



جامعة زيان عاشور الجلفة

Université Ziane Achour DJELFA

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

Faculté des Sciences Economiques commerciales et des Sciences de Gestion



قسم العلوم الاقتصادية

تخصص اقتصاد كمي

سنة أولى ماستر

مقياس: تحليل السلاسل الزمنية 1 و 2



عنوان المطبوعة:

# تحليل السلاسل الزمنية

## محاضرات و تطبيقات في الاقتصاد

مطبوعة علمية متخصصة موجهة لطلبة السنة الأولى ماستر اقتصاد كمي

من إعداد الأستاذ

العقاب محمد

السنة الجامعية: 2018/2017



الفهرس

الصفحة	المضم
أ- هـ	الفهرس
أ- ب	قائمة الجداول و الأشكال
أ- ب	مقدمة
29-01	الفصل الأول: مفاهيم أساسية حول السلاسل الزمنية
01	1. تعريف السلسلة الزمنية
01	2. التمثيل البياني للسلسلة الزمنية
01	3. الهدف من دراسة السلاسل الزمنية
02	4. مركبات السلسلة الزمنية
02	1.4 مركبة الاتجاه العام
02	2.4 المركبة الموسمية أو الفصلية
03	3.4 المركبة الدورية
03	4.4 المركبة العشوائية
04	5. نموذج مركبات السلسلة الزمنية
04	6. اختبارات الكشف عن مركبات السلسلة الزمنية
06	1.6 اختبار وجود المركبة الفصلية
06	2.6 اختبار وجود مركبة الاتجاه العام
07	3.6 اختبار نوع نموذج المركبات (Buys-Ballot)
07	7. طريقة المتوسطات المتحركة البسيطة (Moving Average)
08	8. طريقة نزع المركبة الفصلية أو الموسمية من السلسلة
15	سلسلة التمارين (1)
18	تصحيح سلسلة التمارين (1)
56 - 30	الفصل الثاني: دراسة استقرارية السلاسل الزمنية
30	1. الخصائص الإحصائية لاستقرارية السلسلة الزمنية
30	2. سلسلة التشويش الأبيض أو الضجة البيضاء (Un Bruit Blanc)
31	3. دالة الارتباط الذاتي (FAC)

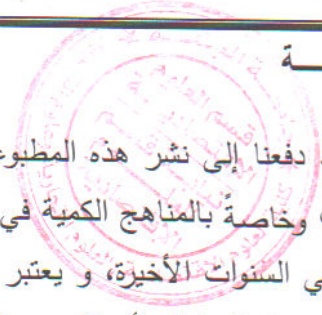
الصفحة	المضم
32	1.3. خواص دالة الارتباط الذاتي
33	2.3. تحليل دالة الارتباط الذاتي
35	3.3. دالة الارتباط الذاتي للضجة البيضاء
35	4. دالة الارتباط الذاتي الجزئي (FACP)
37	1.4. خواص دالة الارتباط الذاتي الجزئي
38	2.4. طريقة (Yule-Walker) لحساب دالة الارتباط الذاتي الجزئي
39	5. توصيف حالات النماذج غير مستقرة
39	1.5. نموذج TS (Trend Stationary)
39	2.5. نموذج DS (Differency Stationary)
40	6. اختبار ديكي فولر البسيط (Dicky et Fuller, 1979)
41	7. اختبار ديكي فولر المطور (Dicky et Fuller, 1981)
45	8. اختبار فيليبس بيرون (Phillips et Perron, 1988)
46	9. اختبار KPSS (Kwiatkowski, Phillips, Schmidt et Shin, 1992)
47	سلسلة التمارين (2)
50	تصحيح سلسلة التمارين (2)
81 - 57	الفصل الثالث: النمذجة الخطية للسلاسل الزمنية
57	1. نماذج الانحدار الذاتي $AR(p)$
57	2. نماذج المتوسطات المتحركة $MA(q)$
58	3. نماذج الانحدار الذاتي للأوساط المتحركة $ARMA(p, q)$
59	4. دراسة الاستقرار والقابلية للقلب في نماذج الانحدار الذاتي والأوساط المتحركة
59	1.4. دراسة الاستقرار والقابلية للقلب في نماذج الأوساط المتحركة
59	A. دراسة الاستقرار في الأوساط المتحركة
60	B. قابلية نماذج الأوساط المتحركة للقلب
61	2.4. دراسة الاستقرار والقابلية للقلب في نماذج الانحدار الذاتي
61	A. قابلية نماذج الانحدار الذاتي للقلب
62	B. دراسة الاستقرار في نماذج الانحدار الذاتي
63	5. تحديد قيم التأخيرات $p$ و $q$ في نماذج $ARMA$
64	6. نماذج الانحدار الذاتي للأوساط المتحركة المتكاملة $ARIMA(p, d, q)$

الصفحة	المضم
65	7. نماذج الانحدار الذاتي الموسمية $SAR(P)$
66	8. نماذج المتوسطات المتحركة الموسمية $SMA(Q)$
67	9. النماذج الموسمية المختلطة $SARMA(P,Q)$
68	10. النماذج الموسمية المختلطة المتكاملة $SARIMA(P,D,Q)$
68	11. النماذج الموسمية المركبة المضاعفة $SARIMA(p,d,q) \times (P,D,Q)_s$
70	سلسلة التمارين (3)
73	تصحيح سلسلة التمارين (3)
76	سلسلة التمارين (4)
79	تصحيح سلسلة التمارين (4)
121 - 82	الفصل الرابع: منهجية بوكس جينكينز لتحليل السلاسل الزمنية
82	1. المرحلة الأولى: تحديد النموذج
82	2. المرحلة الثانية: تقدير النموذج
82	1.2. طرق تقدير معاملات نماذج الانحدار الذاتي
83	2.2. طرق تقدير نماذج المتوسطات المتحركة و النماذج المختلطة
83	3. المرحلة الثالثة: اختبار صلاحية النموذج
83	1.3. اختبار جودة معالم النموذج
84	2.3. اختبار التطابق
84	3.3. دراسة استقرارية معالم النموذج
84	A. اختبار مجالات الثقة
85	B. اختبار CUSUM
86	C. اختبار CUSUM SQ
86	D. اختبار التغير الهيكلي Chow
87	E. اختبار التخصيص Ramsey
88	4.3. دراسة استقرارية النموذج
88	5.3. دراسة و تحليل بواقي النموذج
88	A. اختبار الارتباط الذاتي المتسلسل
89	B. اختبار التشويش الأبيض



الصفحة	المضم
90	C. اختبارات التوزيع الطبيعي
94	D. اختبار ثبات التباين
91	4. المرحلة الرابعة: التنبؤ بالقيم المستقبلية
91	1.4. التوقع النقطي
94	2.4. مجال التوقع
95	3.4. معايير قياس جودة التوقع
96	سلسلة التمارين (5)
101	تصحيح سلسلة التمارين (5)
108	سلسلة التمارين (6)
112	تصحيح سلسلة التمارين (6)
168 – 122	الفصل الخامس: مشكلة عدم ثبات التباين
123	1. التعريف بمشكلة عدم ثبات التباين
125	2. أسباب مشكلة عدم ثبات التباين
125	3. المشاكل المترتبة عن عدم ثبات التباين
125	4. أهم اختبارات الكشف عن حالات عدم ثبات التباين
125	1.4. اختبار ARCH
126	2.4. اختبار White
126	3.4. اختبار Breusch-Pagan-Godfrey
127	5. آليات تصحيح مشكلة عدم ثبات التباين
127	6. نمذجة مشكلة عدم ثبات التباين
128	1.6. النماذج الخطية
128	A. نموذج ARCH
130	B. نموذج GARCH
131	C. نماذج ARCH-M و GARCH-M
131	D. نموذج IGARCH
132	E. نماذج GARCH-DM، GARCH-DLM
132	2.6. النماذج غير خطية
132	A. نموذج TAR

الصفحة	المضمون
133	B. نموذج TGARCH
133	C. نموذج EGARCH
134	سلسلة التمارين (7)
143	تصحيح سلسلة التمارين (7)
161	سلسلة التمارين (8)
164	تصحيح سلسلة التمارين (8)
169	قائمة المراجع



لقد دفعنا إلى نشر هذه المطبوعة الرغبة في إفادة طلاب هذه الجامعة بوزارة التعليم العالي والبحث العلمي في شتى المجالات وخاصةً بالمناهج الكمية في علم الاقتصاد و التي لقت رواجاً واهتماماً كبيرين في مجالات البحث العلمي في السنوات الأخيرة، و يعتبر تحليل السلاسل الزمنية احد أهم المناهج الكمية الأساسية التي يركز عليها الاقتصاد التطبيقي أو الكمي، ولهذا السبب ارتأينا أن تكون هذه المطبوعة بين أيدي الطلبة لتوضح لهم المبادئ الأساسية لهذا المنهج و كمدخل لتحليل السلاسل الزمنية.

إن دراسة و تحليل السلاسل الزمنية و التنبؤ بالسلوك المستقبلي لها من الموضوعات الهامة في العلوم الاقتصادي، و ذلك بسبب الحاجات المتنامية في شتى مجالات الحياة، مثل دراسة سلوك مؤشرات الأسواق المالية و التنبؤ بها في المستقبل، دراسة معدلات البطالة و التضخم، التنبؤ بمستويات استهلاك الطاقة الكهربائية..... الخ.

و يمكننا القول أن جذور هذا العلم تعود تاريخياً إلى العالم الرياضي (Fourier, 1807) و الذي يعتبر أول من تطرق إلى دراسة السلاسل الزمنية و ذلك باستعمال دوال الجيب و جيب التمام. و في عام 1927 قام العالم (Yule, 1927) باقتراح أهم نماذج السلاسل الزمنية و هو نموذج الانحدار الذاتي (Autoregressive) و نرسم له بالرمز (AR) و المتضمن لفكرة شرح و تفسير القيمة الحالية للسلسلة الزمنية بقيم السلسلة لفترات زمنية سابقة و متعاقبة (أربعة فترات على الأكثر) مضافاً إليها حد الخطأ العشوائي، و قد عمم هذا النموذج فيما بعد من طرف (Walker, 1931) عام 1931 ليشمل تأخيرات أكثر. و في عام 1927 و وضع العالم (Slutsky, 1927) فكرة نماذج الأوساط المتحركة (Moving Average) و التي نرسم لها بالرمز (MA) و المتضمنة لتمثيل قيمة السلسلة الحالية على أساس قيم الأخطاء العشوائي للفترات السابقة. و يعد العالم (Wold, 1954) أول من وضع فكرة نماذج الانحدار الذاتي للأوساط المتحركة و التي يرمز لها بالرمز (ARMA) و التي تدعى كذلك بالنماذج المختلطة، و تركزت الأبحاث فيما بعد في الستينيات على طرق تقدير معاملات النماذج المختلطة و طرق التنبؤ بالاعتماد على هذا النوع من النماذج. و في السبعينيات ظهرت مساهمات كل من (Box et Jenkins, 1970) الواسعة في مجال السلاسل الزمنية حيث استتبنا أسلوباً جديداً في تحليل السلاسل الزمنية بصورة عامة و النماذج المختلطة (ARMA) بصورة خاصة.

و في بداية الثمانينيات قام (Robert Engle, 1981) بابنكار مجموعة من النماذج سميت بنماذج الانحدار الذاتي للتباين المشروط (Autoregressive Conditionally Heteroscedastic) أو نماذج الانحدار الذاتي ذات التباين غير متجانس أو غير ثابت، و تم نشر هذا المقال في مجلة (Econometrica) عام 1981، وقد تمحورت هذه الدراسة حول مشكلة التضخم في المملكة المتحدة، حيث لم يكن في الحسبان أن أهم تطبيقات هذا النوع من النماذج سيكون في المالية. و لقد عرف هذا النوع من النماذج عدت نجاحات في

الجانب الأكاديمي و التطبيقي و أدت إلى تحول جذري في اغلب الطرق الكمية المستعملة في المالية، و لقد توج هذا العمل بحصول (Robert Engle, 2003) على جائزة نوبل في الاقتصاد عام 2003.

و من اجل الصياغة المنهجية و العلمية لهذا العمل قمنا بتقسيمه إلى خمسة فصول. ففي الفصل الأول نجد بعض المفاهيم الأساسية المتعلقة بالسلاسل الزمنية وهذا كمدخل لهذا العمل، ونستهل هذا الفصل بتعريف السلسلة الزمنية و الهدف من دراستها، و كيفية تحليل السلسلة و الكشف عن مركباتها باستعمال اختبارات إحصائية متخصصة و نختم هذا الفصل بعرض طريقة نزع المركبة الفصلية أو الموسمية من السلسلة.

و في الفصل الثاني نتطرق لدراسة استقرارية السلاسل الزمنية، و الذي يقتضي في البداية عرض و شرح بعض المفاهيم المتعلقة بالاستقرارية مثل دالة الارتباط الذاتي البسيطة و الجزئية، ثم نعمل على شرح اختبارات جذر الوحدة وهي: اختبار ديكي فولر البسيط (Dickey et Fuller, 1979)، اختبار ديكي فولر المطور (Dickey et Fuller, 1981)، اختبار فيليبس بيرون (Phillips et Perron, 1988)، اختبار KPSS (Kwiatkowski, Phillips, Schmidt et Shin, 1992).

أما الفصل الثالث فنخصه للنمذجة الخطية للسلاسل الزمنية و المتضمنة لعرض كل النماذج وهي: نماذج الانحدار الذاتي، نماذج المتوسطات المتحركة ثم نماذج الانحدار الذاتي للأوساط المتحركة أي النماذج المختلطة. و في الأخير نعرض النماذج الممكنة في حالة وجود المركبة الموسمية أو الفصلية ضمن السلسلة المدروسة.

و في الفصل الرابع نتطرق لمنهجية بوكس جنكينز و التي تتضمن أربعة خطوات، ففي الخطوة الأولى نعمل على تحديد النموذج ثم مرحلة تقدير معاملات النموذج، و في الخطوة الثالثة نقوم باختبار ملائمة النموذج و ذلك بالاستعانة بمجموعة من الاختبارات الإحصائية. و عند التأكد من صلاحية النموذج نقوم بعملية التنبؤ و يكون ذلك في المرحلة الرابعة و الأخيرة.

و نخصص الفصل الخامس لنمذجة عدم ثبات التباين المشروط، و يكون ذلك بعرض مشكلة عدم ثبات التباين و توضيح أهم أسبابها و طرق الكشف عنها و كيفية علاجها، ثم نعرض على نمذجة مشكلة عدم ثبات التباين و التي نقسمها إلى خطية و غير خطية، فالنمذجة الخطية تحتوي على النماذج التالية: ARCH، GARCH، GRACH-M، IGARCH، GARCH-DM و GARCH-DLM أما في النمذجة غير خطية فنقتصر على النماذج التالية: TGARCH، TGARCH-M، EGARCH و EGARCH-M.



## الفصل الأول: مفاهيم أساسية حول السلاسل الزمنية

نتناول في هذا الفصل أهم المفاهيم الأساسية للسلاسل الزمنية

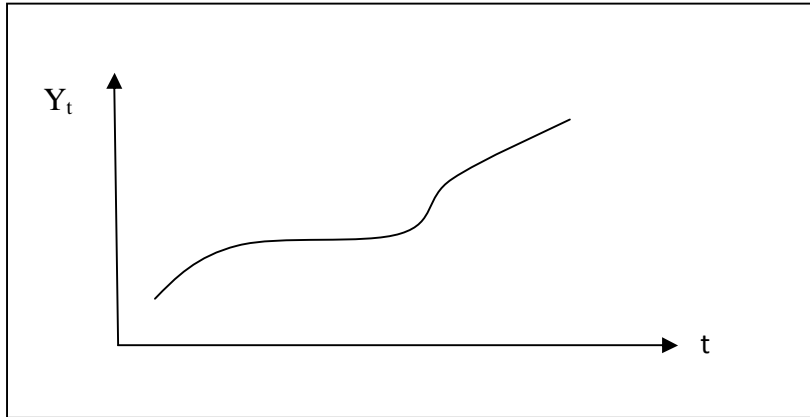
### 1. تعريف السلسلة الزمنية

السلسلة الزمنية هي مجموعة من القيم لمؤشر إحصائي معين مرتبة وفق تسلسل زمني متساوي و متصاعد مثل الأيام، أسابيع، أشهر، سنوات،... الخ، بحيث أن كل فترة زمنية تقابلها قيمة عددية للمؤشر تسمى مستوي السلسلة مثل : أسعار البنترول، مستويات استهلاك الطاقة،..... الخ. و الشرط الأساسي لاستخدام هذه السلسلة في التحليل الإحصائي يجب أن تكون قابلة للمقارنة، أي أنها تخص نفس المكان أو نفس الدولة أو نفس الولاية أو نفس المؤسسة..... الخ، و لها نفس وحدة القياس.

### 2. التمثيل البياني للسلسلة الزمنية

يمكننا تمثيل السلسلة الزمنية بيانياً في المستوي، حيث أن المحور الأفقي يمثل الزمن و المحور العمودي يمثل قيم السلسلة المدروسة ويسمى بمنحنى التطور التاريخي للسلسلة (Histogramme) و الشكل التالي يوضح ذلك:

الشكل(1.1): التطور التاريخي للسلسلة



### 3. الهدف من دراسة السلاسل الزمنية

تختلف نماذج السلاسل الزمنية عن نماذج الاقتصاد القياسي من حيث البنية و الهدف، فنماذج السلاسل الزمنية تعتمد على شرح و تفسير المتغير التابع على أساس الزمن أو سلوك نفس المتغير في الماضي. و نهدف من خلال دراسة السلاسل الزمنية إلى:

- الكشف عن الدورات التي تتكرر في السلسلة و الحالات الشاذة فيها؛
- معرفة سلوك السلسلة و تحديد و ضبط مسارها عن طريق النمذجة؛
- التنبؤ بالقيم المستقبلية للسلسلة.

