Ou en notation complexe :

$$\begin{aligned} \bar{U}_{12} &= \bar{V}_1 - \bar{V}_2 = (1 - a^2)\bar{V}_1 = \sqrt{3}V \angle 30^\circ = U \angle 30^\circ \\ \bar{U}_{23} &= \bar{V}_2 - \bar{V}_3 = (a^2 - a)\bar{V}_1 = \sqrt{3}V \angle -90^\circ = U \angle -90^\circ \\ \bar{U}_{31} &= \bar{V}_3 - \bar{V}_1 = (a - 1)\bar{V}_1 = \sqrt{3}V \angle 150^\circ = U \angle 150^\circ \end{aligned} \tag{1.26}$$

Le tracé des vecteurs de Fresnel associés aux tensions composées est sur figure 1.13 ci-dessous.

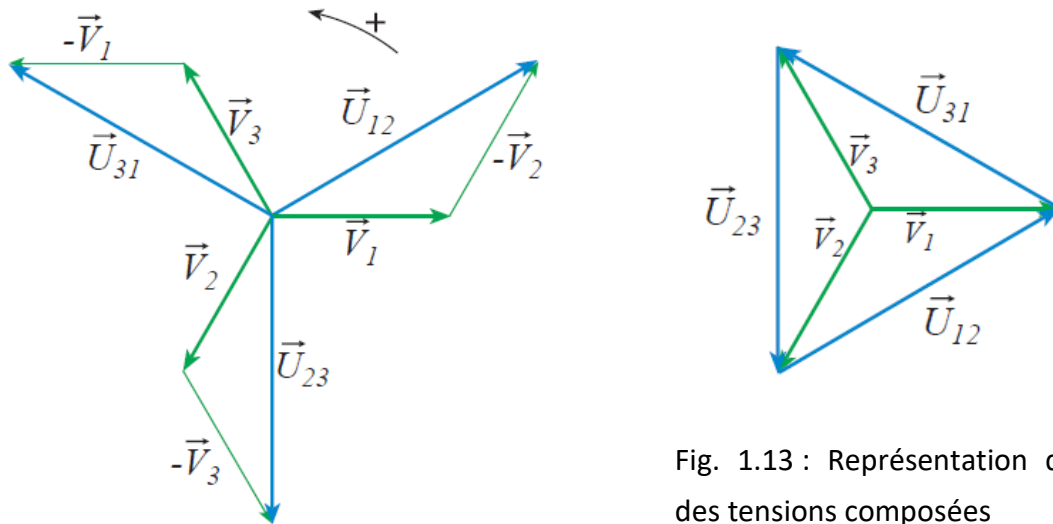


Fig. 1.13 : Représentation de Fresnel des tensions composées

On retrouve à partir de la figure 1.14 ci-contre :

$$U = 2V \cdot \cos(30^\circ) = V\sqrt{3}$$

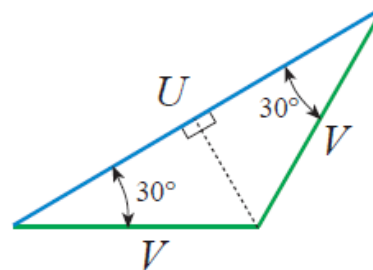


Fig. 1.14 : Relation tension simple-tension composée

Si le réseau est équilibré le système formé par les trois tensions composées choisies est équilibré et direct (on vérifie bien sur le schéma ou par le calcul que $u_{12} + u_{23} + u_{31} = 0$). C'est un système triphasé équilibré en avance de 30° sur celui des tensions simples.

