مفاهيم أساسية : المحور الثاني : إختبار الاستقرارية

قبل التطرق لمفهوم الاستقرارية، لابد من التطرق إلى مجموعة من المفاهيم الأساسية كما يلي:

1) تعريف السيرورة العشوائية STOCHASTIC PROCESSES.

هي السلسلة الزمنية تحت الدراسة وهي عينة من سلسلة (Sample Series) لانهائية الطول، وتسمى أحيانا الطاقم (ensemble)، وكل عنصر من الطاقم يسمى تحققا أو واقعا (realization) أو سيرورة عشوائية،

وفي حالة ما إذا كانت السيرورة متصلة تكتب $Y(t)$، حيث $(0 \leq t \leq T)$

مثال على سيرورة متصلة (تخطيط القلب، بيانات الكهرباء ...).

وفي حالة ما إذا كانت سيرورة متقطعة تكتب Y_t حيث: $t = 1, 2 \dots N$

وبما أن معظم البيانات الاقتصادية عبارة عن نقاط متقطعة في الزمن نستخدم الرمز Y_t بدلا من $Y(t)$، مثال على سيرورة متقطعة: PIB، ...

ب) السيرورة العشوائية المحضة purely Random process.

نقول عن سيرورة عشوائية أنها عشوائية محضة إذا كان متوسطها معدوم، وتباينها ثابت، ولا تعاني من الارتباط الذاتي وتتوزع بشكل متماثل، تجدر الإشارة إلى أن حد الخطأ u_t الذي يتم إدخاله إلى النموذج الكلاسيكي للانحدار الخطي والذي يفترض أنه سيرورة صحيح أبيض white noise، والذي نرمز له بالرمز $u_t \sim N(0, \delta^2)$ يتوزع بشكل مستقل ومتماثل كتوزيع طبيعي بمتوسط صفري وتباين ثابت. الاستقرار ضعيف Weak sationary.

د. بوالشعور شريفة

استقرارية السيرورة العشوائية:

نقول عن سلسلة زمنية Y_t أنها مستقرة إذا كان متوسطها وتباينها ثابت عبر الزمن، وإذا كان التباين المشترك بين المشاهدات المكونة السلسلة الزمنية لا يعتمد إلا على المسافة بين المشاهدات (فترتين) وليس على اللحظة التي يحسب فيها التغاير

(التغاير والتباين المشترك يستخدم لقياس الارتباط بين المتغيرات العشوائية، وفي السلسلة الزمنية لقياس علاقة الارتباط بين الظاهرة المدروسة والزمن).

وفي أدبيات الاقتصاد القياسي يعرف هذا النوع من السيرورات العشوائية بالاستقرار الضعيف weakly Stationary، والسلسلة الزمنية المستقرة تميل للعودة نحو وسطها (called mean reversion). وتتقلب حول وسطها.

ويعتبر السكون أو الاستقرار (Stationary) من الخصائص الأساسية للسلاسل الزمنية. وبشكل عام نقول عن سيرورة عشوائية Y_t أنها مستقرة إذا حققت الشروط التالية:

1) متوسط ثابت عبر الزمن $E(y_t) = \mu_t$. Mean

2) تباين ثابت عبر الزمن $Var(y_t) = E(y_t - \mu_t)^2 = \delta_t^2$ Variance

3) تغاير (تباين مشترك) Covariance أو الارتباط بين المشاهدات Y_t و Y_{t-1} يعتمد على طول الإبطاء وليس على أي متغير آخر لجميع القيم

$$COV(Y_t ; Y_{t-1}) = E[(Y_t - \mu)(Y_{t-1} - \mu)]$$

$$COV(Y_t ; Y_{t+s}) = E[(Y_t - \mu)(Y_{t+s} - \mu)] = \gamma_s$$

وعليه فإن:

سلسلة زمنية غير مستقرة تشير إلى حالة متوسط متغير variable عبر الزمن، وتباين غير ثابت fluctuante عبر الزمن، ويشير إلى الحالتين معاً

وفي هذه الحالة تكون السلسلة الزمنية غير مستقرة ولا يمكن دراسة سلوكها إلا في الفترة المعينة (أي لا يمكن استخدامها في عملية التنبؤ)

وقبل أن نتطرق إلى الطرق التي تمكننا من معرفة إذا ما كانت السلسلة مستقرة لابد أن نستعرض المفاهيم التالية:

د. بوالشعور

الاستقرار من الدرجة الأولى: (استقرار قوي).