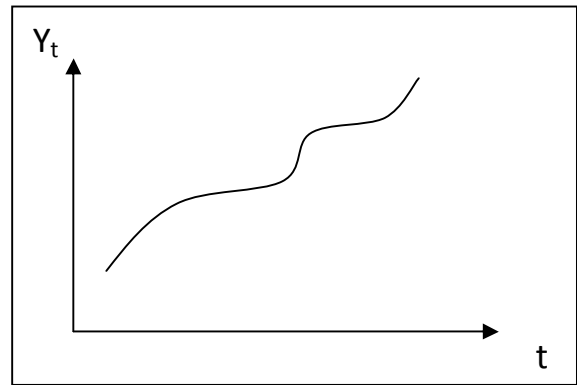
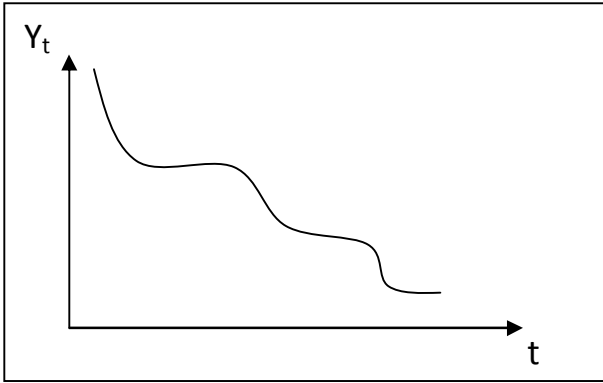
#### 4. مركبات السلسلة الزمنية

بغرض دراسة و تحليل السلسلة الزمنية فانه في البداية يجب تحديد مركبات السلسلة و العناصر المكونة لها، و من أهم المركبات نذكر:

##### 1.4. مركبة الاتجاه العام

و نقصد به التطور الطبيعي للسلسلة المدروسة عبر الزمن سواءً كان هذا التطور بالزيادة أو بالنقصان، غير أن هذه المركبة لا تظهر في السلسلة على المدى القصير بل يجب ملاحظتها على الأمد البعيد، و تعكس مركبة الاتجاه العام تأثير العوامل طويلة الأجل على السلسلة، و نرمز لها بالرمز  $T$ ، و الشكل التالي يوضح حالة وجود مركبة الاتجاه العام ضمن السلسلة:

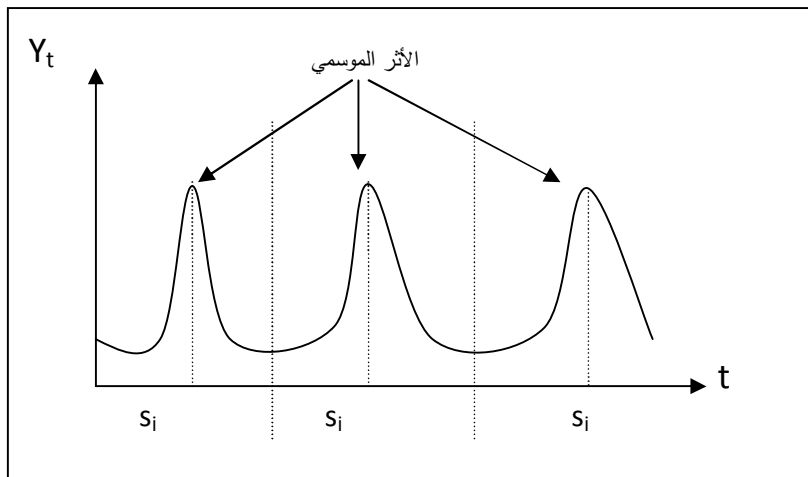
الشكل (2.1): سلسلة تتضمن مركبة الاتجاه العام بالزيادة  
الشكل (3.1): سلسلة تتضمن مركبة الاتجاه العام بالنقصان



##### 2.4. المركبة الموسمية أو الفصلية

تضم المركبة الفصلية أو الموسمية كل التغيرات التي تطرأ على السلسلة في وحدات زمنية متعاقبة و قصيرة المدى و تكون في كل سنة و بانتظام، و يعزى سبب هذا التغير في السلسلة لأسباب و عوامل خارجية مثل: زيادة استهلاك المشروبات الغازية في فصل الصيف بسبب ارتفاع درجة الحرارة. و نرمز للمركبة الفصلية بالرمز  $S$ . و الشكل التالي يوضح حالة وجود المركبة الفصلية أو الموسمية ضمن السلسلة:

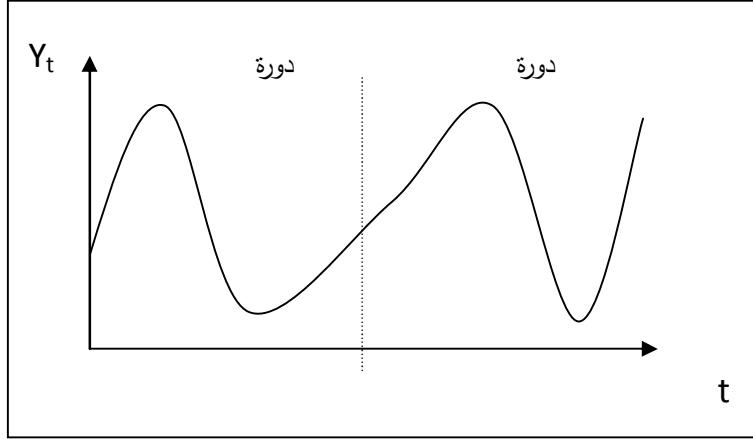
الشكل (4.1): سلسلة تتضمن وجود المركبة الفصلية أو الموسمية



### 3.4 المركبة الدورية

نقصد بالمركبة الدورية كل التغيرات التي تحدث للسلسلة بانتظام و خلال فترات زمنية طويلة نسبياً تتراوح من 3 إلى 10 سنوات، وكمثال على ذلك الدورات الاقتصادية. و نرسم للمركبة الدورية بالرمز C. و الشكل التالي يوضح حالة وجود المركبة الدورية ضمن السلسلة:

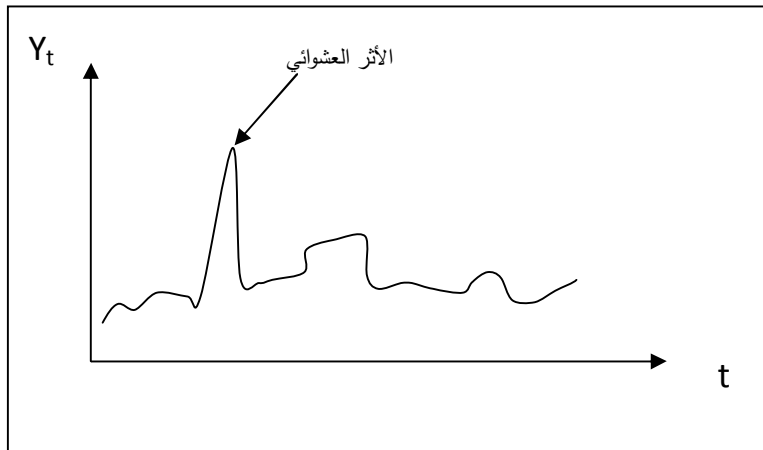
الشكل(5.1): سلسلة تتضمن وجود المركبة الدورية



### 4.4 المركبة العشوائية

تمثل المركبة العشوائية كل التغيرات التي تطرأ على السلسلة بشكل مفاجئ و لا يمكن ضبطها و ليس لها علاقة بالزمن و إنما هي نتاج عوامل غير منتظمة و ظروف طارئة، مثل حدوث زلزال، إضرابات العمال، الحروب،.....الخ. و نرسم للمركبة العشوائية بالرمز I و الشكل التالي يوضح حالة وجود المركبة العشوائية ضمن السلسلة:

الشكل(6.1): سلسلة تتضمن وجود المركبة العشوائية



### ملاحظة

تعتبر مركبتي الاتجاه العام و المركبة الموسمية أو الفصلية الأكثر ظهوراً في السلاسل المتعلقة بالدراسات الاقتصادية.

## 5. نموذج مركبات السلسلة الزمنية

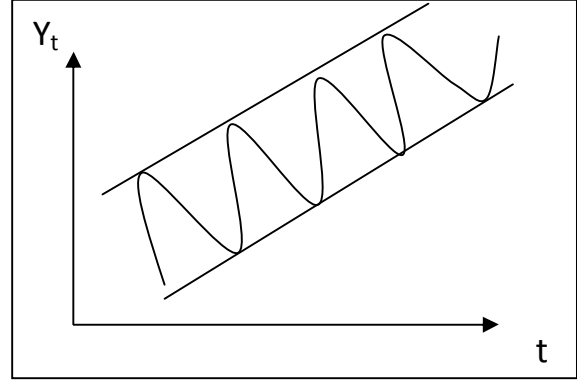
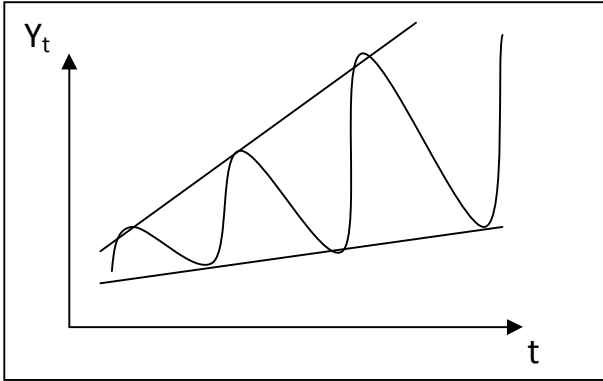
بغرض دراسة السلسلة الزمنية و تحليل مركباتها يجب أولاً بناء نموذج يحدد العلاقة بين هذه المركبات، و نميز النماذج التالية:

A. حالة نموذج الجمع:  $Y=T+S$

B. حالة نموذج الجداء:  $Y=T*S$

الشكل(8.1): حالة نموذج الجداء

الشكل(7.1): حالة نموذج الجمع



و بالاعتماد على المتوسط الحسابي و الانحراف المعياري للسلسلة خلال فترة الدراسة، فإنه إذا كان الانحراف المعياري مستقل عن المتوسط عبر الزمن فإن هذا يوافق حالة نموذج الجمع  $Y=T+S$  و الموضح في التمثيل البياني الشكل 7، أما في الحالة العكسية أي أن يكون للانحراف المعياري علاقة بالمتوسط فإن النموذج من نوع الجداء  $Y=T*S$  و هذا يوافق التمثيل البياني الموضح في الشكل 8.

### ملاحظة

و القصد من تحديد مركبات السلسلة و نوع نموذج المركبات هو معرفة مدى تأثير كل منها على قيم الظاهرة المدروسة حتى يتسنى لنا عزل هذه الآثار الخارجية و تحديد القيم الحقيقية للسلسلة المدروسة.

## 6. اختبارات الكشف عن مركبات السلسلة الزمنية

إن الملاحظة الأولية للتمثيل البياني للسلسلة يعطي لنا نظرة عن مركبات السلسلة و يعتبر هذا أسلوب بياني في الكشف عن مركبات السلسلة، غير أن هذا لا يكفي بل يجب التأكد من ذلك عن طريق اختبارات إحصائية و نذكر منها:

- اختبار معامل الارتباط الرتبي للكشف عن مركبة الاتجاه العام؛
- اختبار وجود المركبة الفصلية عن طريق (Kruskall-Wallis)؛
- اختبار تحليل التباين و هو يساعد في الكشف عن المركبتين الفصلية و الاتجاه العام معاً.

و يعتبر اختبار تحليل التباين هو الأفضل و الأكثر استعمالاً، و هو على النحو التالي:  
ليكن  $Y_{ij}$  هو المتغير الذي يقيس قيم الظاهرة المدروسة؛  
حيث أن:

$i$  يمثل السنوات:  $i = 1, 2, 3, \dots, N$  ؛

$j$  يمثل الفصول:  $j = 1, 2, 3, 4$  ، أو الأشهر  $j = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12$  .

• المتوسط السنوي:

$$Y_{i\bullet} = \frac{1}{P} \sum_{j=1}^P Y_{ij}$$

• المتوسط الشهري أو المتوسط الفصلي:

$$Y_{\bullet j} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Y_{ij}$$

• و يكون المتوسط الحسابي العام للسلسلة على النحو التالي:

$$Y_{\bullet\bullet} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Y_{i\bullet} = \frac{1}{P} \sum_{j=1}^P Y_{\bullet j} = \frac{1}{NP} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^P Y_{ij}$$

و الجدول التالي يوضح المتوسطات السابقة:

الجدول (1.1): متوسطات السلسلة لاختبار تحليل التباين

الفصول أو الأشهر السنوات	1	.....	$j$	.....	$P$	المتوسط السنوي $Y_{i\bullet}$
1	$Y_{11}$	.....	$Y_{1j}$	.....	$Y_{1P}$	$Y_{1\bullet}$
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
$i$	$Y_{i1}$	.....	$Y_{ij}$	.....	$Y_{iP}$	$Y_{i\bullet}$
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
$N$	$Y_{N1}$	.....	$Y_{Nj}$	.....	$Y_{NP}$	$Y_{N\bullet}$
المتوسط الفصلي أو الشهري $Y_{\bullet j}$	$Y_{\bullet 1}$	.....	$Y_{\bullet j}$	.....	$Y_{\bullet P}$	$Y_{\bullet\bullet}$

أما الجدول التالي فيلخص كل أنواع التباينات:

الجدول(2.1): تباينات السلسلة لاختبار تحليل التباين

قيمة التباين	نوع التباين	درجات الحرية	مجموع المربعات
$V_P = S_P / (p - 1)$	تباين الفصلي	$(p - 1)$	$S_P = N \sum_{j=1}^p (Y_{\cdot j} - Y_{\cdot\cdot})^2$
$V_A = S_A / (N - 1)$	تباين السنوي	$(N - 1)$	$S_A = p \sum_{i=1}^N (Y_{i\cdot} - Y_{\cdot\cdot})^2$
$V_R = S_R / (N - 1)(p - 1)$	تباين البواقي	$(p - 1)(N - 1)$	$S_R = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^p (Y_{ij} - Y_{i\cdot} - Y_{\cdot j} + Y_{\cdot\cdot})^2$
$V_T = S_T / (NP - 1)$	التباين الكلّي	$(NP - 1)$	$S_T = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^p (Y_{ij} - Y_{\cdot\cdot})^2$

حيث أن:  $S_T = S_A + S_P + S_R$

### 1.6 اختبار وجود المركبة الفصلية

إن اختبار إمكانية وجود المركبة الفصلية ضمن السلسلة المدروسة يعتمد على الفرضية المعدومة التالية:

عدم وجود المركبة الفصلية ضمن السلسلة المدروسة:  $H_0$

و الإحصائية المحسوبة لهذا الاختبار هي:

$$F_C = V_P / V_R \rightarrow F[(P - 1), (P - 1)(N - 1)]$$

إذا كانت الإحصائية المحسوبة أكبر من الإحصائية المجدولة نرفض الفرضية المعدومة  $H_0$  و بمستوي معنوية  $\alpha\%$  و نقر بوجود المركبة الفصلية ضمن السلسلة المدروسة.

### 2.6 اختبار وجود مركبة الاتجاه العام

إن اختبار إمكانية وجود مركبة الاتجاه العام ضمن السلسلة المدروسة يعتمد على الفرضية المعدومة التالية:

عدم وجود مركبة الاتجاه العام ضمن السلسلة المدروسة:  $H_0$

و الإحصائية المحسوبة لهذا الاختبار هي:

$$F_C = V_A / V_R \rightarrow F[(N - 1), (P - 1)(N - 1)]$$

إذا كانت الإحصائية المحسوبة أكبر من الإحصائية المجدولة نرفض الفرضية المعدومة  $H_0$  و بمستوي معنوية  $\alpha\%$  و نقر بوجود مركبة الاتجاه العام ضمن السلسلة المدروسة.

### 3.6. اختبار نوع نموذج المركبات (Buys-Ballot)

إذا كانت السلسلة محل الدراسة تحتوي على مركبتين واحدة فصلية و أخرى للاتجاه العام فإنه يلزم تحديد نوع النموذج الأمثل للمركبات هل هو من نوع الجداء أم الجمع و من أجل ذلك نستعمل اختبار بيز بالو (Buys - Ballot)، و يعتمد هذا الاختبار على فكرة انه إذا كان الانحراف المعياري للسلسلة يرتبط بالمتوسط الحسابي للسلسلة خلال زمن الدراسة يكون نموذج المركبات من نوع الجداء:  $S*T$ ، أما إذا كان الانحراف المعياري مستقل عن المتوسط يعني هذا أن نموذج المركبات من نوع الجمع:  $S+T$ ، و عليه يكون نموذج (Buys - Ballot) على النحو التالي:

$$\sigma_i = a_0 + a_1 \bar{Y}_i + \zeta_i \quad \text{ليكن النموذج التالي:}$$

حيث أن:  $\sigma_i$  يمثل الانحراف المعياري السنوي للسلسلة المدروسة؛

$\bar{Y}_i$  يمثل المتوسط الحسابي السنوي للسلسلة المدروسة؛

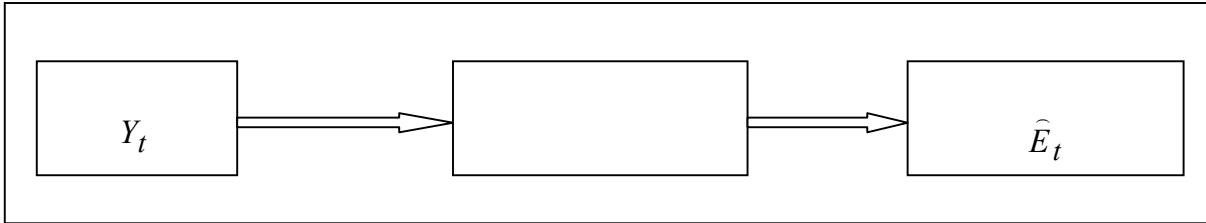
$i$  يمثل سنوات الدراسة.

و الفرضية المعدومة لاختبار (Buys - Ballot) هي:

$$H_0 : a_1 = 0 \quad \text{النموذج من نوع الجمع}$$

و يكون ذلك باستخدام اختبار ستيودنت للمعنوية، ففي حالة قبول الفرضية المعدومة فان النموذج المقبول هو نموذج الجمع  $S+T$ . أما في الحالة العكسية فان النموذج الأنسب فهو من نوع الجداء.

### 7. طريقة المتوسطات المتحركة البسيطة (Moving Average) لتقدير مركبة الاتجاه العام



تهدف طريقة المتوسطات المتحركة البسيطة إلى تقدير قيمة مركبة الاتجاه العام  $\hat{E}_t$  ضمن السلسلة المدروسة  $Y_t$  حتى يتسنى لنا فيما بعد تفكيك السلسلة و التخلص من الأثر الفصلي أو الموسمي، و تعتمد هذه الطريقة على المتوسطات المتحركة، فإذا كان  $L$  يمثل عدد الفصول أو الأشهر في السنة يمكننا أن نميز الحالتين التاليتين:

$$A. \text{ حالة } L \text{ عدد فردي: } L = 2m + 1, \quad m \in N^*$$

و يحدث هذا مثلاً في حالة  $L$  يساوي 3 فصول في السنة أو 5 أيام بالنسبة للأسبوع.

$$\hat{E}_t = \frac{1}{2m + 1} \left[ \sum_{i=-m}^{i=m} Y_{t+i} \right]$$

B. حالة  $L$  عدد زوجي:  $L = 2m, m \in N^*$

و يحدث هذا مثلاً في حالة  $L$  يساوي 12 شهر في البيانات الشهرية أو  $L$  يساوي 4 فصول في حالة البيانات الربع سنوية أو  $L$  يساوي 2 في حالة البيانات نصف سنوية.

$$\hat{E}_t = \frac{1}{2m} \left[ \frac{1}{2} Y_{t-m} + \sum_{i=-m+1}^{i=m-1} Y_{t+i} + \frac{1}{2} Y_{t+m} \right]$$

و على الرغم من وجود العديد من الطرق الأخرى التي تساعد في تقدير الاتجاه العام نذكر منها مثلاً:

• التقدير باستعمال المربعات الصغرى؛

• التقدير باستعمال المتغيرات الصورية؛

• طريقة (CENSUS)؛

• إزالة التشكيلات المعقدة؛

• طريقة (TRAMO-SEATS).