Le tracé des tensions composées est donné ci-dessous (Fig. 1.15) :

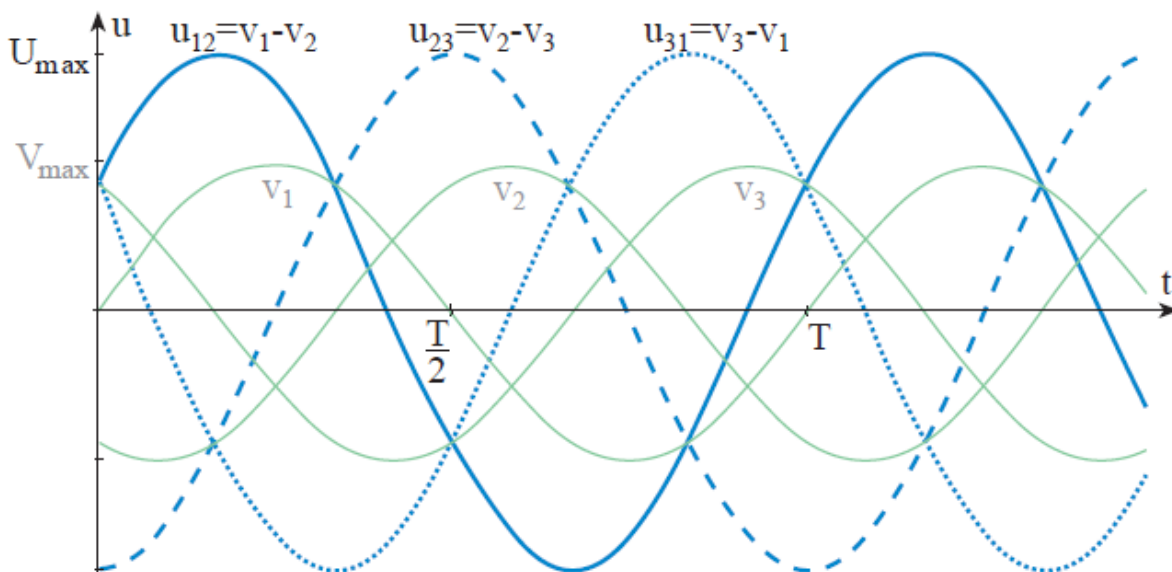


Fig. 1.15 : Représentation des tensions composées

5.3 Modes de groupement des phases

On peut obtenir une source triphasée équilibrée en connectant les unes aux autres 3 sources de tension (ou de courant) sinusoïdales ayant même amplitude, même fréquence et déphasées de 120° . Si on considère ces sources monophasées comme indépendantes, il apparaît deux problèmes: pas de référence de tension commune et système à 6 fils donc pas d'avantage. Il est donc nécessaire de relier certains fils: coupler les phases. On distingue deux modes de couplage: **couplage en étoile (Y)** et **couplage en triangle (Δ)**. Dans le couplage étoile, le raccordement réalise la référence de tension qu'on appelle le neutre N. Le couplage triangle ne possède ni neutre ni tensions simples. Par contre, il présente 2 types de courant: courants de lignes et courants de phases.

Les systèmes triphasés ont, en général, des charges réparties sur les trois phases. De même qu'avec les générateurs, il est possible de connecter ces charges en étoile ou en triangle. La manière de connecter des charges permet de présenter des valeurs de tensions simples ou de tensions composées aux récepteurs.

On parle d'équivalence de deux charges triphasées si la puissance consommée est identique. Il est possible, pour chaque système de charge, de déterminer le système en étoile ou en triangle équivalent.

1) Couplage étoile – étoile (Y-Y)

Dans cette partie on considère que les générateurs et récepteurs sont en régime équilibré. Les trois générateurs de tension sont montés en étoile avec un point commun N et délivrent trois tensions sinusoïdales équilibrées v_1, v_2 et v_3 . Ils sont reliés à trois impédances de charge identiques Z montées en étoile autour du point commun N', via trois lignes numérotées 1, 2, 3 et une ligne neutre entre N et N' (Fig. 1.16).