تكون سيرورة عشوائية مستقرة من الدرجة الأولى إذا كان التوزيع المشترك في $Y_{t_1}, Y_{t_2}, \dots, Y_{t_n}$ هو نفس التوزيع المشترك في $Y_{t_1+h}, Y_{t_2+h}, \dots, Y_{t_n+h}$.

بمعنى أنه مهما كان عدد التأخيرات التي من خلالها يتم إزاحة السلسلة إلى الأمام أو إلى الخلف بمقدار (h) فإن التوزيع المشترك لعناصر السلسلة يبقى كما هو، وبالتالي يكون المتوسط $E(t) = \mu$ والتباين $\delta_t^2 = \delta^2$ ثابتين

الاستقرار من الدرجة الثانية: 2nd order Stationarity

أو الاستقرار الضعيف وهو الأقل تقييدا، فإنه يتحقق عندما يكون متوسط و تباين السلسلة ثابت القيمة وتعتمد دالة التباين المشترك الذاتي لهذه السلسلة على عدد الإبطاءات (المتأخرات) وليس على الزمن، وهذا النوع من الاستقرار أقل تقييدا إذ يعتمد على العزم الأول $E(Y_t) = \mu$، والعزم الثاني $Var(Y_t) = \delta_t^2$، ويمكن التعبير عن الشرط الثالث، التباين المشترك $(ACov[Y_t, Y_{t+1}])$ أي الاستقلالية وعدم الارتباط بين المشاهدات الزمنية الحالية والسابقة في حالة ما إذا كان حجم العينة كبير

المشي العشوائي: Random Walk

وهي متغيرات سلسلة زمنية تتساوى فيها قيمة الفترة اللاحقة بقيمة الفترة الحالية مضافا إليها حد الخطأ العشوائي، ومتغير التحركات العشوائية متغير غير ساكن لأنه يستطيع التحرك للأعلى وللأسفل بدون إحداث توازن طبيعي، ولا يعطي معنى طويل الأجل.

مثال: أسعار الأسهم وأسعار الصرف عادة ما تتبع سير عشوائي (غير مستقر) ونميز بين نوعين من السير (المشي) العشوائي

1. سير عشوائي بدون متجه (عدم وجود حد ثابت) marche aléatoire Sans tendance
2. سير عشوائي بمتجه marche aléatoire avec Tendance.

على فرض أن U_t هو حد خطأ من نوع التشويش الأبيض بمتوسط 0 و تباين δ^2 يقال أن السلسلة Y_t هي سير (مشي) عشوائي إذا كانت:

$$Y_t = Y_{t-1} + U_t \quad \dots\dots (1)$$

د. بو الشعور

في نموذج سير عشوائي مثل تلك المبينة أعلاه في المعادلة ① قيمة Y في الفترة t تساوي قيمتها في الفترة (t - 1) زائد صدمة عشوائية وهو ما يمثل نموذج إنحدار ذاتي AR(1) .

وحيث أن السيرورة تبدأ عادة من 0 فإن $Y_t = u_t$.

$E(Y_t) = t\,\mu$ $\qquad$ $Var(Y_t) = t\,\delta_u^2$.

وتكون السيرورة من هذا الشكل مستقرة إذا كان وسطها وتبايها ثابتين ، وغير مستقرة إذا تغيرت قيمة أي منهما.

ولذا عدنا إلى المعادلة ① فإن :

$$Y_t = Y_{t-1} + u_t .$$

وعليه فإن : $u_t = Y_t - Y_{t-1} = \Delta Y_t$.

تمثل سيرورة عشوائية محضة (س.ع.م). ومن الأمثلة على مثل هذه السيرورة أسعار الأسهم في سوق رأس المال حيث تكون :

سعر اليوم = سعر الأمس + خطأ عشوائي.

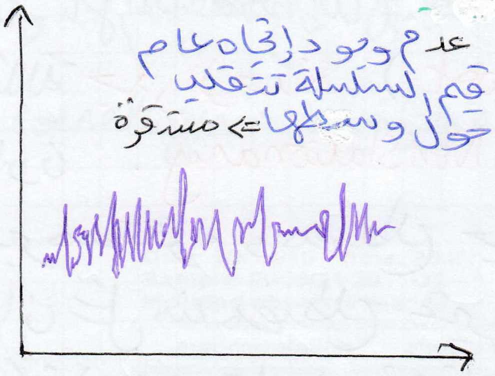
السيرورة العشوائية تتكون من جزئين متلازمين.