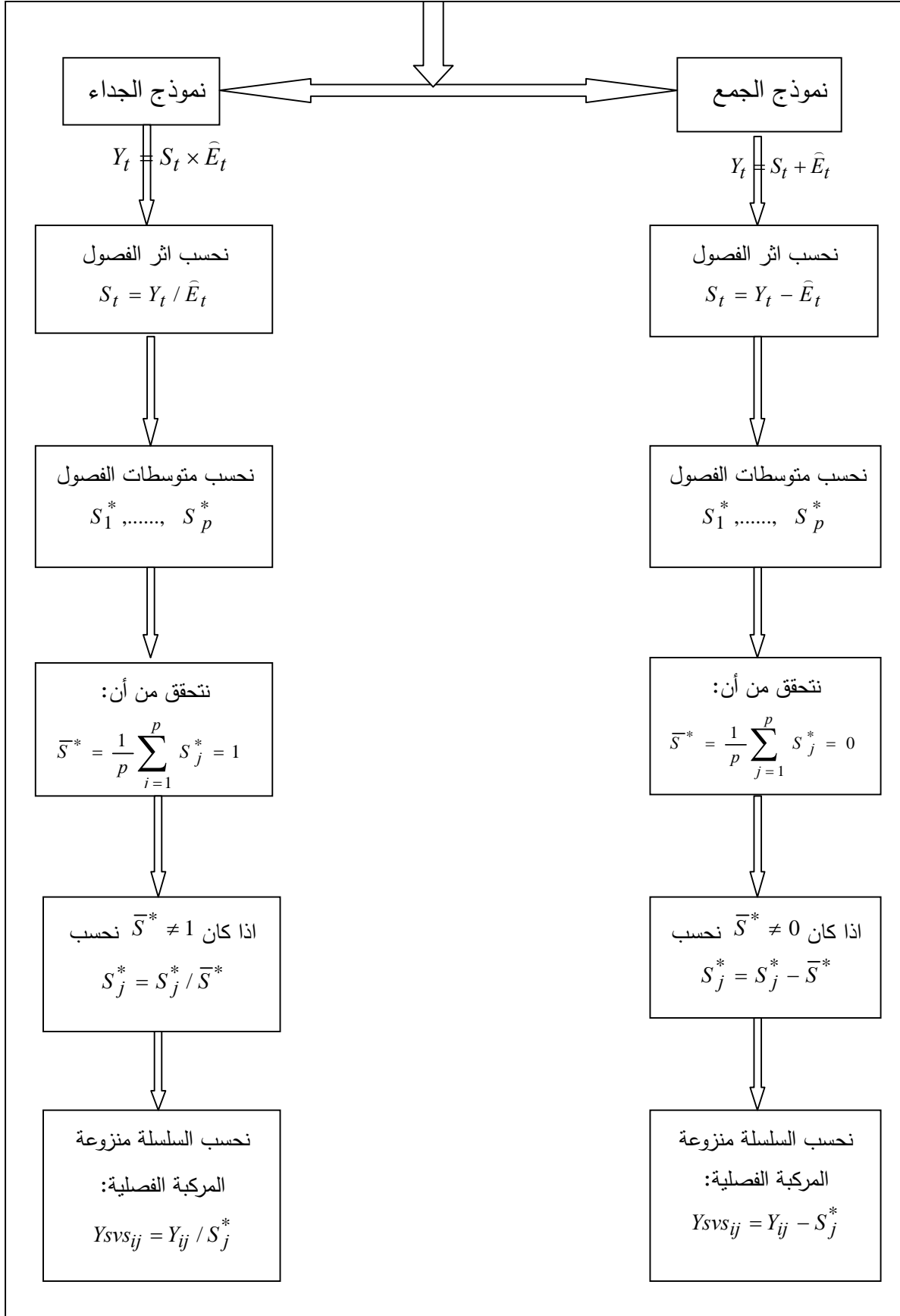
غير انها تبقى طريقة المتوسطات المتحركة البسيطة الأكثر استعمالاً و الأكثر شيوعاً.

### 8. طريقة نزع المركبة الفصلية أو الموسمية من السلسلة

إن التخلص من المركبة الفصلية أو الموسمية من السلسلة الأصلية يقتضي عدم المساس بالمركبات الأخرى، كما أن هذه الطريقة تشترط الحفاظ على متوسط السلسلة قبل و بعد نزع المركبة الفصلية. غير أن قيمة التباين تنخفض بعد نزع المركبة الفصلية، و على أساس أن معامل التباين  $cv$  هو نسبة التباين إلى المتوسط  $(cv = \frac{\sigma}{\bar{x}})$  فإن قيمته تنخفض بعد تصحيح السلسلة مما يؤدي إلى تراجع تشتت السلسلة. و المخطط الموضح في الشكل 9 يشرح طريقة التخلص من المركبة الموسمية أو الفصلية، حيث أننا نميز فيه نموذج الجمع و نموذج الجداء.



الشكل (9.1): مخطط طريقة التخلص من المركبة الموسمية



حيث أن:  $t = i, j$  تمثل المشاهدة،  $i$  تمثل السنوات،  $j$  تمثل المواسم أو الفصول.

مثال 1

الجدول التالي يوضح حجم مبيعات إحدى الشركات المتخصصة في الصناعات الغذائية، حيث أن البيانات ربع سنوية و خلال الفترة: من  $S_1$ : 2012 إلى  $S_4$ : 2015

الوحدة: بالآلاف طن

الفصول السنوات	الثلاثية الأولى $S_1$	الثلاثية الثانية $S_2$	الثلاثية الثالثة $S_3$	الثلاثية الرابعة $S_4$
2012	324	347	362	357
2013	379	422	489	417
2014	409	520	560	478
2015	480	530	610	500

1. اختبر إمكانية وجود المركبة الفصلية ضمن السلسلة المدروسة بمستوى معنوية 5%، اشرح هذه النتائج؟
  2. اختبر إمكانية وجود مركبة الاتجاه العام ضمن السلسلة المدروسة بمستوى معنوية 5%، اشرح هذه النتائج؟
  3. بالاعتماد على اختبار buys ballot حدد نوع نموذج مركبات السلسلة؟
  4. باستعمال طريقة المتوسطات المتحركة، اوجد السلسلة منزوعة المركبة الفصلية.
- حتى يمكننا الكشف عن مركبات السلسلة نستعمل اختبار تحليل التباين و الجدول التالي يلخص المتوسطات السنوية و الفصلية:

الفصول السنوات	الثلاثية الأولى $S_1$	الثلاثية الثانية $S_2$	الثلاثية الثالثة $S_3$	الثلاثية الرابعة $S_4$	المتوسط السنوي $Y_{i\bullet}$
2012	324	347	362	357	<b>347.50</b>
2013	379	422	489	417	<b>426.75</b>
2014	409	520	560	478	<b>491.75</b>
2015	480	530	610	500	<b>530.00</b>
المتوسط الفصلي $Y_{\bullet j}$	<b>398</b>	<b>454.75</b>	<b>505.25</b>	<b>438</b>	$Y_{\bullet\bullet} = 449$

و الجدول التالي يلخص كل أنواع التباينات:

قيمة التباين	نوع التباين	درجات الحرية	مجموع المربعات
$V_p = S_p / (p-1) = 7892.17$	تباين الفصلي	$(p-1) = 3$	$S_p = N \sum_{j=1}^p (Y_{\bullet j} - Y_{\bullet\bullet})^2 = 23676.5$
$V_A = S_A / (N-1) = 25581.17$	تباين السنوي	$(N-1) = 3$	$S_A = p \sum_{i=1}^N (Y_{i\bullet} - Y_{\bullet\bullet})^2 = 76743.5$
$V_R = S_R / (N-1)(p-1) = 638$	تباين البواقي	$(p-1)(N-1) = 9$	$S_R = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^p (Y_{ij} - Y_{i\bullet} - Y_{\bullet j} + Y_{\bullet\bullet})^2 = 5742$

A. اختبار إمكانية وجود المركبة الفصلية ضمن السلسلة المدروسة بمستوى معنوية 5%

إن اختبار إمكانية وجود المركبة الفصلية ضمن السلسلة المدروسة يعتمد على الفرضية المعدومة:

عدم وجود المركبة الفصلية ضمن السلسلة المدروسة :  $H_0$

و الإحصائية المحسوبة لهذا الاختبار هي:

$$F_c = V_p / V_R \rightarrow F[(p-1), (p-1)(N-1)]$$

$$F_c = 12.37 > F_{tab}^{0.05}(3,9) = 3.86$$

و يكون:

و عليه نرفض الفرضية  $H_0$  و بمستوي معنوية 5% و نقر بوجود المركبة الفصلية ضمن السلسلة

المدروسة

B. اختبار إمكانية وجود مركبة الاتجاه العام ضمن السلسلة المدروسة بمستوى معنوية 5%

إن اختبار إمكانية وجود مركبة الاتجاه العام ضمن السلسلة المدروسة يعتمد على الفرضية المعدومة:

عدم وجود مركبة الاتجاه العام ضمن السلسلة المدروسة :  $H_0$

و الإحصائية المحسوبة لهذا الاختبار هي:

$$F_c = V_A / V_R \rightarrow F[(N-1), (p-1)(N-1)]$$

$$F_c = 40.09 > F_{tab}^{0.05}(3,9) = 3.86$$

و يكون:

و عليه نرفض الفرضية  $H_0$  و بمستوي معنوية 5% و نقر بوجود مركبة الاتجاه العام ضمن السلسلة

المدروسة.

و بالتالي فإن السلسلة المدروسة تحتوي على مركبتي الاتجاه العام و المركبة الفصلية.

**C. بالاعتماد على اختبار (Buys - Ballot) تحديد نوع نموذج مركبات السلسلة**

إن نموذج (Buys - Ballot) على النحو التالي:

$$\sigma_i = a_0 + a_1 \bar{Y}_i + \zeta_i$$

و الفرضية المعدومة لاختبار (Buys - Ballot) هي:

$$H_0 : a_1 = 0 \text{ النموذج من نوع الجمع}$$

و على الرغم من صغر حجة العينة  $n=4$  و الذي يؤثر على نتائج التقدير فإننا نعمل على تقدير نموذج (Buys - Ballot) و ذلك باستعمال برنامج EVIEWS9.0 و نتيجة التقدير مسجلة في الجدول التالي:

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-54.53489	27.34672	-1.994202	0.1843
MOY	0.210315	0.060194	3.493956	0.0731
R-squared	0.859232	Mean dependent var		39.89660
Adjusted R-squared	0.788847	S.D. dependent var		18.14452
S.E. of regression	8.337653	Akaike info criterion		7.386293
Sum squared resid	139.0329	Schwarz criterion		7.079441
Log likelihood	-12.77259	Hannan-Quinn criter.		6.712928
F-statistic	12.20773	Durbin-Watson stat		2.046428
Prob(F-statistic)	0.073053			

باستعمال الاحتمال المرافق لاختبار ستودنت للمعنوية فإننا نرفض الفرضية  $H_0$  و بمستوي معنوية 8% و نقل بان للانحراف المعياري علاقة طردية بالمتوسط الحسابي للسلسلة، و عليه فان النموذج من نوع الجداء.

**D. إيجاد السلسلة منزوعة المركبة الفصلية باستعمال طريقة المتوسطات المتحركة البسيطة**

من اجل نزع المركبة الفصلية من السلسلة المدروسة  $x_t$  باستعمال طريقة المتوسطات المتحركة نتبع الخطوات التالية:

(a) نقدر قيمة مركبة الاتجاه العام حسب العلاقة التالية:  $L = 2m = 4 \Rightarrow m = 2$

$$\hat{E}_t = \frac{1}{4} \left[ \frac{1}{2} Y_{t-2} + \sum_{i=-1}^{i=1} Y_{t+i} + \frac{1}{2} Y_{t+2} \right]$$

(b) نحسب اثر الفصول:  $S_t = Y_t / \hat{E}_t$  حالة الجداء

(c) نحسب متوسطات اثر الفصول:  $S_1^*, S_2^*, S_3^*, S_4^*$  و نتحقق من أن:

$$\bar{S}^* = \frac{1}{4} \sum_{j=1}^4 S_j^* = 1$$

حالة الجداء

في حالة اذا كان  $\bar{S}^* \neq 1$  نعد حساب المتوسطات الجديدة لآثر الفصول:  $S_1^*, S_2^*, S_3^*, S_4^*$

$$S_j^* = S_j^* / \bar{S}^* \quad \text{بحيث أن:} \quad \bar{S}^* = \frac{1}{4} \sum_{j=1}^4 S_j^* = 1 \quad \text{، ثم نتأكد من أن:}$$

(d) أخيرا نحسب السلسلة منزوعة المركبة الفصلية:  $Y_{svsij} = Y_{ij} / S_j^*$  حالة الجداء

الزمن	Y	E	S	Ysvs
2012 S1	324			352.17
2012 S2	347			336.89
2012 S3	362	354.38	1.02	332.11
2012 S4	357	370.68	0.96	379.79
2013 S1	379	395.88	0.96	411.96
2013 S2	422	419.25	1.01	409.71
2013 S3	489	430.50	1.14	448.62
2013 S4	417	446.50	0.93	443.62
2014 S1	409	467.63	0.87	444.57
2014 S2	520	484.13	1.07	504.85
2014 S3	560	500.63	1.12	513.76
2014 S4	478	510.75	0.94	508.51
2015 S1	480	518.25	0.93	521.74
2015 S2	530	527.25	1.01	514.56
2015 S3	610			559.63
2015 S4	500			531.91
<b>moy</b>	<b>449</b>			<b>450</b>
<b>ecarty</b>	<b>81.46</b>			<b>71.96</b>
<b>cv</b>	<b>0.18</b>			<b>0.16</b>

كيفية حساب  $\hat{E}_t$ :

$$\begin{aligned} \hat{E}_3 &= \frac{1}{4} \left[ \frac{1}{2} Y_{t-2} + \sum_{i=-1}^{i=1} Y_{t+i} + \frac{1}{2} Y_{t+2} \right] \\ &= \frac{1}{4} \left[ \frac{1}{2} 324 + (347 + 362 + 357) + \frac{1}{2} 379 \right] = 354.38 \end{aligned}$$

كيفية حساب متوسط اثر الفصول  $S^*$  :

$$S_1^* = \frac{S_{1,2013} + S_{1,2014} + S_{1,2015}}{3} = 0.92$$

$$S_2^* = \frac{S_{2,2013} + S_{2,2014} + S_{2,2015}}{3} = 1.03$$

$$S_3^* = \frac{S_{3,2012} + S_{3,2013} + S_{3,2014}}{3} = 1.09$$

$$S_4^* = \frac{S_{4,2012} + S_{4,2013} + S_{4,2014}}{3} = 0.94$$

التحقق من أن المتوسط الحسابي لأثر الفصول تساوي 1:

$$\bar{S}^* = \frac{1}{4} \sum_{j=1}^4 S_j^* = \frac{0.92 + 1.03 + 1.09 + 0.94}{4} = 1$$

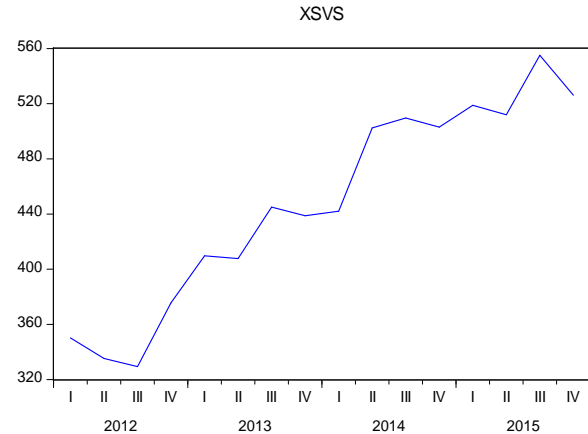
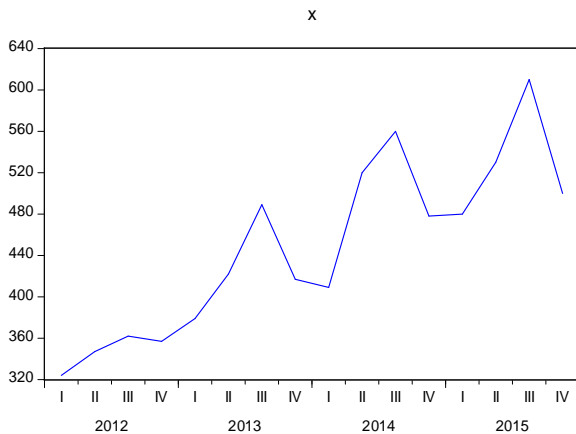
و الآن يمكننا حساب قيم السلسلة منزوعة المركبة الفصلية حسب القانون التالي:  $Y_{svsij} = Y_{ij} / S_j^*$

فالقيمة الأولى تحسب حسب الطريقة التالية:  $Y_{svs 2012,1} = Y_{2012,1} / S_1^* = 324 / 0.92 = 352.17$

#### ملاحظات مهمة

- نلاحظ أن المتوسط الحسابي للسلسلة ثابت قبل و بعد نزع المركبة الفصلية و مساوي للقيمة: 449.
- قيمة الانحراف المعياري انخفضت بعد التخلص من المركبة الفصلية، حيث أنها كانت في السلسلة الأصلية 81.46 أما بعد نزع المركبة الفصلية انخفضت إلى القيمة 71.96. و هذا يدل على تراجع قيمة التشتت.
- و النتيجة السابقتين يؤيدان إلى تراجع قيمة معامل التغيرات من القيمة 0.18 قبل نزع المركبة الأصلية إلى 0.16 بعد نزع المركبة.

و التمثيل البياني للسلسلة قبل و بعد نزع المركبة الفصلية يؤكد النتائج السابقة:



## سلسلة التمارين (1)

### التمرين الأول

لتكن نتيجة التقدير التالية:

Dependent Variable: Y Method: Least Squares Date: 10/14/17 Time: 22:28 Sample: 1987 2016 Included observations: 30				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-9.403624	4.408302	-2.133162	0.0422
X1	0.659809	0.138619	4.759883	0.0001
X2	0.577702	0.117145	4.931518	0.0000
R-squared	0.661946	Mean dependent var		22.52634
Adjusted R-squared	0.636904	S.D. dependent var		2.386834
S.E. of regression	1.438244	Akaike info criterion		3.659363
Sum squared resid	55.85075	Schwarz criterion		3.799482
Log likelihood	-51.89044	Hannan-Quinn criter.		3.704188
F-statistic	26.43439	Durbin-Watson stat		1.669747
Prob(F-statistic)	0.000000			

1. اكتب نتيجة التقدير على شكل معادلة خطية؛
2. اختبر المعنوية الفردية للمعالم؛
3. اختبر المعنوية الكلية للنموذج؛
4. اختبر إمكانية وجود ارتباط ذاتي للأخطاء من الدرجة الأولى؛
5. اشرح قيمة معامل التحديد المضاعف؛
6. قيم نتيجة التقدير.

### التمرين الثاني

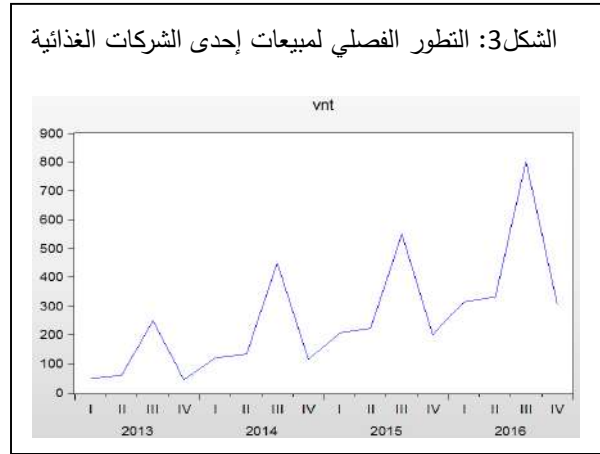
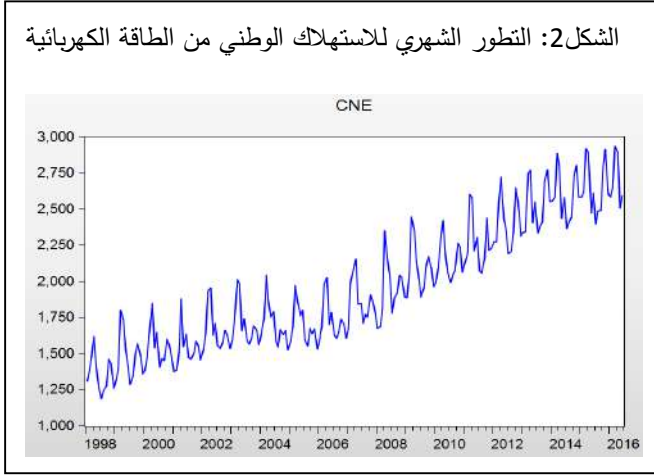
في إطار نمذجة لوغاريتم حصة الفرد من الناتج الحقيقي *LPIB* نسجل نتيجة التقدير التالية:

Dependent Variable: LPIB Method: Least Squares Date: 10/15/17 Time: 10:23 Sample (adjusted): 1982 2015 Included observations: 34 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.036152	0.120328	0.300442	0.7658
LPIB(-1)	1.536154	0.153154	10.03010	0.0000
LPIB(-2)	-0.545756	0.160603	-3.398167	0.0019
R-squared	0.971347	Mean dependent var		3.585334
Adjusted R-squared	0.969498	S.D. dependent var		0.054089
S.E. of regression	0.009446	Akaike info criterion		-6.402251
Sum squared resid	0.002766	Schwarz criterion		-6.267572
Log likelihood	111.8383	Hannan-Quinn criter.		-6.356321
F-statistic	525.4513	Durbin-Watson stat		2.106664
Prob(F-statistic)	0.000000			

1. اكتب نتيجة التقدير على شكل معادلة خطية؛
2. ماذا يسمى هذا النوع من النماذج؟
3. اختبر المعنوية الفردية للمعالم؛
4. اختبر المعنوية الكلية للنموذج؛
5. اختبر إمكانية وجود ارتباط ذاتي للأخطاء من الدرجة الأولى؛
6. اشرح قيمة معامل التحديد المضاعف؛
7. قيم نتيجة التقدير.