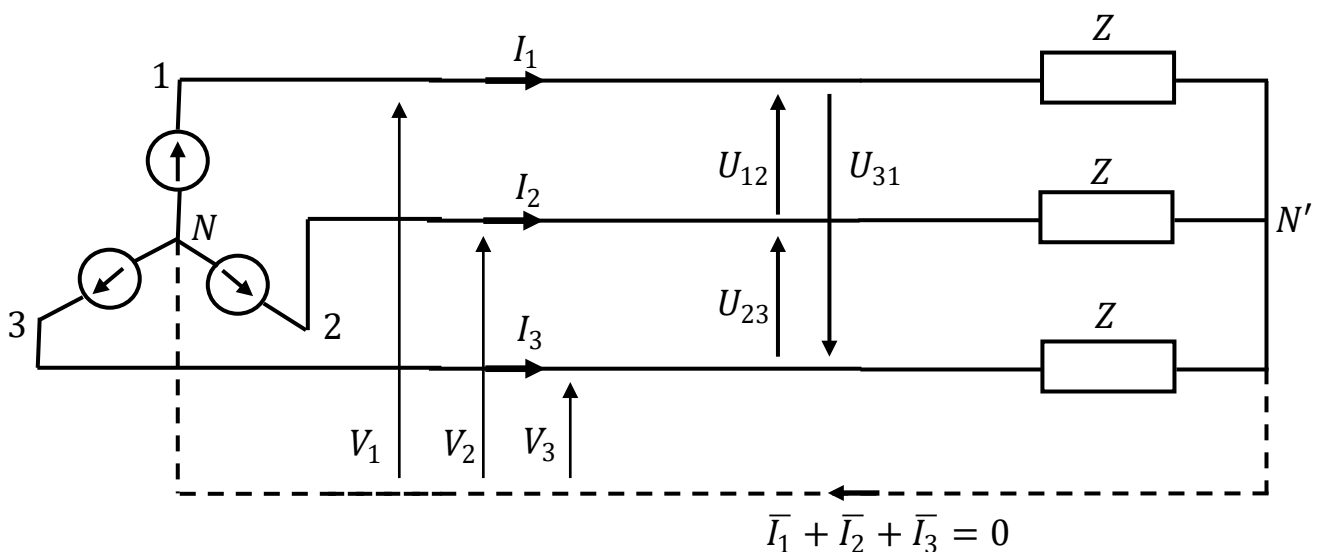


Fig. 1.16 : Couplage étoile-étoile

On note i_1 , i_2 et i_3 les trois courants de ligne ; ces courants traversent les trois impédances de charge. En régime équilibré le courant dans le neutre est nul ($i_1 + i_2 + i_3 = 0$), ce dernier peut donc être supprimé sans modifier le fonctionnement du montage (dessin en pointillés). N et N' sont donc au même potentiel, qu'un neutre soit présent ou non.

Afin de simplifier l'étude des montages triphasés (et ce quelque soit le mode de couplage choisi) on essaiera de se ramener à un schéma équivalent monophasé. L'étude d'une seule phase est en effet suffisante, le comportement des deux autres étant identique à 120° ou 240° près.

N et N' étant au même potentiel on peut écrire :

$$\begin{aligned} \bar{V}_1 &= \bar{Z} \cdot \bar{I}_1 \\ \bar{V}_2 &= \bar{Z} \cdot \bar{I}_2 \\ \bar{V}_3 &= \bar{Z} \cdot \bar{I}_3 \end{aligned} \tag{1.27}$$

Ce qui conduit à un schéma monophasé équivalent extrêmement simple (Fig. 1.17) en posant

$$\bar{V} = \bar{Z} \cdot \bar{I} \tag{1.28}$$

Cette relation s'applique aux trois phases aux déphasages près.

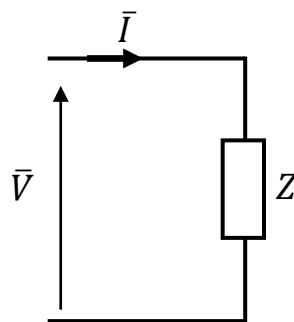


Fig. 1.17 : Schéma monophasé équivalent (cas Y-Y)

2) Couplage étoile – triangle (Y-Δ)

Pour ce couplage les générateurs sont montés en étoile et les impédances de charge en triangle (c'est à dire en boucle de façon à former un triangle fermé relié par ses trois sommets aux trois lignes). Ce couplage est donné par la schéma de la figure 1.18.