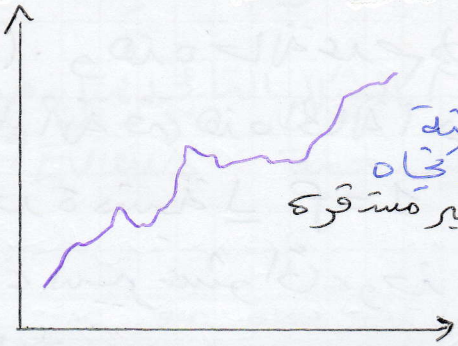
الأول : هو المكون الحتمي deterministc Component.

والثاني : هو المكون العشوائي STochastic Component.

اختبارات الاستقرارية :

لاختبار استقرار السلاسل الزمنية أول شيء نقوم به هو الرسم البياني، فإذا لاحظنا وضوح تزايد (أو تنازل) في الاتجاه العام للسلسلة تكون متوسطات مختلف العينات الجزئية للسلسلة مختلفة، وهذا يعني عدم إمكانية تعميم الملاحظات على سيرورة مستقرة والتي تستلزم نفس قيمة المتوسط $E(Y_t)$ بالنسبة لكل فترة t أي أن $E(Y_t)$ غير ثابت عبر الزمن، إذا فشلت في اتخاذ قرار استقرار السلسلة بالرسم البياني نستخدم دالة الارتباط الذاتي للعينة أو اختبار جذر الوحدة





اختبار جذر الوحدة.

انطلاقا من

ليكن لدينا : (ρ معامل الارتباط) . $Y_t = \rho Y_{t-1} + u_t$ حيث $-1 \leq \rho \leq 1$

اختبار معنوية معامل الارتباط :

توضح دالة الارتباط لسلسلة زمنية الارتباط بين المشاهدات لفترات مختلفة، وهي ذات أهمية بالغة في إبراز بعض الخصائص الهامة للسلسلة الزمنية ومن الناحية العملية نقوم بتقدير دالة الارتباط الذاتي للمجتمع بواسطة دالة الارتباط الذاتي للعينة، حيث تمثل دالة الارتباط الذاتي عند الفجوة K كما يلي :

$$\hat{\rho}(k) = \frac{\sum_{t=k+1}^{T} (Y_t - \bar{Y})(Y_{t-1} - \bar{Y})}{\sum_{t=1}^{T} (Y_t - \bar{Y})^2} \quad ; \quad t = 1, 2, 3 \ldots T$$

ويمكن حساب الصيغة من بيانات عينة على النحو التالي :

$$\rho(k) = \frac{\gamma(k)}{\gamma(0)}$$

حيث:

$$\gamma(k) = \frac{\sum (Y_t - \bar{Y})(Y_{t+k} - \bar{Y})}{T - k}$$ (التغاير عند الفجوة k).

و:

$$\gamma_0 = \frac{\sum (Y_t - \bar{Y})^2}{T}$$ (التباين).

حيث: T تمثل حجم العينة، و k طول الفجوة الزمنية

وتتراوح قيمة $\rho(k)$ بين 1- و 1.

وبالعودة إلى: $Y_t = \rho Y_{t-1} + U_t$ فإنه:

① إذا كان $\rho = 1$، سيصبح لدينا نموذج سير عشوائي (RWM) (بدون انحراف Without Drift). في الواقع، إذا كان $\rho = 1$ سنواجه ما يعرف بمشكلة جذر الوحدة (Unit Root). وهذه حالة عدم الاستقرار أو عدم السكون NonStationary، ونعلم أنه في هذه الحالة أن تباين Y_t غير مستقر، ومصطلح جذر الوحدة نسبة لـ $\rho = 1$.

* ولذلك فإن كل من مصطلح غير مستقر، سير عشوائي، وجذر الوحدة يمكن اعتبارها على أنها مترادفات.

* كيف يمكن الكشف فيما إذا كانت السلسلة مستقرة أو لا ؟

✓ على المستوى غير الرسمي: يمكن اختبار الاستقرار الضعيف من خلال الرسم البياني (correlogram) للسلسلة.

✓ وعلى المستوى الرسمي: يمكن التأكد من استقرار السلسلة من خلال اختبار فيما إذا كانت السلسلة تحتوي على جذر وحدة.

على المستوى الغير رسمي

أولا: اختبار الاستقرارية باستخدام اختبار correlogram

صورة دالة الارتباط أو correlogram هو رسم بياني للارتباط الذاتي Autocorrelation عند إبطاءات مختلفة للسلسلة الزمنية.