### التمرين الثالث

لتكن الأشكال التالية:



1. بماذا يسمى المنحنى الذي يمثل التطور التاريخي للسلسلة الزمنية؟

2. قدم تعليقا على المنحنيات السابقة، مع توضيح أهم نقاط التحول في كل سلسلة و أهم مركباتها.

### التمرين الرابع

بغرض نمذجة استهلاك الطاقة الكهربائية لإحدى الشركات الوطنية ( $x_t$ ) خلال فترة الدراسة من شهر جانفي لعام 2007 إلى غاية شهر ديسمبر من عام 2016، فإننا نعمل في البداية على الكشف عن المركبات الأساسية للسلسلة المدروسة، و بغرض ذلك نقترح العناصر التالية:

$$\sigma_t = 486.50 + 0.16\bar{x}_t + e_t$$

$$S_R = 11.43 \times 10^{10} ; S_A = 9.42 \times 10^{10} ; S_P = 23.80 \times 10^{10} ; (253.83) (0.06)$$

حيث أن: (•) تمثل الانحراف المعياري للمقدرة،  $\sigma_t, \bar{x}_t$  المتوسط و الانحراف المعياري السنوي على التوالي للسلسلة المدروسة.

1. اختبر إمكانية وجود المركبة الفصلية ضمن السلسلة المدروسة؛

2. اختبر إمكانية وجود مركبة الاتجاه العام ضمن السلسلة المدروسة؛



3. باستعمال اختبار (Buys - Ballot) حدد نوع نموذج المركبات؛
4. اشرح باختصار كيفية نزع المركبة الفصلية من السلسلة المدروسة باستعمال طريقة المتوسطات المتحركة البسيطة (Moving Average).
5. قارن بين  $\bar{x}$ ,  $cv$  للسلسلة قبل وبعد نزع المركبة الفصلية؛

#### التمرين الخامس

الجدول التالي يوضح الطلب على المشروبات الغازية لدى مؤسسة خاصة، حيث أن البيانات ربع سنوية و خلال الفترة: 2013:1 إلى 2016:4

السنوات	الثلاثية الأولى	الثلاثية الثانية	الثلاثية الثالثة	الثلاثية الرابعة
2013	235	290	611	215
2014	290	350	671	275
2015	320	411	732	336
2016	421	471	792	396

1. اختبر إمكانية وجود المركبة الفصلية ضمن السلسلة المدروسة بمستوى معنوية 5%، اشرح هذه النتائج؟
2. اختبر إمكانية وجود مركبة الاتجاه العام ضمن السلسلة المدروسة بمستوى معنوية 5%، اشرح هذه النتائج؟
3. بالاعتماد على اختبار buys ballot حدد نوع نموذج مركبات السلسلة؟
4. باستعمال طريقة المتوسطات المتحركة، اوجد السلسلة منزوعة المركبة الفصلية.

## تصحيح سلسلة التمارين (1)

### التمرين الأول

نتيجة التقدير في الجدول أعلاه مستخرجة باستخدام برنامج EVIEWS9.0 (و يعتبر هذا البرنامج ضروري و مهم في دراسة و تحليل السلاسل الزمنية)، و المتضمن لتقدير العلاقة الخطية بين المتغير التابع  $Y$  و المتغيرين التفسيريين  $X_1$  و  $X_2$  مع وجود حد ثابت  $C$  و ذلك باستخدام طريقة المربعات الصغرى MCO العادية. و نكتب:

$$Y_t = C + a_1 X_{1t} + a_2 X_{2t} + \varepsilon_t$$

حيث أن  $\varepsilon_t$  يمثل حد الخطأ العشوائي، و  $t$  يمثل الزمن من 1987 إلى غاية 2016 .

#### 1. كتابة نتيجة التقدير على شكل معادلة خطية

$$Y_t = -9.40 + 0.66 X_{1t} + 0.58 X_{2t} + e_t$$

حيث أن  $e_t$  يمثل بواقي النموذج

#### 2. اختبار المعنوية الفردية للمعامل

بغرض اختبار المعنوية الفردية لمعامل النموذج نستخدم اختبار ستيودنت Student للمعنوية، و نعتمد على الاحتمال المرافق لهذا الاختبار بغرض قبول أو رفض الفرضية المعدومة و المتضمنة لعدم وجود معنوية إحصائية مقبولة للمعلمة أي قبول الفرضية المعدومة يعني أن المعلمة ليست ذات دلالة إحصائية و هذا يدل على أن المتغير التفسيري المرافق لهذا المعامل ليس له أي اثر إحصائي على المتغير التابع و يمكننا الاستغناء عنه.

- بالنسبة للحد الثابت: نلاحظ أن قيمة الاحتمال المرافق للاختبار هي 0.04 و بالتالي يمكننا رفض الفرضية المعدومة عند مستوى معنوية 5% ، أي أن الحد الثابت ذو معنوية إحصائية مقبولة.
- بالنسبة للمعامل الأول أي المعلمة الثانية: نلاحظ أن قيمة الاحتمال المرافق للاختبار هي 0.00 و بالتالي يمكننا رفض الفرضية المعدومة عند مستوى معنوية 1%، أي أن المعامل الأول ذو معنوية إحصائية مقبولة. و هذا يدل على أن المتغير التفسيري الأول له اثر إحصائي على المتغير التابع.
- بالنسبة للمعامل الثاني أي المعلمة الثانية: نلاحظ أن قيمة الاحتمال المرافق للاختبار هي 0.00 و بالتالي يمكننا رفض الفرضية المعدومة عند مستوى معنوية 1% ، أي أن المعامل الثاني ذو معنوية إحصائية مقبولة. و هذا يدل على أن المتغير التفسيري الثاني له اثر إحصائي على المتغير التابع.
- و منه يمكننا القول أن المعنوية الفردية لمعامل النموذج مقبولة عند مستوى معنوية 5% على أعلى تقدير .

### 3. اختبار المعنوية الكلية للنموذج

من أجل اختبار المعنوية الكلية للنموذج فإننا نعلم على اختبار فيشر Fisher، و نستعمل الاحتمال المرافق لهذا الاختبار بغرض قبول أو رفض الفرضية المعدومة و التي تتضمن عدم وجود معنوية إحصائية مقبولة لكل معاملات المتغيرات التفسيرية وبالتالي فإن قبول الفرضية المعدومة يعني عدم وجود علاقة تتجه من المتغيرات التفسيرات إلى المتغير التابع.

ومن الجدول أعلاه نلاحظ أن قيمة الاحتمال المرافق للاختبار هي 0.00 و بالتالي يمكننا رفض الفرضية المعدومة عند مستوي معنوية 1%، أي أن المعنوية الكلية للنموذج مقبولة. و هذا يدل على وجود علاقة تتجه من المتغيرات التفسيرات إلى المتغير التابع.

### 4. اختبار إمكانية وجود ارتباط ذاتي للأخطاء من الدرجة الأولى

إن وجود مشكل الارتباط الذاتي للأخطاء ضمن النموذج يبقى على خاصية عدم تحيز مقدرات المعالم وهذا جيد، غير انه يفقدها خاصية اقل تباين وبالتالي تصبح المقدرات ليست الأفضل. و ارتفاع قيمة الانحرافات المعيارية لمقدرات المعالم يؤدي إلى عدم صدق نتائج الاختبارات الإحصائية مما يؤدي بنا إلى أحكام خاطئة على معنوية المعالم و المعنوية الكلية للنموذج. و يعتبر اختبار دوربين واتسن احد الاختبارات الإحصائية التي تساعدنا في الكشف عن وجود ارتباط ذاتي ضمنا بواقي النموذج ولكنها من الدرجة الأولى فقط. ويعتمد هذا الاختبار على الفرضية المعدومة التي تنص على عدم وجود ارتباط ذاتي للأخطاء من الدرجة الأولى.

و بمستوي معنوية 5% و بالاعتماد على حجم العينة  $n=30$  و عدد المتغيرات التفسيرية  $k=2$  يمكننا استخراج قيمتي  $d_1=1.28$  و  $d_2=1.57$  من جدول دوربين واتسن. ومن جدول التقدير نلاحظ أن القيمة المحسوبة لإحصائية اختبار دوربين واتسن هي  $DW=1.67$ .

$$d_2=1.57 < DW=1.67 < 4-d_2=2.43 \quad \text{نلاحظ أن:}$$

وبالتالي يمكننا قبول الفرضية المعدومة و بمستوي معنوية 5% و التأكيد على عدم وجود ارتباط ذاتي من الدرجة الأولى ضمن أخطاء النموذج. وبالتالي فإن مقدرات المعالم غير متحيزة و بأقل تباين BLUE.

### 5. شرح قيمة معامل التحديد المضاعف

من نتيجة التقدير يمكننا استخراج قيمة معامل التحديد المضاعف  $R^2=0.66$ ، و بالتالي فإن 66% من التغيرات الحاصلة في المتغير التابع مشروحة ضمن النموذج.

### 6. تقييم نتيجة التقدير

على أساس النتائج السابقة فإن النموذج مقبول من وجهة إحصائية و قياسية، غير انه لا يمكننا تقييم النموذج اقتصادياً لجهلنا بنوع و اتجاه العلاقة بين المتغيرات التفسيرية و المتغير التابع، غير انه يمكننا القول أن زيادة المتغير الأول بوحدة واحدة يؤدي إلى زيادة قدرها 0.66 في المتغير التابع، أما زيادة المتغير الثاني بوحدة واحدة فتؤدي إلى زيادة قدرها 0.58 في المتغير التابع.

## التمرين الثاني

في إطار نمذجة لوغاريتم حصة الفرد من الناتج الحقيقي  $LPIB$  نسجل نتيجة التقدير التالية:

### 1. كتابة نتيجة التقدير على شكل معادلة خطية

$$LPIB_t = 0.036 + 1.536 LPIB_{t-1} - 0.545 LPIB_{t-2} + e_t$$

### 2. يسمي هذا النوع من النماذج

يسمي هذا النوع من النماذج بالنماذج الانحدار الذاتي أو النماذج الديناميكية بسبب وجود المتغير التابع و بإبطاء زمني ضمن المتغيرات التفسيرية للنموذج.

### 3. اختبر المعنوية الفردية للمعامل

- بالنسبة للحد الثابت: نلاحظ أن قيمة الاحتمال المرافق لاختبار ستيودنت هي 0.76 و بالتالي يمكننا قبول الفرضية المعدومة حتى عند مستوى معنوية 10% ، أي أن الحد الثابت ليس ذو معنوية إحصائية مقبولة.

- بالنسبة للمعامل الأول: نلاحظ أن قيمة الاحتمال المرافق لاختبار ستيودنت هي 0.00 و بالتالي يمكننا رفض الفرضية المعدومة عند مستوى معنوية 1% ، أي أن المعامل الأول ذو معنوية إحصائية مقبولة. و هذا يدل على أن المتغير التفسيري الأول و هو المتغير التابع بتأخير سنة واحدة له اثر إحصائي على المتغير التابع.

- بالنسبة للمعامل الثاني: نلاحظ أن قيمة الاحتمال المرافق لاختبار ستيودنت هي 0.00 و بالتالي يمكننا رفض الفرضية المعدومة عند مستوى معنوية 1%، أي أن المعامل الثاني ذو معنوية إحصائية مقبولة. و هذا يدل على أن المتغير التفسيري الثاني أي المتغير التابع بتأخير سنتين له اثر إحصائي على المتغير التابع.

و منه يمكننا القول أن المعنوية الفردية لمعاملات النموذج مقبولة عند مستوى معنوية 5% على أعلى تقدير .

### 4. اختبار المعنوية الكلية للنموذج

من نتيجة التقدير نلاحظ أن قيمة الاحتمال المرافق للاختبار فيشر هي 0.00 و بالتالي يمكننا رفض الفرضية المعدومة عند مستوى معنوية 1%، أي أن المعنوية الكلية للنموذج مقبولة. و هذا يدل على وجود علاقة تتجه من المتغيرات التفسيرات إلى المتغير التابع.

### 5. اختبار إمكانية وجود ارتباط ذاتي للأخطاء من الدرجة الأولى

إن النموذج المقدر هو من نوع النماذج الديناميكية بسبب وجود المتغير التابع و بإبطاء زمني ضمن المتغيرات التفسيرية للنموذج و عليه فان إحصائية دوربين واتسن  $DW$  و التي تساعدنا في الكشف عن الارتباط الذاتي للأخطاء من الدرجة الأولى تكون متحيزة و لا يمكننا استعمالها، غير انه يوجد اختبار بديل يعتمد على تصحيح التحيز الموجود في إحصائية  $DW$  و الناتج عن الأثر الديناميكي الموجود في النموذج و

الفرضية المعدومة لهذا الاختبار هي الاستقلال الذاتي للأخطاء من الدرجة الأولى و الإحصائية المحسوبة لهذا الاختبار هي:

$$h = \left(1 - \frac{DW}{2}\right) \sqrt{\frac{n}{1 - n \times \text{Var}(\hat{\beta})}} \xrightarrow{asy} N(0,1)$$

حيث أن:  $\beta$  هو معامل المتغير التابع ذو التأخير الزمني.

فإذا كانت القيمة المحسوبة لهذا الاختبار  $h$  اكبر من القيمة المجدولة التي عادةً ما تكون 1.96 في حالة العينات الكبرى فإننا نرفض الفرضية المعدومة و يكون هناك ارتباط موجب للأخطاء من الدرجة الأولى.

و بسبب وجود المتغير التابع بتأخير زمني لفترة و لفترتين ضمن المتغيرات التفسيرية يجعل ضبابية في تطبيق هذا الاختبار، و يستحسن تطبيق اختبار Breusch-Godfrey و الذي لا يمكننا تطبيقه إلا على البيانات الأصلية. و على الرغم من أن قيمة إحصائية دوربين واتسن قريبة من 2 ( $DW = 2.10$ ) غير انه لا يمكننا التأكيد على عدم وجود ارتباط ذاتي ضمن بواقي النموذج.

#### 6. شرح قيمة معامل التحديد المضاعف

من نتيجة التقدير يمكننا استخراج قيمة معامل التحديد المضاعف  $R^2 = 0.97$ ، و بالتالي فان 97% من التغيرات الحاصلة في المتغير التابع مشروحة ضمن النموذج وهذه النسبة الكبيرة تدل على القدرة التفسيرية العالية للنموذج.

#### 7. تقييم نتيجة التقدير

على أساس النتائج السابقة فان المتغيرين التفسيريين مقبولين في شرح المتغير التابع، غير أن الحد الثابت ليس ذو معنوية إحصائية و يستحسن إعادة تقدير النموذج بدون ثابت. أما فيما يخص الارتباط الذاتي للأخطاء فمن الضروري التأكد من عدم وجوده ضمن النموذج باستعمال الاختبارات الإحصائية المناسبة حتى يمكننا الحكم على نتيجة التقدير.

### التمرين الثالث

السلسلة الزمنية هي مجموعة من المشاهدات مرتبة وفق حدوثها في الزمن كالسنين أو الفصول أو الأشهر أو الأيام أو أية وحدة زمنية، فهي بذلك عبارة عن سجل تاريخي يتم اعتماده لبناء التوقعات المستقبلية.

#### 3. يسمى المنحنى الذي يمثل التطور التاريخي للسلسلة الزمنية: Histogramme

#### 4. تقديم تعليق على المنحنيات السابقة، مع توضيح أهم نقاط التحول في كل سلسلة و أهم مركباتها

إن الشكل 1 يمثل التطور اليومي لمؤشر سوق دبي للأوراق المالية DFM خلال الفترة 2016/2014 بعدد مشاهدات قدره 751 لأيام العمل دون أيام العطل. نلاحظ في البداية أن قيم مؤشر DFM شهد تحسن ملحوظ في النصف الأول لعام 2014 ليرتفع من القيمة حوالي 3500 ليبلغ القيمة حوالي 5300، غير انه يشهد

تراجع في النصف الأخير لنفس السنة و يستمر هذا التراجع خلال سنة 2015 ليبلغ أدنى مستوياته بقيمة قدرها حوالي 2700، و مع بدايات 2016 تتحسن نسبياً قيم المؤشر و يستمر هذا التحسن طوال نفس السنة بقيمة قدرها حوالي 3500. كما أننا نسجل ملاحظة أخرى مهمة وهي جود اضطرابات كبيرة في قيم المؤشر خلال فترة الدراسة مما يدل على عدم ثبات تباين مؤشر DFM و لهذه الملاحظة المهمة دور كبير في عملية نمذجة قيم المؤشر.

إن الشكل 2 يمثل التطور الشهري للاستهلاك الوطني من الطاقة الكهربائية CNE خلال الفترة من جانفي 1998 إلى غاية جوان 2016 بعدد مشاهدات قدره 222، خلال طول فترة الدراسة نلاحظ تزايد مستمر لقيمة الاستهلاك الوطني من الطاقة الكهربائية ففي شهر جانفي لعام 1998 كانت قيمة الاستهلاك حوالي 1300 ليبلغ القيمة حوالي 2700 في شهر جوان 2016، وبالتالي يمكننا القول أن المتوسط السنوي للاستهلاك الوطني من الطاقة الكهربائية يتزايد خلال كل فترة الدراسة وهذا يوحي بوجود مركبة الاتجاه العام T ضمن السلسلة CNE و بالتالي يوحي بعدم استقراريتها، كما أننا نسجل ارتفاع ملحوظ في قيم السلسلة CNE في الربع الثاني من كل سنة و بشكل منتظم و متكرر مما يوحي بوجود المركبة الفصلية S ضمن السلسلة؛ كما أن هذه الزيادات في كل عام تكون بنفس القيمة نسبياً أي أن تباين السلسلة المدروسة لا يخضع لتغيرات كبيرة فهو ثابت و مستقل عن المتوسط مما يوحي بان نوع نموذج المركبات هو من نوع الجمع T+S.

إن الشكل 3 يمثل التطور الفصلي لمبيعات إحدى الشركات الغذائية VNT خلال الفترة من الربع الأول لعام 2013 إلى غاية الربع الأخير من عام 2016 بعدد مشاهدات قدره 16، خلال طول فترة الدراسة نلاحظ تزايد مستمر لقيمة VNT ففي الربع الأول من عام 2013 كانت قيمة المبيعات حوالي 50 وحدة لتبلغ القيمة حوالي 300 في الربع الأخير من عام 2016، وبالتالي يمكننا القول أن المتوسط السنوي لمبيعات هذه الشركة يتزايد خلال كل فترة الدراسة وهذا يوحي بوجود مركبة الاتجاه العام T ضمن السلسلة VNT و بالتالي يوحي بعدم استقراريتها، كما أننا نسجل ارتفاع ملحوظ في قيم السلسلة VNT في الربع الثالث من كل سنة و بشكل منتظم و متكرر مما يوحي بوجود المركبة الفصلية S ضمن السلسلة؛ كما أن قيمة هذه الزيادات الحاصلة في الربع الثالث من كل عام تتزايد مع الزمن أي أن تباين السلسلة المدروسة يخضع لتغيرات كبيرة و يتزايد مع الزمن و بالتالي فهو مرتبط مع المتوسط مما يوحي بان نوع نموذج المركبات هو من نوع الجداء S\*T.

إن الشكل 4 يمثل التطور السنوي لحصة الفرد من الناتج الحقيقي في الجزائر خلال الفترة من عام 1994 إلى غاية عام 2014 بعدد مشاهدات قدره 21، خلال طول فترة الدراسة نلاحظ تزايد مستمر لقيمة حصة الفرد من الناتج الحقيقي في الجزائر GDP ففي عام 1994 كانت قيمة GDP حوالي 3100 دولار امريكي لتبلغ القيمة حوالي 4700 في عام 2014، وهذا يوحي بوجود مركبة الاتجاه العام T ضمن السلسلة GDP و بالتالي يوحي بعدم استقراريتها.