L'utilisation d'une charge en triangle ne permet pas l'existence d'un neutre. On appelle j_{12} , j_{23} et j_{31} les courants de phase traversant les impédances de charge. La relation entre les courants de phase et de ligne peut être obtenue par :

$$\begin{aligned} \bar{I}_1 &= \bar{J}_{12} - \bar{J}_{31} = J\sqrt{3} \angle -30^\circ = I \angle -30^\circ \\ \bar{I}_2 &= \bar{J}_{23} - \bar{J}_{12} = J\sqrt{3} \angle -150^\circ = I \angle -150^\circ \\ \bar{I}_3 &= \bar{J}_{31} - \bar{J}_{23} = J\sqrt{3} \angle 90^\circ = I \angle 90^\circ \end{aligned} \tag{1.29}$$

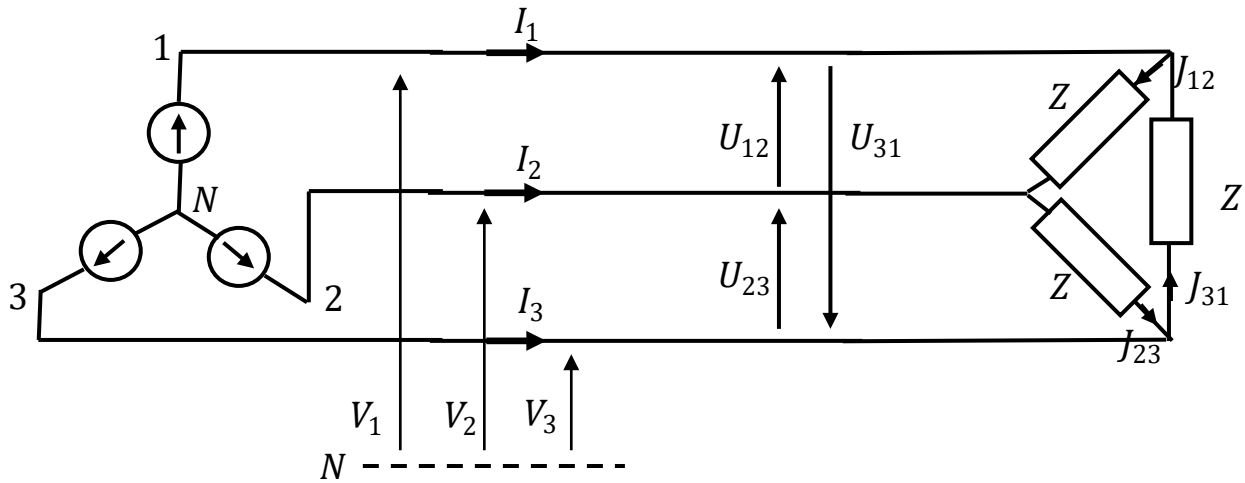


Fig. 1.18 : Couplage étoile – triangle

On établit aisément :

$$\bar{J}_{ik} = \frac{\bar{U}_{ik}}{\bar{Z}} \quad i, k = 1, 2, 3 \tag{1.30}$$

et on établit de façon similaire à partir de la traduction vectorielle de la loi des nœuds (Fig. 1.19) :