دالة الارتباط الذاتي Autocorrelation function (ACF).

$$\rho_k = \frac{cov(Y_t ; Y_{t+k})}{\delta_{Y_t} \cdot \delta_{Y_{t+k}}}$$

✓ بالنسبة للسلاسل الزمنية المستقرة يتراجع correlogram بسرعة بينما في السلاسل الزمنية الغير مستقرة يتراجع ببطء.

ثانيا: على المستوى الرسمي: إختبار جذر الوحدة تعتمد على دالة الارتباط ACF، والفرضية التي نسعى لاختبارها:

$$\begin{cases} H_0 : \rho = 1 \\ H_1 : \rho \neq 1 \end{cases}$$

وعموما يمكن القول أنه كلما كانت قيمة إرتباط قيم السلسلة الحالية بقيمها السابقة كبير كلما أشار ذلك إلى عدم إستقرار السلسلة الزمنية

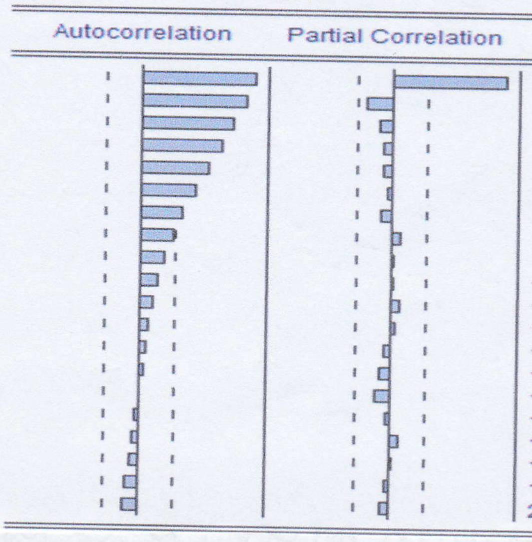
ثالثا: ويمكن إختبار الارتباط الذاتي باستخدام الإحصائية Q (Ljung-Box)

$$Q = n \sum_{k=1}^{m} \hat{\rho}_k^2 \sim \chi^2_m(k)$$

وتتبع هذه الإحصائية توزيع كاي مربع، ويتم الحكم على إستقرار السلسلة من خلال مقارنة القيمة المحسوبة Q-Stat مع القيمة الجدولية χ^2.

مثال: الشكل التالي يمثل صورة دالة الارتباط correlogram مستخرجة من برمجية EViews:

Date: 05/14/19 Time: 20:21
Sample: 2006Q1 2017Q2
Included observations: 46



	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	0.938	0.938	43.144	0.000
2	0.854	-0.209	79.750	0.000
3	0.759	-0.115	109.34	0.000
4	0.659	-0.075	132.16	0.000
5	0.555	-0.078	148.76	0.000
6	0.454	-0.034	160.13	0.000
7	0.351	-0.089	167.11	0.000
8	0.265	0.075	171.19	0.000
9	0.193	0.019	173.41	0.000
10	0.136	0.019	174.54	0.000
11	0.098	0.079	175.15	0.000
12	0.077	0.029	175.54	0.000
13	0.058	-0.065	175.76	0.000
14	0.036	-0.097	175.85	0.000
15	0.004	-0.125	175.85	0.000
16	-0.032	-0.039	175.93	0.000
17	-0.057	0.068	176.18	0.000
18	-0.078	0.019	176.66	0.000
19	-0.103	-0.034	177.52	0.000
20	-0.132	-0.066	179.01	0.000

تشير النتائج الموضحة أعلاه لاختبار correlogram إلى أن: شكل إنتشار النتوءات (الأعمدة) المختلفة أن معاملات الارتباط الذاتي AC تقع خارج حدود فترة الثقة، كما أن الشكل يتراجع ببطئ وهو ما يوحي بأن السلسلة أعلاه غير مستقرة.

وهو ما تؤكده قيم الارتباط الذاتي AC، حيث تشير إلى أن قيم السلسلة Y لها علاقة قوية بالقيم السابقة Y_{t-k}، وهي علاقة قوية تبدأ أعلى قيمة 0,938 عند الابطاء 1 وتبدأ في التراجع تدريجيا ولكن بنسب ضئيلة لتصبح 0,854 خلال فترة الابطاء الثانية ثم 0,555 خلال فترة الابطاء

الدراسة ثم تنخفض حتى تصل $-0{,}13$ خلال فترة الإبطاء الأخيرة
كما أنه عند مقارنة قيمة الإحصائية Q (Lyung-Got)
العقلية المحسوبة $Q\text{-}Stat = 179{,}01$ عند الإبطاء 20 مع القيمة
الجدولية $\chi^2_{0{,}05;20} = 31{,}410$ نلاحظ أن $Q\text{-}Stat = 179{,}01 > \chi^2_{0{,}05;20} = 31{,}410$
وعليه يمكننا الحكم على السلسلة الزمنية أنها غير مستقرة
وبالإضافة إلى ذلك أن الإحصائية Q معنوية إحصائيا، حيث
كانت قيم $Prob = 0{,}00$ خلال مختلف فترات الإبطاء العشرين
وهو ما يؤكد أن هذه السلسلة الزمنية سلسلة غير مستقرة.