## التمرين الرابع

بغرض نمذجة استهلاك الطاقة الكهربائية لإحدى الشركات الوطنية ( $x_t$ ) خلال فترة الدراسة من شهر جانفي لعام 2007 إلى غاية شهر ديسمبر من عام 2016، فإننا نعمل في البداية على الكشف عن المركبات الأساسية للسلسلة المدروسة، و بغرض ذلك نقترح العناصر التالية:

$$\sigma_t = 486.50 + 0.16\bar{x}_t + e_t$$

$$S_R = 11.43 \times 10^{10} \quad ; \quad S_A = 9.42 \times 10^{10} \quad ; \quad S_P = 23.80 \times 10^{10} \quad ; \quad (253.83) (0.06)$$

حيث أن: (•) تمثل الانحراف المعياري للمقدرة،  $\sigma_t, \bar{x}_t$  المتوسط و الانحراف المعياري السنوي على التوالي للسلسلة المدروسة.

### 1. اختبار إمكانية وجود المركبة الفصلية ضمن السلسلة المدروسة

بغرض الكشف عن مركبات السلسلة المدروسة نستعمل اختبار تحليل التباين، و اختبار إمكانية وجود المركبة الفصلية ضمن السلسلة المدروسة يعتمد على الفرضية المعدومة:

عدم وجود المركبة الفصلية ضمن السلسلة المدروسة :  $H_0$

و الإحصائية المحسوبة لهذا الاختبار هي:

$$F_c = \frac{V_P}{V_R} \rightarrow F[(P-1), (P-1)(N-1)]$$

$$V_P = \frac{S_P}{(p-1)} = 2.16 \times 10^{10} \quad ; \quad V_R = \frac{S_R}{(p-1)(N-1)} = 1.15 \times 10^9$$

$$F_c = 18.78 > F_{tab}^{0.05}(11, 99) = 1.85$$

و عليه نرفض الفرضية  $H_0$  و بمستوي معنوية 5% و نقر بوجود المركبة الفصلية ضمن السلسلة المدروسة

### 2. اختبار إمكانية وجود مركبة الاتجاه العام ضمن السلسلة المدروسة

بالاعتماد على نفس الاختبار السابق، فإن اختبار إمكانية وجود مركبة الاتجاه العام ضمن السلسلة المدروسة يعتمد على الفرضية المعدومة:

عدم وجود مركبة الاتجاه العام ضمن السلسلة المدروسة :  $H_0$

و الإحصائية المحسوبة لهذا الاختبار هي:

$$F_c = \frac{V_A}{V_R} \rightarrow F[(N-1), (P-1)(N-1)]$$

$$V_A = \frac{S_A}{(N-1)} = 1.05 \times 10^{10} \quad ; \quad V_R = \frac{S_R}{(p-1)(N-1)} = 1.15 \times 10^9$$

$$F_c = 9.13 > F_{tab}^{0.05}(9, 99) = 1.97$$

و عليه نرفض الفرضية  $H_0$  و بمستوي معنوية 5% و نقر بوجود مركبة الاتجاه العام ضمن السلسلة

المدروسة

### 3. باستعمال اختبار (Buys - Ballot) نحدد نوع نموذج المركبات

يعتمد اختبار (Buys - Ballot) على فكرة انه إذا كان الانحراف المعياري للسلسلة يرتبط بالمتوسط الحسابي للسلسلة خلال زمن الدراسة يكون نموذج المركبات من نوع الجداء:  $S^*T$ ، أما إذا كان الانحراف المعياري مستقل عن المتوسط يعني هذا أن نموذج المركبات من نوع الجمع:  $S+T$ ، و عليه يكون نموذج

$$\sigma_i = a_0 + a_1 \bar{Y}_i + \varepsilon_i \quad \text{(Buys - Ballot) على النحو التالي:}$$

و الفرضية المعدومة لاختبار (Buys - Ballot) هي:

النموذج من نوع الجمع  $a_1 = 0$  :  $H_0$

$$t_c = \frac{\hat{a}_1}{\hat{\sigma}_{\hat{a}_1}} = 2.67 > t_{tab}^{0.05}(8) = 2.30$$

و عليه نرفض الفرضية  $H_0$  و بمستوي معنوية 5% و نقر بان النموذج من نوع الجداء.

### 4. شرح كيفية نزع المركبة الفصلية من السلسلة باستعمال طريقة المتوسطات المتحركة البسيطة

من اجل نزع المركبة الفصلية من السلسلة المدروسة باستعمال طريقة المتوسطات المتحركة نتبع

الخطوات التالية:

(a) نقدر قيمة مركبة الاتجاه العام حسب العلاقة التالية:  $L = 2m = 12 \Rightarrow m = 6$

$$\hat{E}_t = \frac{1}{12} \left[ \frac{1}{2} Y_{t-6} + \sum_{i=-5}^{i=5} Y_{t+i} + \frac{1}{2} Y_{t+6} \right]$$

(b) نحسب اثر الفصول:  $S_t = Y_t / \hat{E}_t$  حالة الجداء

(c) نحسب متوسطات اثر الفصول:  $S_1^*, S_2^*, S_3^*, \dots, S_{12}^*$

و نتحقق من أن:  $\bar{S}^* = \frac{1}{12} \sum_{j=1}^{12} S_j^* = 1$  حالة الجداء

في حالة اذا كان  $\bar{S}^* \neq 1$  نعد حساب المتوسطات الجديدة لآثر الفصول:

$S_1^*, S_2^*, S_3^*, \dots, S_{12}^*$  بحيث أن:  $S_j^* = S_j^* / \bar{S}^*$

ثم نتأكد من أن:  $\bar{S}^* = \frac{1}{12} \sum_{j=1}^{12} S_j^* = 1$

(d) أخيرا نحسب السلسلة منزوعة المركبة الفصلية:  $Y_{svs\ tj} = \frac{Y_{tj}}{S_j^*}$  حالة الجداء

### 5. المقارنة بين $cv$ , $\bar{Y}$ للسلسلة قبل وبعد نزع المركبة الفصلية

$\bar{Y}$  يبقى ثابت قبل و بعد نزع المركبة الفصلية من السلسلة المدروسة، أما الانحراف المعياري

فينخفض بعد نزع المركبة الفصلية. وعلى أساس أن معامل التباين هو  $cv = \frac{\sigma}{\bar{Y}}$  فينخفض بعد

نزع المركبة الفصلية من السلسلة المدروسة.



التمرين الخامس

الجدول التالي يوضح الطلب على المشروبات الغازية لدى مؤسسة خاصة، حيث أن البيانات ربع سنوية و خلال الفترة: 2013:1 إلى 2016:4

حتى يمكننا الكشف عن مركبات السلسلة نستعمل اختبار تحليل التباين و الذي يخضع لتوزيع فيشر، حيث:

$$Y_{i\bullet} = \frac{1}{p} \sum_{j=1}^p Y_{ij} = \frac{1}{4} \sum_{j=1}^4 Y_{ij} \quad \bullet \text{ المتوسط السنوي هو:}$$

$$Y_{\bullet j} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Y_{ij} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 Y_{ij} \quad \bullet \text{ المتوسط الفصلي هو:}$$

$$Y_{\bullet\bullet} = \frac{1}{N \times p} \sum_{j=1}^p \sum_{i=1}^N Y_{ij} = \frac{1}{16} \sum_{j=1}^4 \sum_{i=1}^4 Y_{ij} \quad \bullet \text{ المتوسط الكلي:}$$

و يكون الجدول الذي يلخص المتوسطات السنوية و الفصلية:

الفصول السنوات	الثلاثية الأولى S <sub>1</sub>	الثلاثية الثانية S <sub>2</sub>	الثلاثية الثالثة S <sub>3</sub>	الثلاثية الرابعة S <sub>4</sub>	المتوسط السنوي Y <sub>i•</sub>
2013	235	290	611	215	<b>337.75</b>
2014	290	350	671	275	<b>396.50</b>
2015	320	411	732	336	<b>449.75</b>
2016	421	471	792	396	<b>520</b>
المتوسط الفصلي Y <sub>•j</sub>	<b>316.50</b>	<b>380.50</b>	<b>701.50</b>	<b>305.50</b>	Y <sub>••</sub> = 426

و الجدول التالي يلخص كل أنواع التباينات:

قيمة التباين	نوع التباين	درجات الحرية	مجموع المربعات
$V_p = S_p / (p - 1)$	تباين الفصلي	(p - 1)	$S_p = N \sum_{j=1}^p (Y_{\bullet j} - Y_{\bullet\bullet})^2$
$V_A = S_A / (N - 1)$	تباين السنوي	(N - 1)	$S_A = p \sum_{i=1}^N (Y_{i\bullet} - Y_{\bullet\bullet})^2$
$V_R = S_R / (N - 1)(p - 1)$	تباين البواقي	(p-1)(N-1)	$S_R = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^p (Y_{ij} - Y_{i\bullet} - Y_{\bullet j} + Y_{\bullet\bullet})^2$

و بالتالي تكون كل أنواع التباينات للسلسلة المدروسة في الجدول التالي:

مجموع المربعات	درجات الحرية	نوع التباين	قيمة التباين
$S_p = 417924$	3	تباين الفصلي	$V_p = 139308$
$S_A = 72233.5$	3	تباين السنوي	$V_A = 24077.83$
$S_R = 766.5$	9	تباين البواقي	$V_R = 85.17$

1. اختبار إمكانية وجود المركبة الفصلية ضمن السلسلة المدروسة بمستوى معنوية 5%

إن اختبار إمكانية وجود المركبة الفصلية ضمن السلسلة المدروسة يعتمد على الفرضية المعدومة:

عدم وجود المركبة الفصلية ضمن السلسلة المدروسة :  $H_0$

و الإحصائية المحسوبة لهذا الاختبار هي:

$$F_c = \frac{V_p}{V_R} \rightarrow F[(P-1), (P-1)(N-1)]$$

$$F_c = 1635.71 > F_{tab}^{0.05}(3,9) = 3.86$$

و يكون:

و عليه نرفض الفرضية  $H_0$  و بمستوي معنوية 5% و نقر بوجود المركبة الفصلية ضمن السلسلة المدروسة.

2. اختبار إمكانية وجود مركبة الاتجاه العام ضمن السلسلة المدروسة بمستوى معنوية 5%

إن اختبار إمكانية وجود مركبة الاتجاه العام ضمن السلسلة المدروسة يعتمد على الفرضية المعدومة:

عدم وجود مركبة الاتجاه العام ضمن السلسلة المدروسة :  $H_0$

و الإحصائية المحسوبة لهذا الاختبار هي:

$$F_c = \frac{V_A}{V_R} \rightarrow F[(N-1), (P-1)(N-1)]$$

$$F_c = 282.71 > F_{tab}^{0.05}(3,9) = 3.86$$

و يكون:

و عليه نرفض الفرضية  $H_0$  و بمستوي معنوية 5% و نقر بوجود مركبة الاتجاه العام ضمن السلسلة المدروسة.

3. بالاعتماد على اختبار (Buys - Ballot) تحديد نوع نموذج مركبات السلسلة

إن نموذج (Buys - Ballot) على النحو التالي:

$$\sigma_i = a_0 + a_1 \bar{Y}_i + \varepsilon_i$$

و الفرضية المعدومة لاختبار (Buys - Ballot) هي:

النموذج من نوع الجمع  $a_1 = 0$  :  $H_0$

و على الرغم من صغر حجة العينة  $n=4$  و الذي يؤثر على نائج التقدير فإننا نعمل على تقدير نموذج

(Buys - Ballot) و ذلك باستعمال برنامج EVIEWS9.0 و نتيجة التقدير مسجلة في الجدول التالي:

Dependent Variable: ECARTYP				
Method: Least Squares				
Date: 10/21/17 Time: 17:00				
Sample: 1 4				
Included observations: 4				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	160.4696	12.80046	12.53624	0.0063
MOY	0.002985	0.029681	0.100557	0.9291
R-squared	0.005030	Mean dependent var	161.7410	
Adjusted R-squared	-0.492454	S.D. dependent var	3.264892	
S.E. of regression	3.988589	Akaike info criterion	5.911605	
Sum squared resid	31.81769	Schwarz criterion	5.604752	
Log likelihood	-9.823210	Hannan-Quinn criter.	5.238239	
F-statistic	0.010112	Durbin-Watson stat	2.663363	
Prob(F-statistic)	0.929074			

باستعمال الاحتمال المرافق لاختبار ستودنت للمعنوية فإننا نقبل الفرضية  $H_0$  و بمستوي معنوية 5% و نقر بان النموذج من نوع الجمع.

#### 4. إيجاد السلسلة منزوعة المركبة الفصلية باستعمال طريقة المتوسطات المتحركة البسيطة

من اجل نزع المركبة الفصلية من السلسلة المدروسة  $x_t$  باستعمال طريقة المتوسطات المتحركة نتبع الخطوات التالية:

A. نقدر قيمة مركبة الاتجاه العام حسب العلاقة التالية:  $L = 2m = 4 \Rightarrow m = 2$

$$\hat{E}_t = \frac{1}{4} \left[ \frac{1}{2} Y_{t-2} + \sum_{i=-1}^{i=1} Y_{t+i} + \frac{1}{2} Y_{t+2} \right]$$

B. نحسب اثر الفصول:  $S_t = x_t - \hat{E}_t$  حالة الجمع

C. نحسب متوسطات الفصول:  $S_1^*, S_2^*, S_3^*, S_4^*$

$$\text{و نتحقق من أن: } \bar{S}^* = \frac{1}{4} \sum_{j=1}^4 S_j^* = 0 \quad \text{حالة الجمع}$$

في حالة اذا كان  $\bar{S}^* \neq 0$  نعد حساب المتوسطات الجديدة لآثر الفصول:  $S_1^*, S_2^*, S_3^*, S_4^*$  بحيث

$$\text{أن: } S_j^* = S_j^* - \bar{S}^* \quad \text{ثم نتأكد من أن: } \bar{S}^* = \frac{1}{4} \sum_{j=1}^4 S_j^* = 0$$

D. أخيرا نحسب السلسلة منزوعة المركبة الفصلية:  $Y_{svs} \quad t_j = Y_{tj} - S_j^*$  حالة الجمع

كيفية حساب متوسط اثر الفصول  $S^*$ :

$$S_1^* = \frac{S_{1,2014} + S_{1,2015} + S_{1,2016}}{3} = -89.13$$

$$S_2^* = \frac{S_{2,2014} + S_{2,2015} + S_{2,2016}}{3} = -37.21$$

$$S_3^* = \frac{S_{3,2013} + S_{3,2014} + S_{3,2015}}{3} = 268.92$$

$$S_4^* = \frac{S_{4,2013} + S_{4,2014} + S_{4,2015}}{3} = -142.38$$

الزمن	Y	E	s	xsvs
2013 S1	235			324.18
2013 S2	290			327.26
2013 S3	611	344.63	266.38	342.14
2013 S4	215	359.00	-144.00	357.43
2014 S1	290	374.00	-84.00	379.13
2014 S2	350	389.00	-39.00	387.26
2014 S3	671	400.25	270.75	402.14
2014 S4	275	411.63	-136.63	417.43
2015 S1	320	426.88	-106.88	409.18
2015 S2	411	442.13	-31.13	448.26
2015 S3	732	462.38	269.63	463.14
2015 S4	336	482.50	-146.50	478.43
2016 S1	421	497.50	-76.50	510.18
2016 S2	471	512.50	-41.50	508.26
2016 S3	792			523.14
2016 S4	396			538.43
<b>moy</b>	<b>426</b>			<b>426</b>
<b>ecarty</b>	<b>175.16</b>			<b>69.38</b>
<b>cv</b>	<b>0.41</b>			<b>0.16</b>

التحقق من أن المتوسطات الحسابية لأثر الفصول تساوي 0:

$$\bar{S}^* = \frac{1}{4} \sum_{j=1}^4 S_j^* = \frac{-89.13 - 37.21 + 268.92 - 142.38}{4} = 0.05 \neq 0$$

من أجل جعل هذا المتوسط معدوم نعد حساب:  $S_1^*, S_2^*, S_3^*, S_4^*$

$$S_1^* = S_1^* - \bar{S}^* = -89.18$$

$$S_2^* = S_2^* - \bar{S}^* = -37.26$$

$$S_3^* = S_3^* - \bar{S}^* = 268.86$$

$$S_4^* = S_4^* - \bar{S}^* = -142.43$$

لنتحقق من قيمة المتوسط:

$$\bar{S}^* = \frac{1}{4} \sum_{j=1}^4 S_j^* = \frac{-89.18 - 37.26 + 268.86 - 142.43}{4} = 0$$

و الآن يمكننا حساب قيم السلسلة منزوعة المركبة الفصلية حسب القانون التالي:

$$Y_{svs\ tj} = Y_{tj} - S_j^*$$

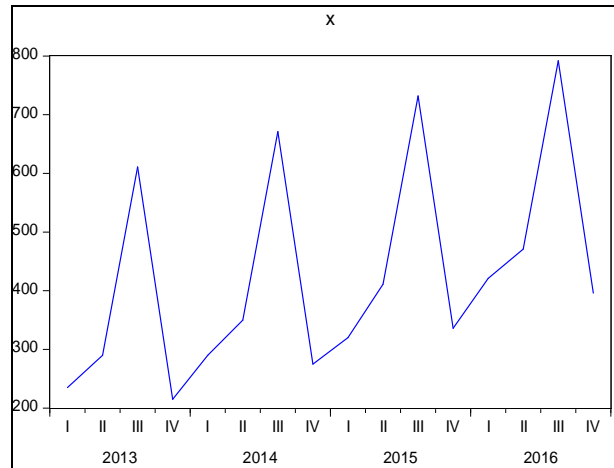
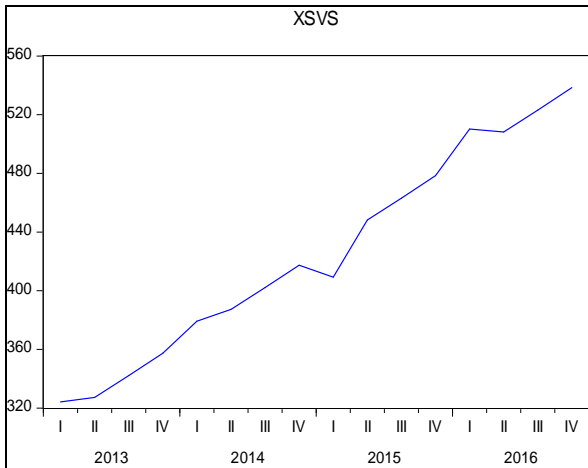
$$Y_{svs\ 2013,1} = 235 - (-89.18) = 324.18$$

فالقيمة الأولى تحسب حسب الطريقة التالية:

### ملاحظات مهمة:

- نلاحظ أن المتوسط الحسابي للسلسلة ثابت قبل و بعد نزع المركبة الفصلية و مساوي للقيمة: 426
- قيمة الانحراف المعياري انخفضت بعد التخلص من المركبة الفصلية، حيث أنها كانت في السلسلة الأصلية 175.16 أما بعد نزع المركبة الفصلية انخفضت إلى القيمة 69.38. و هذا يدل على تراجع قيمة التشتت.
- و النتيجة السابقتين يؤيدان إلى تراجع قيمة معامل التغير من القيمة 0.41 قبل نزع المركبة الأصلية إلى 0.16 بعد نزع المركبة.

و التمثيل البياني للسلسلة قبل و بعد نزع المركبة الفصلية يؤكد النتائج السابقة:



## الفصل الثاني: دراسة استقرارية السلاسل الزمنية

قبل القيام بنمذجة السلسلة الزمنية و التنبؤ يجب في البداية التأكد من الخصائص العشوائية للسلسلة، فإذا كان الأمل الرياضي و التباين للسلسلة ثابتين عبر الزمن نقول عندئذٍ أن السلسلة مستقرة و مقبولة للنمذجة و التنبؤ. فالسلسلة الزمنية المستقرة هي التي تتغير مستوياتها عبر الزمن مع ثبات الأمل و التباين عبر الزمن أي عدم وجود اتجاه عام لا بزيادة لا بنقصان.