$$\bar{I}_i = \sqrt{3} \bar{J}_{ik} \angle -30^\circ \tag{1.31}$$

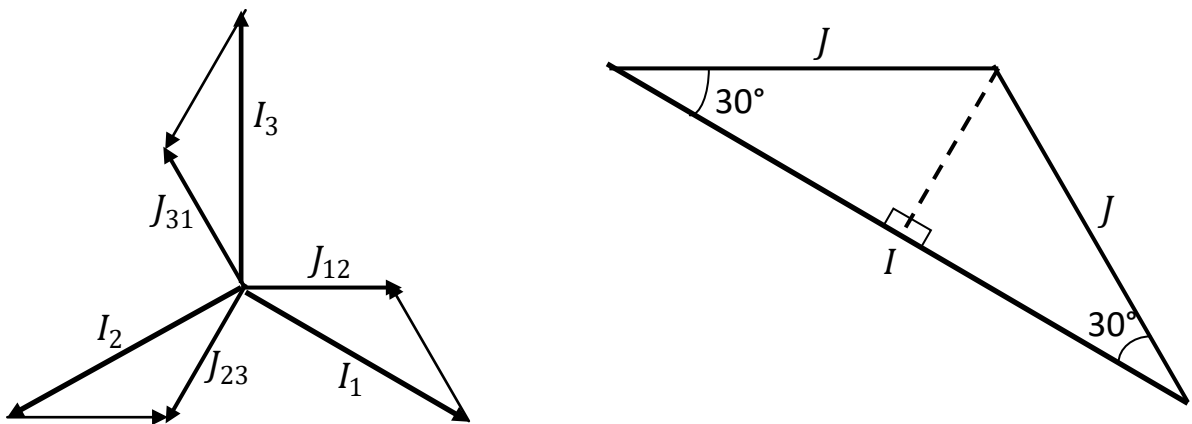


Fig. 1.19 : Représentation vectorielle des courants de phase et de ligne

Or on a vu $\bar{U}_{ik} = \sqrt{3} \bar{V}_i \angle 30^\circ$

d'où :

$$\bar{I}_i = \sqrt{3} \frac{\bar{U}_{ik}}{\bar{Z}} \angle -30^\circ = \sqrt{3} \frac{\sqrt{3} \bar{V}_i \angle 30^\circ}{\bar{Z}} \angle -30^\circ = 3 \frac{\bar{V}_i}{\bar{Z}} = \frac{\bar{V}_i}{\left(\frac{\bar{Z}}{3}\right)} \tag{1.32}$$

ce qui conduit au schéma monophasé équivalent suivant (Fig. 1.20):

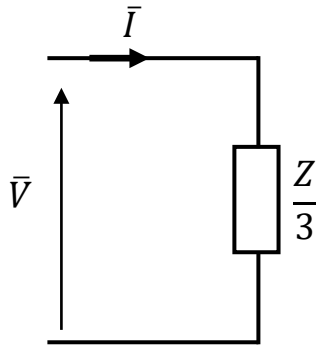


Fig. 1.20 : Schéma monophasé équivalent (cas Y-Δ)

3) Couplage triangle – étoile (Δ-Y)

Les tensions composées associées à une source en triangle peuvent être exprimées par des tensions simples repérées par rapport à un point neutre fictif N, telles que $\bar{U}_{ik} = \sqrt{3}\bar{V}_i \angle 30^\circ$. On obtient le schéma monophasé équivalent simple de la figure 1.22.