اختبار جذر الوحدة: باستخدام اختبار ديكي فولر Dickey-Fuller (DF)

بالعودة إلى معادلة جذر الوحدة: $Y_t = \rho Y_{t-1} + u_t$

$$Y_t - Y_{t-1} = \rho Y_{t-1} - Y_{t-1} + u_t$$

$$= \underbrace{(\rho - 1)}_{\delta} Y_{t-1} + u_t$$

$$\Delta Y_t = \delta Y_{t-1} + u_t .$$

إذا كان $\delta = 0$ ، فإن $\rho = 1$ وهو ما يشير إلى وجود جذر
وحدة أي أن السلسلة الزمنية غير مستقرة.
اختبار جذر الوحدة لديكي فولر DF_test يتم تقديره بعدة أشكال
ويفترض أن حد الخطأ العشوائي u_t غير مرتبط ذاتيا.

① Y_t سير عشوائي random walk :

$$\Delta Y_t = \delta Y_{t-1} + u_t$$

② Y_t سير عشوائي مع [illegible]
Y_t is a random walk with drift

$$\Delta Y_t = \beta_1 + \delta Y_{t-1} + u_t .$$

③ Y_t سير عشوائي يتقاطع حول متجه زمني عشوائي
Y_t is a random walk with drift around a stochastic trend

$$\Delta Y_t = \beta_1 + \beta_2 t + \delta Y_{t-1} + u_t$$

د. بوالسعود

حيث تمثل $\delta=(\rho-1)$ فرضية العدم، وبالتالي تكتب فرضية الاختبار كما يلي:

$$\begin{cases} H_0 : \delta = 0 \\ H_a : \delta < 0 \end{cases}$$

حيث أنه إذا كانت الفرضية الصفرية محققة فإن السلسلة تتبع السير العشوائي أي أنها غير مستقرة (هذا بالنسبة للنماذج الثلاث السابقة)

اختبار ديكي فولر الموسع Augmented Dickey-Fuller

يقوم اختبار ديكي-فولر السابق على إفتراض أن حد الخطأ العشوائي ضجيج أبيض، إلا أنه في كثير من الأحيان يكون هذا الفرض غير صحيح حيث يعاني حد الخطأ العشوائي من مشكلة الارتباط الذاتي،

وعليه قام ديكي وفولر بتطوير الاختبار، حيث تم إضافة متباطئات الفروقات للمتغير التابع من أجل التخلص من الارتباط الذاتي.

وعليه النماذج السابقة تتغير وتصبح.

$$\Delta Y_t = \underbrace{(\rho-1)}_{\delta} Y_{t-1} + \sum_{i=1}^{p} \alpha \Delta Y_{t-i} + u_t \quad (1)$$

$$\Delta Y_t = \beta + \delta Y_{t-1} + \sum_{i=1}^{p} \alpha \Delta Y_{t-i} + u_t \quad (2)$$

$$\Delta Y_t = \beta_1 + \beta_2 t + \delta Y_{t-1} + \sum_{i=1}^{p} \alpha \Delta Y_{t-i} + u_t \quad (3)$$

ملاحظة 1: بالإضافة إلى اختبار ديكي فولر الموسع هناك العديد من الاختبارات الأخرى التي يمكن تطبيقها للكشف عن وجود جذر وحدة في السلاسل الزمنية، من أشهرها اختبار

1) فيليب بيرن PP philips-perron.

2) واختبار KPSS: Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin

وهذا الاختبار عكس اختبار ADF فرضيته العدمية تشير إلى أن السلسلة الزمنية مستقرة.

ملاحظة 2: إذا كانت السلسلة الزمنية مستقرة نقول أنها مستقرة في المستوى ونرمز لها بـ I(0)

أما إذا كانت غير مستقرة، ولكنها مستقرة عند الفرق الأول نقول عنها متكاملة من الدرجة الأولى ونرمز لها بـ I(1) أما إذا احتجنا لأخذ الفرق الثاني حتى تستقر نقول عنها متكاملة من الدرجة الثانية ونرمز لها بـ I(2).