### 1. الخصائص الإحصائية لاستقرارية السلسلة الزمنية

نقول عن السلسلة  $Y_t$  أنها مستقرة إذا حققت الشروط التالية:

$$E(Y_t) = E(Y_{t+h}) = \mu \quad \text{A. ثبات المتوسط عبر الزمن:}$$

$$Var(Y_t) = Var(Y_{t+h}) = \sigma^2 \quad \text{B. ثبات التباين عبر الزمن:}$$

C. استقلال التباين المشترك عن الزمن:

$$Cov(Y_t, Y_{t+h}) = E[(Y_t - \mu)(Y_{t+h} - \mu)] = \gamma_h$$

إن التمثيل البياني للسلسلة يعطينا احاءات عن استقرارية السلسلة من عدمه، غير أن هذا لا يكفي بل يجب الاعتماد على اختبارات إحصائية متخصصة سنتعرف عليها فيما بعد.

### 2. سلسلة التشويش الأبيض أو الضجة البيضاء (Un Bruit Blanc)

تعرف سلسلة الضجة البيضاء أو التشويش الأبيض على أنها عبارة عن متتابعة من المشاهدات المستقلة فيما بينها و لها توزيعات متطابقة بمتوسط معدوم و تباين ثابت و نرسم لها بالرمز (BB)، فإذا كانت  $\zeta_t$  سلسلة تشويش ابيض يكون:

$$E(\zeta_t) = 0, \quad \forall t \quad \text{A. متوسط معدوم:}$$

$$Var(\zeta_t) = \sigma^2, \quad \forall t \quad \text{B. ثبات التباين عبر الزمن:}$$

$$Cov(\zeta_t, \zeta_s) = 0, \quad \forall t \neq s \quad \text{C. التباين المشترك معدوم:}$$

$$\zeta_t \rightarrow BB(0, \sigma^2) \quad \text{و يمكننا أن نكتب:}$$

### ملاحظة

من تعريف سلسلة الضجة البيضاء فان كل من الأمل و التباين و التباين المشترك لهذه السلسلة هي ثوابت و تختلف عن الزمن و بالتالي فهي تحقق شروط الاستقرارية، و عليه يمكننا القول أن أي سلسلة تشويش ابيض فهي مستقرة بالتعريف و لا نحتاج إلى إثبات ذلك.

### 3. دالة الارتباط الذاتي (FAC)

دالة الارتباط الذاتي (FAC) هي الدالة التي تقيس الارتباط بين السلسلة  $Y_t$  و نفس السلسلة بتأخير قدره  $h$  أي  $Y_{t-h}$  و نرمز لها بالرمز  $\rho_h$  و نكتب:

$$\rho_h = \frac{Cov(Y_t, Y_{t-h})}{\sigma_{Y_t} \times \sigma_{Y_{t-h}}}$$

و عملياً فإننا نستعمل مقدرة دالة الارتباط الذاتي و هي:

$$r_h = \hat{\rho}_h = \frac{\sum_{t=h+1}^n (Y_t - \bar{Y})(Y_{t-h} - \bar{Y})}{\sum_{t=1}^n (Y_t - \bar{Y})^2}$$

#### مثال 1

احسب قيمة دالة الارتباط الذاتي عند تأخيرات قدرها  $h = 1, h = 2, h = 3$  أي  $r_1, r_2, r_3$  للسلسلة التالية:

Obs	1	2	3	4	5	6
$Y_t$	12	11	10	10	8	9

حساب قيمة دالة الارتباط الذاتي عند تأخير قدره  $h = 1$  أي  $r_1$

Obs	$Y_t$	$Y_{t-1}$	$Y_{t-m}$	$Y_{t-1-m}$	$(Y_{t-m}) * (Y_{t-1-m})$	$(Y_{t-m})^2$
1	12		2.00			4.00
2	11	12	1.00	2.00	2.00	1.00
3	10	11	0.00	1.00	0.00	0.00
4	10	10	0.00	0.00	0.00	0.00
5	8	10	-2.00	0.00	0.00	4.00
6	9	8	-1.00	-2.00	2.00	1.00
<b>m</b>	<b>10.00</b>				<b>4.00</b>	<b>10.00</b>

حيث أن  $m$  تعبر عن متوسط  $Y$

$$r_1 = \hat{\rho}_1 = \frac{\sum_{t=2}^6 (Y_t - \bar{Y})(Y_{t-1} - \bar{Y})}{\sum_{t=1}^6 (Y_t - \bar{Y})^2} = \frac{4}{10} = 0.4$$

حساب قيمة دالة الارتباط الذاتي عند تأخير قدره  $h = 2$  أي  $r_2$

Obs	$Y_t$	$Y_{t-2}$	$Y_{t-m}$	$Y_{t-2-m}$	$(Y_{t-m})*(Y_{t-2-m})$
1	12		2.00		
2	11		1.00		
3	10	12	0.00	2	0
4	10	11	0.00	1	0
5	8	10	-2.00	0	0
6	9	10	-1.00	0	0
<b>m</b>	<b>10.00</b>				<b>0</b>

$$r_2 = \hat{\rho}_2 = \frac{\sum_{t=3}^6 (Y_t - \bar{Y})(Y_{t-2} - \bar{Y})}{\sum_{t=1}^6 (Y_t - \bar{Y})^2} = \frac{0}{10} = 0$$

حساب قيمة دالة الارتباط الذاتي عند تأخير قدره  $h = 3$  أي  $r_3$

Obs	$Y_t$	$Y_{t-3}$	$Y_{t-m}$	$Y_{t-3-m}$	$(Y_{t-m})*(Y_{t-3-m})$
1	12		2		
2	11		1		
3	10		0		
4	10	12	0	2	0
5	8	11	-2	1	-2
6	9	10	-1	0	0
<b>m</b>	<b>10.00</b>				<b>-2.00</b>

$$r_3 = \hat{\rho}_3 = \frac{\sum_{t=4}^6 (Y_t - \bar{Y})(Y_{t-3} - \bar{Y})}{\sum_{t=1}^6 (Y_t - \bar{Y})^2} = \frac{-2}{10} = -0.2$$

### 1.3. خواص دالة الارتباط الذاتي

A. دالة الارتباط الذاتي متناظرة حول الصفر:  $\rho(h) = \rho(-h)$

B. دالة الارتباط الذاتي محصورة بين 1 و -1:  $-1 \leq \rho_h \leq 1$

C. لما  $h = 0$  فإن  $\rho_0 = 1$ :  $\rho_0 = \frac{Cov(Y_t, Y_t)}{\sigma_{Y_t} \times \sigma_{Y_t}} = \frac{Var(Y_t)}{Var(Y_t)} = 1$

D. يسمى التمثيل البياني لقيم دالة الارتباط الذاتي بـ (Correlogramme) وتتراوح قيمه بين 1 و -1

E. تحديد قيمة التأخير  $h$ : إذا كان طول السلسلة المدروسة يقل عن 150 مشاهدة فإن قيمة التأخير

تكون:  $n/6 \leq h \leq n/3$  ، أما إذا كان طول السلسلة اكبر عن 150 مشاهدة فإن قيمة التأخير تكون:



$h = n/5$  . و عملياً إذا كانت المعطيات شهرية أو فصلية نأخذ  $h = 24$  من اجل ملاحظة كل التغيرات الشهرية و الفصلية، أما إذا كانت المعطيات يومية نأخذ قيمة التأخير  $30 \leq h \leq 36$ ، أما في حالة المعطيات السنوية فنأخذ  $15 \leq h \leq 20$  .

### 2.3. تحليل دالة الارتباط الذاتي

لقيم دالة الارتباط الذاتي (FAC) دور كبير في تحليل مركبات السلسلة الزمنية و دراسة مدى استقراريته.

A. مجال الثقة لدالة الارتباط الذاتي (FAC): في حالة العينات الكبرى اي لما يفوق حجم العينة 30 مشاهدة فان  $r_h$  تتوزع حسب التوزيع الطبيعي بمتوسط معدوم، و نكتب:

$$r_h \rightarrow N \left( 0, \text{Var} (r_h) = \frac{1}{n} \left( 1 + 2 \sum_{i=1}^h r_i^2 \right) \right)$$

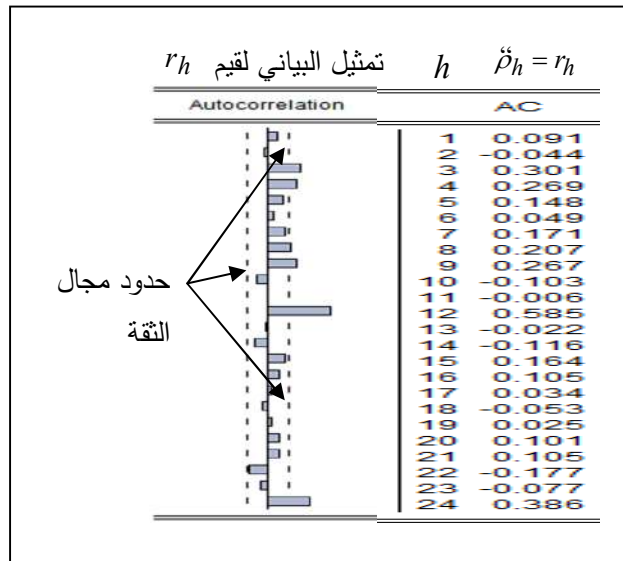
و يكون مجال الثقة بمستوي معنوية 5% هو:

$$r_h \in \left[ -1.96 \sqrt{\text{Var} (r_h)} , 1.96 \sqrt{\text{Var} (r_h)} \right]$$

فإذا كانت  $r_h$  تقع داخل مجال الثقة فإننا نقبل فرضية العدم و التي تنص على أن  $\rho_h = 0$  بمستوي معنوية 5% . و لما تكون كل معاملات الارتباط تقع داخل مجال الثقة فهي إحصائياً معدومة، و بالتالي يمكن القول أن السلسلة  $Y_t$  بدون ذاكرة و لا وجود لمركبة الاتجاه العام و لا المركبة الفصلية و بالتالي فهي مستقرة، و قيمها تقع داخل المجال:

$$r_h \in \left[ -1.96 / \sqrt{n} , 1.96 / \sqrt{n} \right]$$

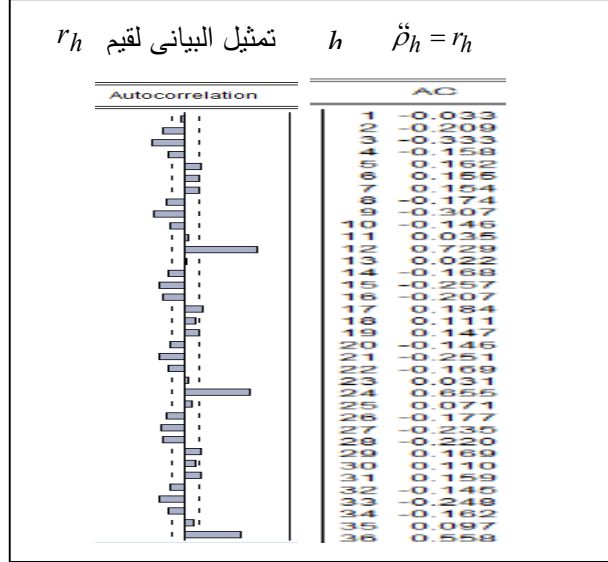
الشكل (1.2): التمثيل البياني لدالة الارتباط الذاتي (Correlogramme)



B. في حالة دراسة سلسلة ذات مشاهدات شهرية و لاحظنا أن  $r_{12}, r_{24}, \dots$  معنوياً تختلف عن الصفر أي أنها تقع خارج مجال الثقة يمكننا القول أن السلسلة تتضمن المركبة الفصلية؛

الشكل (2.2): التمثيل البياني لدالة الارتباط الذاتي (Correlogramme)

مع وجود المركبة الفصلية ضمن السلسلة المدروسة (بيانات شهرية)

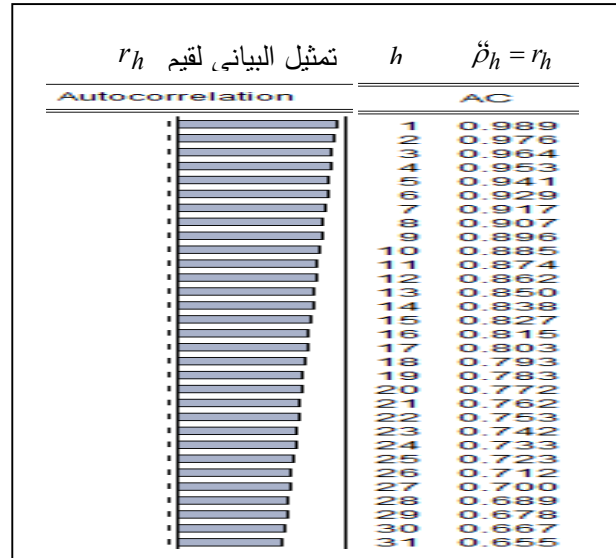


A. أو في حالة دراسة سلسلة ذات مشاهدات ربع سنوية و لاحظنا أن  $r_4, r_8, r_{12}, \dots$  معنوياً تختلف عن الصفر أي أنها تقع خارج مجال الثقة يمكننا القول أن السلسلة تتضمن المركبة الفصلية.

B. أما في حالة إذا لاحظنا أن قيم دالة الارتباط الذاتي  $r_h$  تقع خارج مجال الثقة أي أنها ذات معنوية إحصائية تختلف عن الصفر غير أنها تتناقص ببطء مع ارتفاع قيم  $h$  فان هذا يوحي بوجود مركبة الاتجاه العام ضمن السلسلة المدروسة و بان السلسلة غير مستقرة.

الشكل (3.2): التمثيل البياني لدالة الارتباط الذاتي (Correlogramme)

مع وجود مركبة الاتجاه العام ضمن السلسلة المدروسة

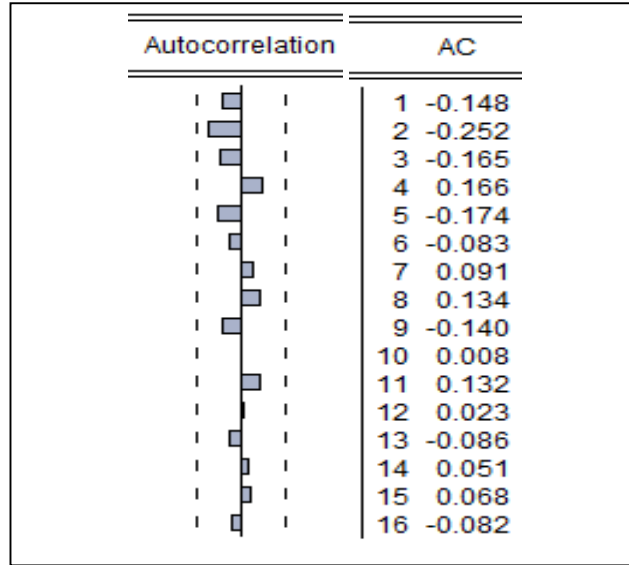


### 3.3. دالة الارتباط الذاتي للضجة البيضاء

في حالة التشويش الأبيض فان التباين المشترك معدوم أي أن:  $Cov(Y_t, Y_{t-h})=0$  و تكون دالة الارتباط الذاتي لهذا النوع من السلاسل على النحو التالي:

$$\rho_h = \begin{cases} \frac{\sigma^2}{\sigma^2} & si \quad h = 0 \\ \frac{Cov(Y_t, Y_{t-h})}{\sigma_{Y_t} \times \sigma_{Y_{t-h}}} & si \quad h \neq 0 \end{cases} = \begin{cases} 1 & si \quad h = 0 \\ 0 & si \quad h \neq 0 \end{cases}$$

الشكل (4.2): التمثيل البياني لدالة الارتباط الذاتي (Correlogram) للضجة البيضاء



كل قيم دالة الارتباط الذاتي من اجل تأخيرات غير معدوم للضجة البيضاء تقع داخل مجال الثقة أي أنها ذات معنوية إحصائية معدومة.

### 4. دالة الارتباط الذاتي الجزئي (FACP)

إن دالة الارتباط الذاتي الجزئي (FACP) تقيس الارتباط بين السلسلة  $Y_t$  و نفس السلسلة بتأخير قدره  $h$  أي  $Y_{t-h}$  بعد إزالة تأثير الترابط الناتج عن القيم التي بينهما:  $(Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, Y_{t-h+1})$  و يرمز لها بالرمز  $\phi_{hh}$  و نكتب:

$$\hat{\phi}_{hh} = \hat{\phi}_{00} = 1 \quad \text{لما } h = 0 \text{ فان:}$$

$$\hat{\phi}_{hh} = \hat{\phi}_{11} = r_1 \quad \text{لما } h = 1 \text{ فان:}$$

$$\hat{\phi}_{hh} = r_{hh} = \frac{|P_h^*|}{|P_h|} \quad \text{لما } h = 2, 3, 4, \dots \text{ فان:}$$

| | يرمز إلى محدد المصفوفة و  $P_h$  هي مصفوفة مربعة ذات البعد  $h$ .