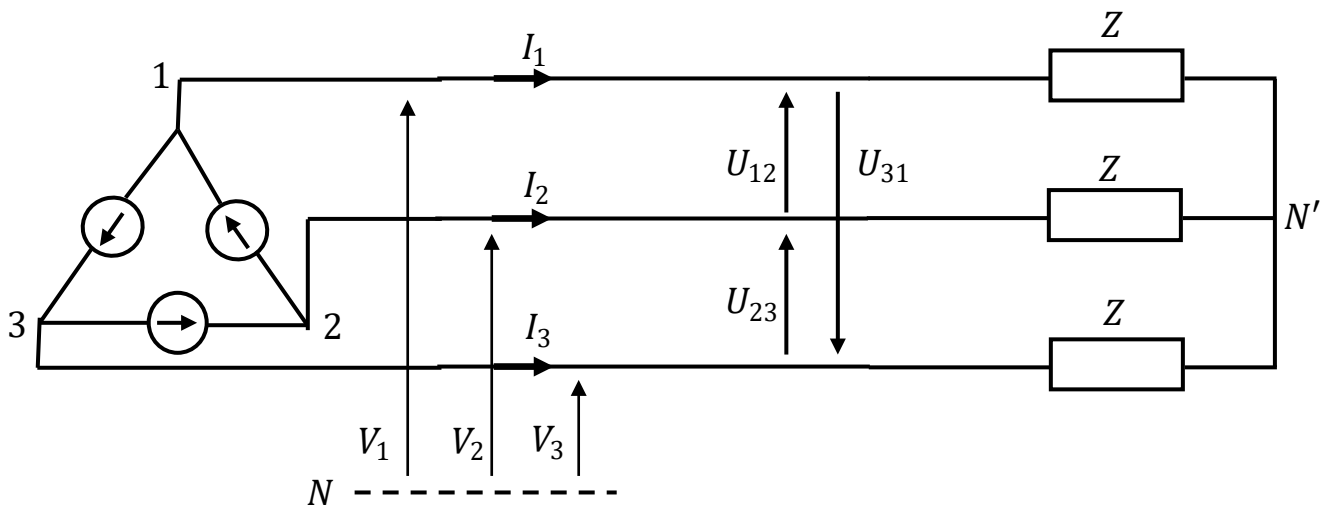


Fig. 1.21 : Couplage triangle-étoile

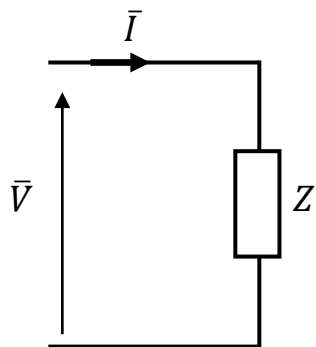


Fig. 1.22 : Schéma monophasé équivalent (cas Δ-Y)

4) Couplage triangle – triangle ($\Delta-\Delta$)

A partir du mode de couplage triangle – triangle on se ramène au couplage triangle – étoile en remplaçant la charge triangulaire par une charge en étoile équivalente d'impédances $Z/3$ (transformation de Kennelly). Ce qui conduit au schéma monophasé équivalent de la figure 1.24.