حيث أن:

$$|P_h| = \begin{vmatrix} 1 & r_1 & r_2 & \cdot & \cdot & r_{h-2} & r_{h-1} \\ r_1 & 1 & r_1 & r_2 & \cdot & \cdot & r_{h-2} \\ r_2 & r_1 & 1 & r_1 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & r_1 & \cdot & r_1 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & r_1 & \cdot & r_1 & r_2 \\ r_{h-2} & r_{h-3} & \cdot & \cdot & r_1 & 1 & r_1 \\ r_{h-1} & r_{h-2} & \cdot & \cdot & \cdot & r_1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$|P_h^*| = \begin{vmatrix} 1 & r_1 & r_2 & \cdot & \cdot & r_{h-2} & r_1 \\ r_1 & 1 & r_1 & r_2 & \cdot & \cdot & r_2 \\ r_2 & r_1 & 1 & r_1 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & r_1 & \cdot & r_1 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & r_1 & \cdot & r_1 & \cdot \\ r_{h-2} & r_{h-3} & \cdot & \cdot & r_1 & 1 & r_{h-1} \\ r_{h-1} & r_{h-2} & \cdot & \cdot & \cdot & r_1 & r_h \end{vmatrix}$$

## مثال 2

احسب قيمة دالة الارتباط الذاتي الجزئي عند تأخير قدره  $h=2$  أي  $r_{22}$  في المثال 1 لدينا:

$$\hat{\phi}_{22} = r_{22} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & r_1 \\ r_1 & r_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & r_1 \\ r_1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{r_2 - r_1^2}{1 - r_1^2}$$

و على أساس قيم دالة الارتباط الذاتي عند التأخيرات 1، 2 نعوض في العبارة أعلاه نجد أن:

$$\hat{\phi}_{22} = r_{22} = \frac{r_2 - r_1^2}{1 - r_1^2} = \frac{0 - (0.4)^2}{1 - (0.4)^2} = -0.19$$

### مثال 3

احسب قيمة دالة الارتباط الذاتي الجزئي عند تأخير قدره  $h=3$  أي  $r_{33}$  في المثال 1 لدينا:

$$\begin{aligned}\hat{\phi}_{33} = r_{33} &= \frac{|P_3^*|}{|P_3|} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & r_1 & r_1 \\ r_1 & 1 & r_2 \\ r_2 & r_1 & r_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & r_1 & r_2 \\ r_1 & 1 & r_1 \\ r_2 & r_1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{1 \times \begin{vmatrix} 1 & r_2 \\ r_1 & r_3 \end{vmatrix} - r_1 \times \begin{vmatrix} r_1 & r_2 \\ r_2 & r_3 \end{vmatrix} + r_1 \times \begin{vmatrix} r_1 & 1 \\ r_2 & r_1 \end{vmatrix}}{1 \times \begin{vmatrix} 1 & r_1 \\ r_1 & 1 \end{vmatrix} - r_1 \times \begin{vmatrix} r_1 & r_1 \\ r_2 & 1 \end{vmatrix} + r_2 \times \begin{vmatrix} r_1 & 1 \\ r_2 & r_1 \end{vmatrix}} \\ &= \frac{1 \times (r_3 - r_1 r_2) - r_1 \times (r_1 r_3 - r_2^2) + r_1 \times (r_1^2 - r_2)}{1 \times (1 - r_1^2) - r_1 \times (r_1 - r_1 r_2) + r_2 \times (r_1^2 - r_2)} \\ &= \frac{r_1^3 - r_1 r_2 (2 - r_2) + r_3 (1 - r_1^2)}{1 - r_2^2 - 2 r_1^2 (1 - r_2)}\end{aligned}$$

و على أساس قيم دالة الارتباط الذاتي عند التأخيرات 1، 2 و 3 نعوض في العبارة أعلاه نجد أن:

$$\begin{aligned}\hat{\phi}_{33} = r_{33} &= \frac{r_1^3 - r_1 r_2 (2 - r_2) + r_3 (1 - r_1^2)}{1 - r_2^2 - 2 r_1^2 (1 - r_2)} \\ &= \frac{(0.4)^3 - 0.4 \times 0 \times (2 - 0) - 0.2 \times (1 - (0.4)^2)}{1 - (0)^2 - 2 \times (0.4)^2 \times (1 - 0)} = -0.15\end{aligned}$$

و باستعمال برنامج Eviews9.0 تحصلنا على نفس النتائج:

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC
1	0.400	0.400	0.400
2	0.000	-0.190	-0.190
3	-0.200	-0.153	-0.153
4	-0.500	-0.442	-0.442
5	-0.200	0.208	0.208

#### 1.4. خواص دالة الارتباط الذاتي الجزئي

A. مجال الثقة لدالة الارتباط الذاتي الجزئي (FACP) في حالة العينات الكبرى أي لما يفوق حجم العينة 30 مشاهدة فان  $r_{hh}$  تنتوزع حسب التوزيع الطبيعي بمتوسط معدوم (Quenouille, 1949)، و

$$r_{hh} \rightarrow N\left(0, \text{Var}(r_{hh}) = \frac{1}{n}\right) \quad \text{نكتب:}$$

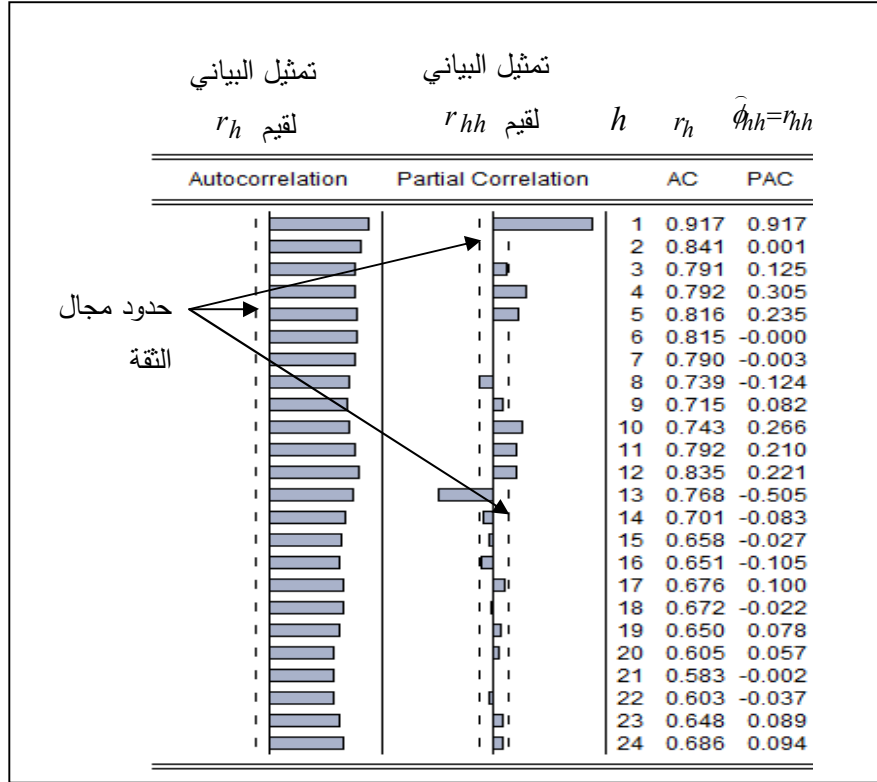
و يكون مجال الثقة بمستوي معنوية 5% هو:

$$r_{hh} \in \left[ -1.96 / \sqrt{n}, 1.96 / \sqrt{n} \right]$$

فإذا كانت  $r_{hh}$  تقع داخل مجال الثقة فإننا نقبل فرضية العدم و التي تنص على أن  $\phi_{hh} = 0$

بمستوي معنوية 5%.

B. يسمى التمثيل البياني لقيم دالة الارتباط الذاتي الجزئي بـ (Correlogramme Partielle) الشكل (5.2): التمثيل البياني لدالة الارتباط الذاتي الجزئي (Correlogramme Partielle)



#### 2.4. طريقة (Yule-Walker) لحساب دالة الارتباط الذاتي الجزئي

إن العبارة السابقة لحساب دالة الارتباط الذاتي الجزئي تتميز بصعوبة الاستخدام عند قيم  $h$  الكبيرة، ولهذا فإن هناك تعريفاً آخر لحساب (FACP) يعتمد على معادلات (Yule-Walker) من العلاقة التالية :

$$\hat{\phi}_{ii} = r_{ii} = \frac{r_i - \sum_{j=1}^{i-1} (r_{i-1,j} \times r_{i-j})}{1 - \sum_{j=1}^{i-1} (r_{i-1,j} \times r_j)} \quad i = 2,3,\dots, h$$

$$r_{ij} = r_{i-1,j} - r_{ii} r_{i-1,i-j} \quad j = 1,2,\dots, i-1 \quad \text{avec} \quad r_{i,i} = r_{ii} \quad \text{حيث أن:}$$

#### ملاحظة

إن تحليل كل من دالتي الارتباط الذاتي البسيط (FAC) و الجزئي (FACP) دور كبير و أساسي في تحديد نوع النموذج المعتمد في تقدير السلسلة الزمنية المدروسة كما سنرى ذلك لاحقاً.

## 5. توصيف حالات النماذج غير مستقرة

تسمى اختبارات الاستقرارية باختبارات جذر الوحدة و من أهمها: ديكي فولر (DF)، ديكي فولر المطور (ADF)، فيليبس بيرون (PP) و (KPSS). ولا يقتصر دور هذه الاختبارات في الكشف عن استقرارية السلسلة فقط بل لها دور في تحديد سبب عدم الاستقرارية و الطريقة المثلى في جعل السلسلة مستقرة في حالة ثبوت عدم استقراريتها. و بغرض فهم هذه الاختبارات نعمل في البداية على تعريف نوعين من النماذج غير مستقرة وهما:

### 1.5. نموذج TS (Trend Stationary)

هذا النوع من النماذج يكتب على النحو التالي:

$$Y_t = f(t) + \zeta_t = a_0 + a_1t + \zeta_t$$

حيث أن:  $\zeta_t$  هو تشويش ابيض، و  $f(t)$  دالة في الزمن.

$$E(Y_t) = a_0 + a_1t \quad \text{هو: لدينا الأمل للسلسلة } Y_t$$

أي أن متوسط السلسلة  $Y_t$  مرتبط بالزمن و بالتالي فالسلسلة  $Y_t$  غير مستقرة، غير انه يمكننا جعل السلسلة  $Y_t$  مستقرة عن طريق تقدير  $\hat{a}_0$  و  $\hat{a}_1$  بطريقة MCO ثم نقوم بنزع مركبة الزمن من السلسلة الأصلية:  $[Y_t - (\hat{a}_0 + \hat{a}_1t)]$  و هي مساوية لسلسلة التشويش الأبيض و بالتالي هي مستقرة بالتعريف. و على اعتبار أن سبب عدم الاستقرارية في السلسلة  $Y_t$  معلومة يسمى هذا النوع من عدم الاستقرارية بعدم الاستقرارية التحديدية (La non stationnarité déterministe).

### 2.5. نموذج DS (Differency Stationary)

يكتب هذا النوع من النماذج على النحو التالي:

$$Y_t = Y_{t-1} + \zeta_t$$

$$\zeta_t \rightarrow BB(0, \sigma_\zeta^2) \quad \text{حيث أن: } \zeta_t \text{ هو تشويش ابيض:}$$

و على أساس أن  $\zeta_t$  هو تشويش ابيض و بالتالي فان السلسلة  $Y_t$  تمثل صيرورة عشوائية، و يعتبر هذا النوع من النماذج الأكثر استعمالاً و الأكثر شيوعاً في التطبيقات المالية.

$$Y_t = Y_{t-1} + \zeta_t \Rightarrow Y_{t-1} = Y_{t-2} + \zeta_{t-1} \quad \text{لدينا:}$$

$$Y_t = Y_{t-2} + \zeta_{t-1} + \zeta_t \Rightarrow Y_{t-2} = Y_{t-3} + \zeta_{t-2} \quad \text{نعوض في عبارة } Y_t \text{ نجد أن:}$$

$$Y_t = Y_{t-3} + \zeta_{t-2} + \zeta_{t-1} + \zeta_t \quad \text{نعوض في عبارة } Y_t \text{ نجد أن:}$$

$$Y_t = Y_0 + \sum_{i=1}^t \zeta_i \quad \text{و هكذا بتكرار هذه العملية نجد أن:}$$

$$Var(Y_t) = t \times \sigma_\zeta^2 \quad \text{و يكون:}$$

و بالتالي فان السلسلة  $Y_t$  غير مستقرة، و على أساس الكتابة الأخيرة للسلسلة  $Y_t$  فان  $Y_t$  هي مجموع الأخطاء للسلسلة من 1 إلى  $t$ ، فإذا حدث اضطراب في توقيت ما فان هذا يستمر فيما بعد و يبعد السلسلة عن المتوسط  $Y_0$  و هذا يؤدي إلى عدم ثبات التباين عبر الزمن و بالتالي عدم استقرارية السلسلة. و على اعتبار أن سبب عدم الاستقرارية في هذا النوع من النماذج ناتج عن الاضطرابات العشوائية، فإنها تسمى بعدم الاستقرارية العشوائية (La non stationnarité Aléatoire).

و بصفة عامة يمكننا كتابة نماذج DS على النحو التالي:  $Y_t = c + Y_{t-1} + \zeta_t$  حيث أن:  $c$  يمثل الحد الثابت، و نميز الحالتين:

- إذا كان:  $c = 0$  فان النموذج من نوع DS بدون مشتق؛
- إذا كان:  $c \neq 0$  فان النموذج من نوع DS مع مشتق.

$$Y_t - Y_{t-1} = \Delta Y_t = c + \zeta_t \quad \text{لاحظ أنه يمكننا كتابة:}$$

و بالتالي فان السلسلة  $\Delta Y_t$  هي سلسلة مستقرة، و نسمي عندئذٍ السلسلة  $Y_t$  بأنها سلسلة متكاملة من الدرجة الأولى، و نكتب:

$$Y_t \rightarrow I(1)$$

و بصفة عامة يمكننا اخذ الفروق من الدرجة  $d$  اللازمة و الضرورية فقط لجعل السلسلة مستقرة، و

$$\nabla^d Y_t = c + \zeta_t \quad \text{يمكننا أن نكتب:}$$

و بالتالي يمكننا القول أن السلسلة  $\nabla^d Y_t$  هي سلسلة مستقرة، و نسمي عندئذٍ السلسلة  $Y_t$  بأنها

$$Y_t \rightarrow I(d) \quad \text{سلسلة متكاملة من الدرجة } d, \text{ و نكتب:}$$

$$d = 1 \Rightarrow \Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1}$$

$$d = 2 \Rightarrow \nabla^2 Y_t = (Y_t - Y_{t-1}) - (Y_{t-1} - Y_{t-2}) \quad \text{حيث أن:}$$

## 6. اختبار ديكي فولر البسيط (Dickey et Fuller, 1979)

يرتكز اختبار DF على أن سبب عدم الاستقرارية في نماذج DS هو أن معامل  $Y_{t-1}$  يساوي 1، غير أن تقدير هذا النوع من النماذج على ارض الواقع قد يعطي نتائج مغايرة، و عليه يكون النموذج الموجه للتقدير هو على النحو التالي:

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \zeta_t \Leftrightarrow \Delta Y_t = (\phi_1 - 1)Y_{t-1} + \zeta_t$$

و بصفة عامة يمكننا إضافة الحد الثابت و مركبة الاتجاه العام و هذا بغرض البحث عن سبب عدم الاستقرارية إن وجدة و تحديد نوعها هل هي تحديديه أم عشوائية؟ و بالتالي فان النماذج الثلاثة التي يرتكز عليها هذا الاختبار هي:

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \zeta_t \Leftrightarrow \Delta Y_t = (\phi_1 - 1)Y_{t-1} + \zeta_t \quad \text{النموذج 1:}$$

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + c + \zeta_t \Leftrightarrow \Delta Y_t = (\phi_1 - 1)Y_{t-1} + c + \zeta_t \quad \text{النموذج 2:}$$

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + c + bt + \zeta_t \Leftrightarrow \Delta Y_t = (\phi_1 - 1)Y_{t-1} + c + bt + \zeta_t \quad \text{النموذج 3:}$$

حيث أن:  $\zeta_t$  هو تشويش ابيض يخضع للتوزيع الطبيعي:  $\zeta_t \rightarrow BB(0, \sigma^2)$



و الفرضية المعدومة لهذا الاختبار تنص على أن السلسلة المدروسة  $Y_t$  تقبل جذر وحدة  $(H_0: \phi_1 = 1)$  وبالتالي فهي غير مستقرة.

$$t_{\phi_1}^{\hat{\phi}_1} = \frac{\hat{\phi}_1 - 1}{\hat{\sigma}_{\hat{\phi}_1}} \quad \text{و الإحصائية المحسوبة لهذا الاختبار هي:}$$

أما الإحصائية المجدولة لهذا الاختبار فلقد قام كل من ديكي و فولر بإنشاء جدول خاص بالاختبار و هذا بالاعتماد على مقارنة مونتي كارلو (Monte-Carlo)، و عن قاعدة القرار فان هذا الاختبار يختلف عن الاختبارات الأخرى فإذا كانت الإحصائية المحسوبة  $t_{\phi_1}^{\hat{\phi}_1}$  اكبر من الإحصائية المجدولة نقبل الفرضية المعدومة و نقول أن السلسلة  $Y_t$  تملك جذر وحدة وبالتالي فهي غير مستقرة. و عملياً فإننا نعلم على منهجية ديكي فولر الموضحة في الشكل 15 من اجل اختبار استقرارية السلسلة المدروسة و تحديد سبب عدم الاستقرارية في حالة ثبوتها.

### 7. اختبار ديكي فولر المطور (Dicky et Fuller, 1981)

في نماذج اختبار DF البسيط حد الخطأ العشوائي  $\varepsilon_t$  هو تشويش ابيض بالفرض، غير أن هذا عملياً غير محقق في كل الحالات، و عليه فان ديكي و فولر يقترحان في حالة و جود ارتباط ذاتي للأخطاء ضمن نماذج جذر الوحدة استعمال  $\Delta Y_{t-j}$  كمتغيرات مساعدة ضمن نماذج الاختبار يمكنها إصلاح الارتباط الذاتي للأخطاء، ويسمى هذا الاختبار بديكي فولر المطور ADF، و عليه فان نماذج هذا الاختبار تكون على النحو التالي:

$$\Delta Y_t = (\phi_1 - 1)Y_{t-1} + \sum_{j=2}^p \phi_j \Delta Y_{t-j+1} + \varepsilon_t \quad \text{النموذج 4:}$$

$$\Delta Y_t = (\phi_1 - 1)Y_{t-1} + \sum_{j=2}^p \phi_j \Delta Y_{t-j+1} + c + \varepsilon_t \quad \text{النموذج 5:}$$

$$\Delta Y_t = (\phi_1 - 1)Y_{t-1} + \sum_{j=2}^p \phi_j \Delta Y_{t-j+1} + c + bt + \varepsilon_t \quad \text{النموذج 6:}$$

حيث أن:  $\varepsilon_t$  هو تشويش ابيض يخضع للتوزيع الطبيعي:  $(0, \sigma_{\varepsilon}^2)$   $\varepsilon_t \rightarrow BBN$

(P-1) تمثل قيمة التأخير اللازمة لتصحيح مشكل الارتباط الذاتي للبواقي ضمن النماذج الثلاثة السابقة.

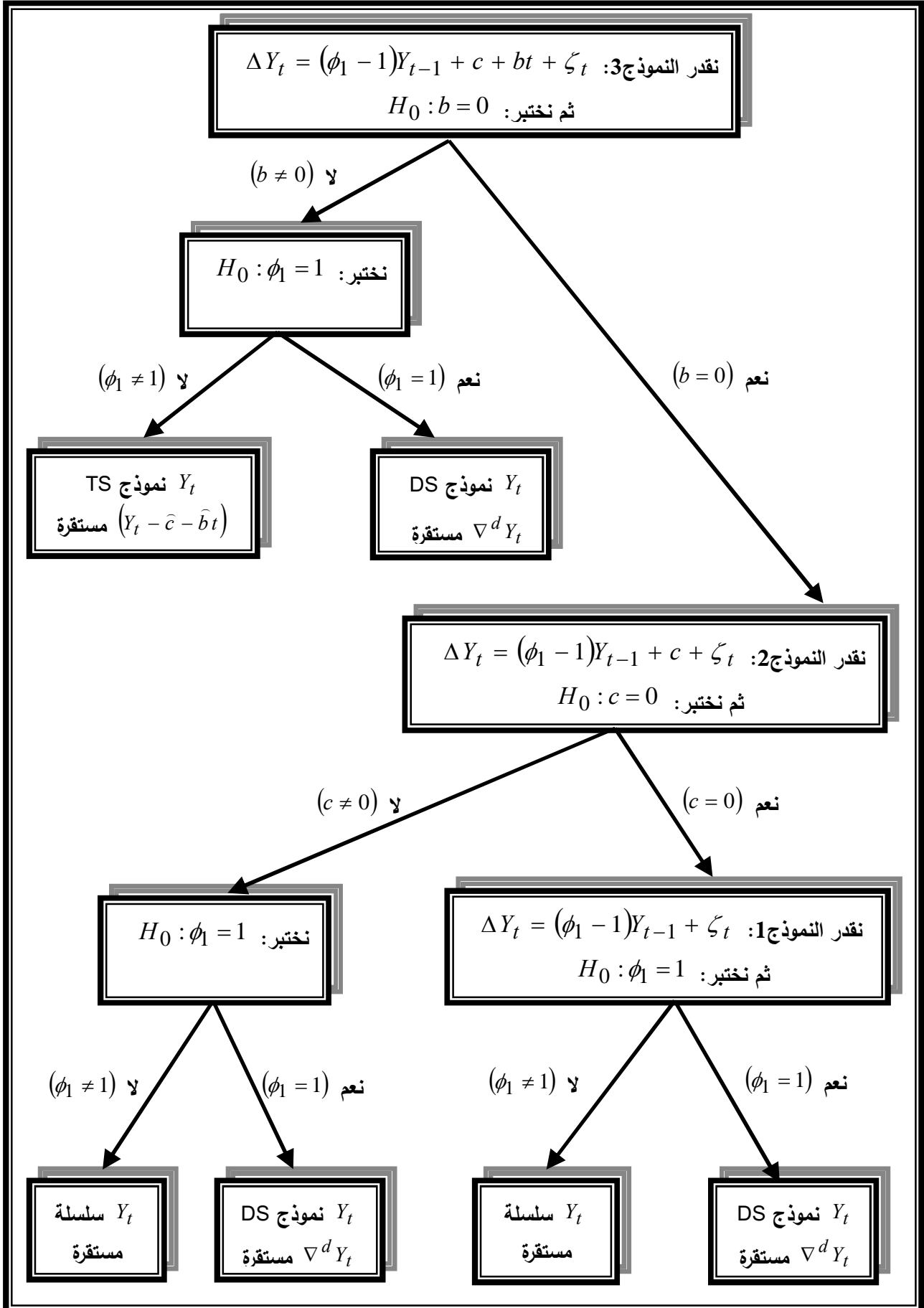
و تتم منهجية اختبار ديكي فولر المطور ADF بنفس طريقة اختبار DF، غير أن تحديد قيمة التأخير P اللازمة تتحدد على أساس تقليل قيم المعيارين: Akaike و Schwarz حيث أن:

$$AIC = n \ln \left( \frac{SCR}{n} \right) + 2K \quad \bullet \text{ قيمة إحصائية معيار Akaike}$$

$$SIC = n \ln \left( \frac{SCR}{n} \right) + K \ln(n) \quad \bullet \text{ قيمة إحصائية معيار Schwarz}$$

حيث أن: n: تمثل حجم عينة الدراسة، SCR مجموع مربعات البواقي، K عدد معاملات النموذج.