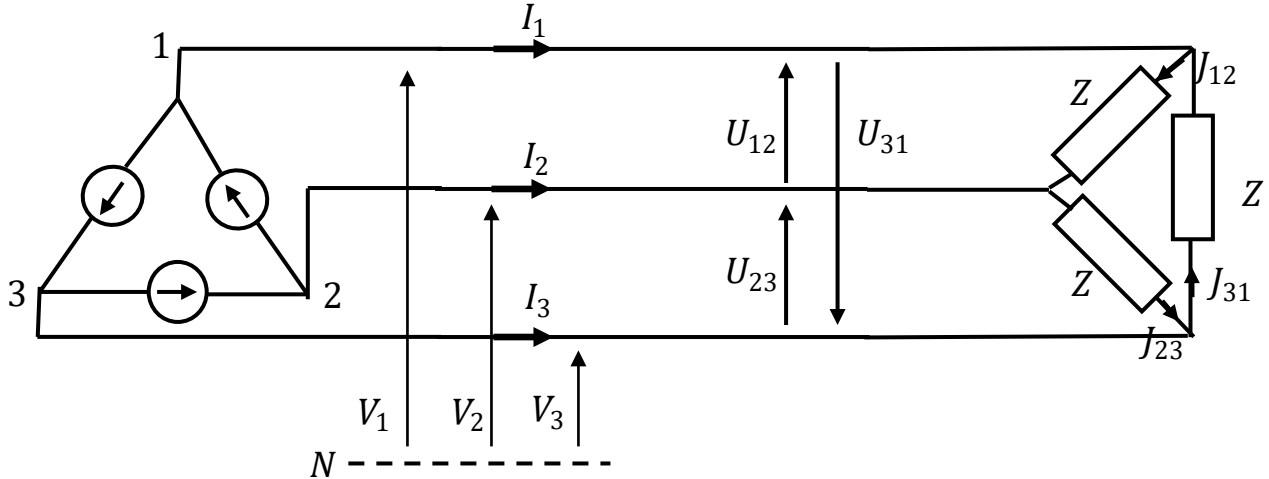


Fig. 1.23 : Couplage triangle-triangle

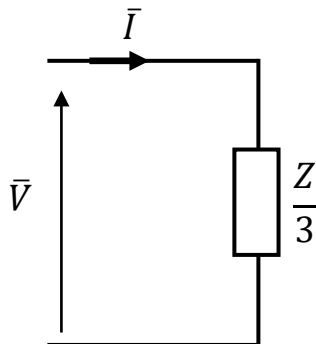


Fig. 1. 24 : Schéma monophasé équivalent (cas $\Delta-\Delta$)

Conclusion:

L'étude d'un réseau triphasé équilibré et symétrique en régime sinusoïdal s'effectue grâce au schéma monophasé équivalent. Ce dernier ne doit comporter que des tensions simples, des courants de ligne et des impédances ramenées en étoile.

5.5 Puissance en triphasé

En triphasé on considère les puissances relatives aux trois phases simultanément. En considérant les tensions simples v_1 , v_2 et v_3 et les courants de ligne i_1 , i_2 et i_3 on a comme expression de la puissance instantanée :

$$p(t) = p_1 + p_2 + p_3 = v_1 i_1 + v_2 i_2 + v_3 i_3 \tag{1.33}$$

En régime triphasé équilibré sinusoïdal et en choisissant de façon adéquate l'origine des phases on peut écrire :

$$v_1(t) = V\sqrt{2} \cdot \cos(\omega t) \quad i_1(t) = I\sqrt{2} \cdot \cos(\omega t + \varphi)$$

$$v_2(t) = V\sqrt{2} \cdot \cos(\omega t - 2\pi/3) \quad i_2(t) = I\sqrt{2} \cdot \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3} + \varphi)$$

$$v_3(t) = V\sqrt{2} \cdot \cos(\omega t - 4\pi/3) \quad i_3(t) = I\sqrt{2} \cdot \cos(\omega t - \frac{4\pi}{3} + \varphi)$$

d'où :

$$p(t) = 2VI \left[\cos(\omega t) \cos(\omega t + \varphi) + \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3} + \varphi\right) + \cos(\omega t - 4\pi/3) \cos(\omega t - \frac{4\pi}{3} + \varphi) \right] = 3VI \cos\varphi \quad (1.34)$$

La puissance consommée par la charge est constante. A la différence de la puissance moyenne en monophasé, aucun terme de puissance fluctuante n'apparaît :

$$p(t) = P = 3VI \cos\varphi \quad (1.35)$$

C'est là l'un des grands intérêts du régime triphasé qui permet la réalisation de machines tournantes sans à coup de puissance (couple moteur constant).

La puissance réactive est la partie imaginaire de la puissance complexe :

$$Q = 3VI \sin\varphi \quad (1.36)$$

Donc

$$\bar{S} = P + jQ = 3VI \angle\varphi \quad (1.37)$$

La puissance apparente est égale à son module

$$S = 3VI = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad (1.38)$$

Grandeurs de ligne :

Compte tenu des relations établies pour les grandeurs de lignes, que le système soit en étoile ou en triangle, on trouve que :

$$P = \sqrt{3}UI \cos\varphi \quad (1.39)$$

$$Q = \sqrt{3}UI \sin\varphi \quad (1.40)$$

$$S = \sqrt{3}UI \quad (1.41)$$

Cette dernière écriture doit cependant être manipulée avec prudence car le déphasage φ est mesuré entre tension simple et courant de ligne.