الشكل (6.2): المنهجية المبسطة لاختبار جذر الوحدة لديكي فولر



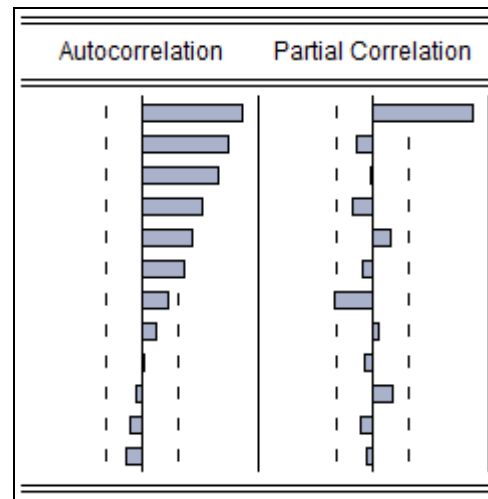
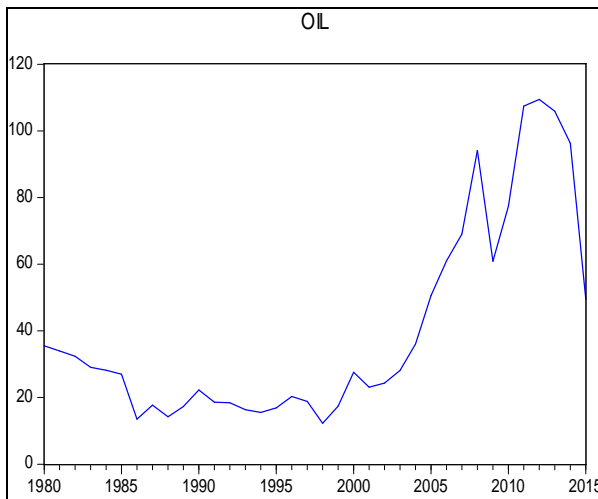
#### مثال 4

نعمل في هذا المثال على دراسة استقرارية سلسلة سعر برميل البترول *OIL* حسب سلة OPEC خلال الفترة 1980 إلى غاية 2015، و الجدول التالي يوضح قيم السلسلة:

وحدة القياس: دولار أمريكي/\$/ برميل

ans	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991
OIL	35.52	34	32.38	29.04	28.2	27.01	13.53	17.73	14.24	17.31	22.26	18.62
ans	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003
OIL	18.44	16.33	15.53	16.86	20.29	18.86	12.28	17.44	27.6	23.12	24.36	28.1
ans	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
OIL	36.05	50.59	61	69.04	94.1	60.86	77.38	107.46	109.45	105.87	96.29	49.49

نعتمد في تحليل هذه السلسلة على برنامج Eviews9.0، حيث في البداية نعرض بيانياً التطور التاريخي للسلسلة و دالتي الارتباط الذاتي البسيطة و الجزئية لهذه السلسلة في الشكل التالي:



من خلال تتبعنا لتطور التاريخي لأسعار البترول يمكننا التأكيد على أنها خضعت لتغيرات كبيرة خلال فترة الدراسة، ففي البداية عانت أسعار البترول من انخفاض شديد حيث سجلت أقل قيمة لها بـ 12 دولار للبرميل سنة 1998 لنتزايد فيما بعد خلال الفترة من 2000 إلى 2014 وبلغت أعلى قيمة لها عام 2012 بـ 109 دولار للبرميل. و إحصائياً يفسر هذا الاضطراب الكبير في قيم السلسلة بعدم ثبات التباين مما يوحي بعدم استقرارية هذه السلسلة، و هذا ما سنتأكد منه باستعمال الاختبارات الإحصائية.

أما فيما يخص دالة الارتباط الذاتي، نلاحظ أن معاملات الارتباط المحسوبة من أجل الفجوات  $h=12$  اغلبها معنوياً تختلف عن الصفر (تقع خارج مجال الثقة)، ويظهر عدم استقرارية السلسلة مع الانخفاض السريع لقيم دالة الارتباط الذاتي مع تزايد قيم التأخيرات.

و بغرض القيام باختبار ADF لجذر الوحدة يجب في البداية تحديد درجة التأخير في فروق السلسلة اللازمة لتصحيح الارتباط الذاتي للأخطاء المحتمل، و من أجل الكشف عن ذلك فإننا نعتمد على النموذج الأعم أي النموذج 3 و 6. و النتائج مسجلة في الجدول التالي:

Schwarz	Akaike	المعيار قيمة التأخير
8.19	8.05	P=0
8.31	8.13	P=1
8.44	8.22	P=2
8.54	8.27	P=3
8.64	8.31	P=4

و بالاعتماد على المعيارين: Akaike، Schwarz يمكننا القول انه لا وجود للارتباط الذاتي للأخطاء ضمن النموذج و بالتالي لا داعي لاستعمال فروق السلسلة و قيمة التأخير الأمثل هي P=0. و من اجل تأكيد هذه النتيجة فإننا نعين دالة الارتباط الذاتي لسلسلة بواقي النموذج الثالث في اختبار DF، و في الشكل أدناه نلاحظ أن معاملات الارتباط الذاتي المحسوبة من أجل الفجوات h=12 كلها ذات معنوية احصائية معدومة (تقع داخل مجال الثقة)، و بالتالي يمكننا قبول الفرضية المعدومة بمستوى معنوية 5% و الإقرار بعدم وجود ذاكرة ضمن سلسلة بواقي النموذج 3 أي أنها مستقلة عن بعض و تمثل تشويش ابيض (Un Bruit blanc) .

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.055	0.055	0.1168	0.733
		2	-0.049	-0.052	0.2113	0.900
		3	0.063	0.069	0.3703	0.946
		4	-0.214	-0.227	2.2860	0.683
		5	-0.005	0.034	2.2873	0.808
		6	0.277	0.260	5.7173	0.456
		7	-0.208	-0.248	7.7199	0.358
		8	-0.041	-0.030	7.8015	0.453
		9	-0.178	-0.248	9.3863	0.402
		10	-0.186	-0.007	11.183	0.343
		11	-0.005	-0.106	11.185	0.428
		12	-0.012	-0.103	11.193	0.512

و بإتباع منهجية ديكي فولر لدراسة الاستقرارية نعمل في البداية على تقدير النموذج 3 و نتيجة التقدير مسجلة في الجدول التالي:

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
OIL(-1)	-0.218725	0.107417	-2.036211	0.0501
C	0.097721	4.508389	0.021675	0.9828
@TREND("1980")	0.501807	0.320788	1.564295	0.1276
R-squared	0.114986	Mean dependent var		0.399143
Adjusted R-squared	0.059673	S.D. dependent var		13.45780
S.E. of regression	13.05009	Akaike info criterion		8.057284
Sum squared resid	5449.759	Schwarz criterion		8.190600
Log likelihood	-138.0025	Hannan-Quinn criter.		8.103305
F-statistic	2.078818	Durbin-Watson stat		1.537774
Prob(F-statistic)	0.141644			

إن اختبار المعنوية لمعامل مركبة الزمن يؤدي بنا إلى قبول فرضية عدم بمستوى معنوية 5%، و الإقرار بعدم وجود مركبة الاتجاه العام ضمن السلسلة المدروسة و بالتالي فان سبب عدم الاستقرارية ليس تحديدي و إنما عشوائي و النموذج من نوع DS. و تكون الخطوة الموالية تقدير النموذج 2 و النتيجة في الجدول الموالي.

و بنفس الطريقة استعمال اختبار المعنوية للثابت يؤدي بنا إلى قبول فرضية عدم بمستوى معنوية 5%، و الإقرار بعدم وجود الحد الثابت في نموذج جذر الوحدة و بالتالي فان النموذج من نوع DS بدون مشتق.

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
OIL(-1)	-0.095656	0.074723	-1.280140	0.2094
C	4.217568	3.738505	1.128143	0.2674
R-squared	0.047310	Mean dependent var		0.399143
Adjusted R-squared	0.018441	S.D. dependent var		13.45780
S.E. of regression	13.33314	Akaike info criterion		8.073828
Sum squared resid	5866.498	Schwarz criterion		8.162705
Log likelihood	-139.2920	Hannan-Quinn criter.		8.104508
F-statistic	1.638759	Durbin-Watson stat		1.555482
Prob(F-statistic)	0.209422			

و تكون الخطوة الأخيرة هي تقدير النموذج 1 و النتيجة في الجدول التالي:

Null Hypothesis: OIL has a unit root		
Exogenous: None		
Lag Length: 0 (Fixed)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-0.627899	0.4381
Test critical values:	1% level	-2.632688
	5% level	-1.950687
	10% level	-1.611059

\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

و بالاعتماد على الاحتمال المرافق لاختبار جذر الوحدة يمكننا قبول فرضية عدم بمستوى معنوية 5%، و الإقرار بوجود جذر وحدة ضمن السلسلة المدروسة و بالتالي فهي غير مستقرة و من نوع DS بدون مشتق، و من اجل جعل هذه السلسلة مستقرة نخضعها للفرق الأول ثم ندرس استقراريته في النموذج 1 الذي تم قبول شكله و نتيجة هذا الاختبار للفرق الأول هي:

Null Hypothesis: D(OIL) has a unit root		
Exogenous: None		
Lag Length: 0 (Fixed)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-4.432267	0.0001
Test critical values:	1% level	-2.634731
	5% level	-1.951000
	10% level	-1.610907

\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

و بالاعتماد على الاحتمال المرافق لاختبار جذر الوحدة يمكننا رفض فرضية عدم بمستوى معنوية 1%، و الإقرار بعدم وجود جذر وحدة ضمن السلسلة المدروسة و بالتالي فهي مستقرة.

## 8. اختبار فيليبس بيرون (Phillips et Perron, 1988)

يعتمد اختبار فيليبس بيرون (PP) على التصحيح غير معلمي لتحيز الموجود في إحصائية اختبار ديكي فولر و الناتج عن مشكلتي الارتباط الذاتي و عدم تجانس التباين لبواقي نماذج جذر الوحدة، و يضم هذا الاختبار أربعة خطوات هي:

- تقدير النماذج الثلاثة لاختبار ديكي فولر بطريقة MCO و استخراج قيم الإحصائيات المحسوبة  $t_{\hat{\phi}_1}$  و بواقي النماذج  $e_t$ .

$$\sigma_{\zeta}^2 = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n e_t^2 \quad \bullet \text{ تقدير التباين قصير المدى للبواقي:}$$

- تقدير معامل التصحيح أو التباين طويل المدى للبواقي:

$$S_t^2 = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n e_t^2 + 2 \sum_{i=1}^l \left(1 - \frac{i}{l+1}\right) \frac{1}{n} \sum_{t=i+1}^n e_t e_{t-i}$$

حيث أن قيمة التأخير  $l$  تتحدد على أساس العلاقة التالية:  $l \approx 4(n/100)^{2/9}$

- و عليه تكون الإحصائية المحسوبة لاختبار فيليبس بيرون (PP) على النحو التالي:

$$t_{\hat{\phi}_1}^* = \sqrt{\theta} \times \frac{(\hat{\phi}_1 - 1)}{\hat{\sigma}_{\hat{\phi}_1}} + \frac{n(\theta - 1)\hat{\sigma}_{\hat{\phi}_1}}{\sqrt{\theta}}$$

$$\theta = \frac{\hat{\sigma}_{\zeta}^2}{S_t^2} \quad \text{حيث أن:}$$

و يتم مقارنة الإحصائية المحسوبة  $t_{\hat{\phi}_1}^*$  بالإحصائية المجدولة لماكي نمون (MacKinnon)، و منهجية هذا الاختبار هي نفس منهجية اختبار دكي فولر.

### 9. اختبار KPSS (Kwiatkowski, Phillips, Schmidt et Shin, 1992)

يعتمد اختبار (KPSS) على الفرضية المعدومة التي تنص على أن السلسلة مستقرة، و يتم اختبار هذه الفرضية على أساس نموذجين فقط النموذج 2 مع وجود ثابت و النموذج 3 مع ثابت و اتجاه عام، و تحديد الإحصائية المحسوبة لهذا الاختبار يعتمد على التباين طويل المدى للبواقي  $S_t^2$  لاختبار (PP) و هي:

$$LM = \frac{1}{S_t^2} \frac{\sum_{t=1}^n \tau_t^2}{n^2}$$

حيث أن:  $\tau_t = \sum_{i=1}^t e_i$  يمثل المجموع الجزئي لمربعات البواقي:  $t = 1, 2, \dots, n$

إذا كانت  $LM$  اكبر من الإحصائية المجدولة نرفض الفرضية المعدومة و نقول أن السلسلة غير مستقرة. و منهجية هذا الاختبار هي نفس منهجية اختبار دكي فولر.

الجدول (1.2): الإحصائية المجدولة لاختبار (KPSS)

			مستوى المعنوية
10%	5%	1%	النموذج
0.347	0.463	0.739	النموذج 2
0.119	0.146	0.216	النموذج 3

سلسلة التمارين (2)

التمرين الأول

ادرس استقرارية النماذج التالية:

$$2^\circ / Y_t = 0.6\zeta_{t-1} - 0.3\zeta_{t-2} + \zeta_t$$

$$1^\circ / Y_t = 2 + 0.8\zeta_{t-1} + \zeta_t$$

حيث أن:  $\zeta_t \rightarrow BB(0, \sigma^2)$

التمرين الثاني

الجدول التالي يوضح قيم السلسلة  $Y_t$ :

t	1	2	3	4	5	6
$Y_t$	9	12	14	15	16	12

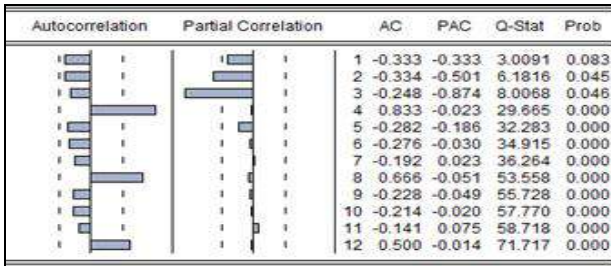
1. احسب قيم دالة الارتباط الذاتي:  $r_1$ ،  $r_2$ ، و  $r_3$ .

2. احسب قيم دالة الارتباط الذاتي الجزئي:  $r_{11}$ ،  $r_{22}$ ، و  $r_{33}$ .

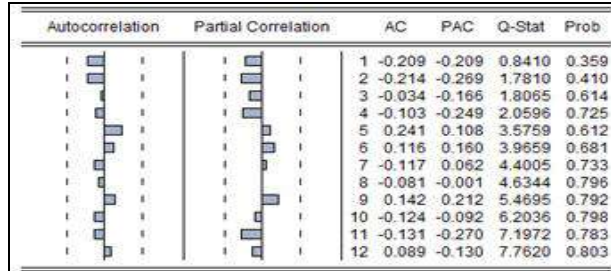
التمرين الثالث

بالاعتماد على التمثيل البياني لدالة الارتباط الذاتي FAC و دالة الارتباط الذاتي الجزئي FACP قدم تحليلاً لمركبات السلاسل التالية:

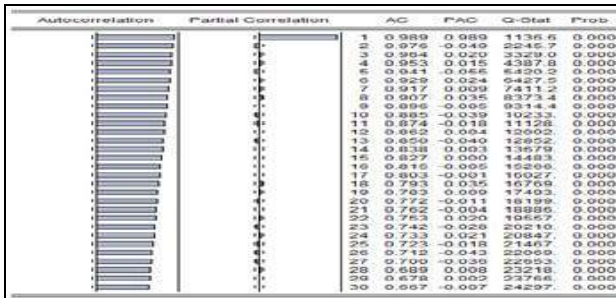
السلسلة  $Y_2$



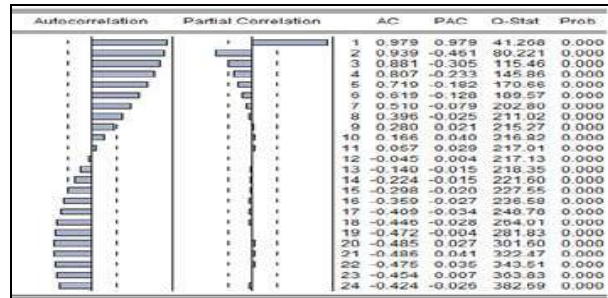
السلسلة  $Y_1$



السلسلة  $Y_4$



السلسلة  $Y_3$



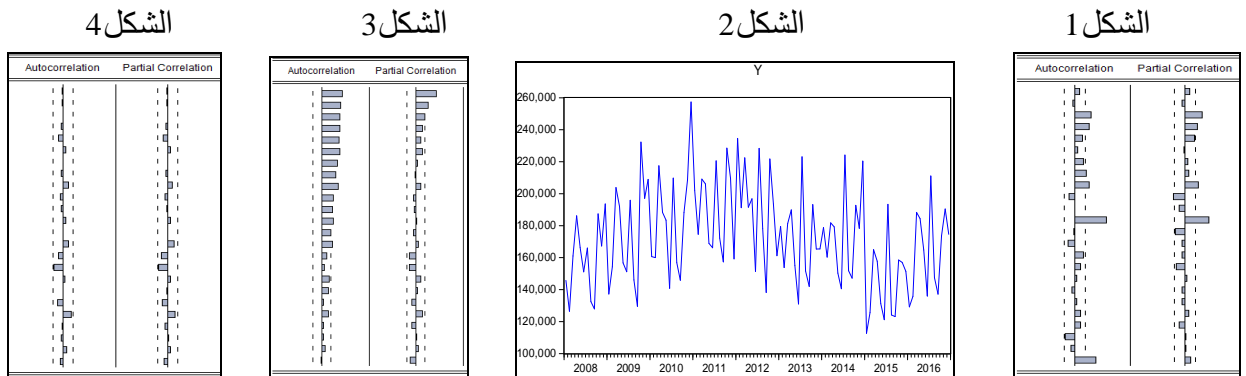
التمرين الرابع

باستعمال طريقة (Yule-Walker) لحساب دالة الارتباط الذاتي الجزئي، احسب  $r_{22}$  و  $r_{33}$  بدلالة دالة

الارتباط الذاتي  $r_1$ ،  $r_2$ ، و  $r_3$ .

التمرين الخامس

في إطار دراسة استقرارية السلسلة Y التي تمثل مبيعات إحدى الشركات الغذائية للفترة من جانفي 2008 إلى غاية ديسمبر 2016 نقترح العناصر التالية، حيث أن الأشكال من 1 إلى 4 تمثل على التوالي: الشكل 1 دالة الارتباط الذاتي البسيطة و الجزئية للسلسلة Y، الشكل 2 التطور التاريخي للسلسلة Y، الشكل 3 دالة الارتباط الذاتي البسيطة و الجزئية للسلسلة منزوعة المركبة الفصلية Ysvs و الشكل 4 دالة الارتباط الذاتي البسيطة و الجزئية لسلسلة بواقي النموذج 6 لاختبار ADF للسلسلة Ysvs. أما باقي الجداول فهي نتائج تطبيق اختبار ADF على السلسلة منزوعة المركبة الفصلية Ysvs.



Null Hypothesis: YSVS has a unit root Exogenous: Constant, Linear Trend Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
<b>Augmented Dickey-Fuller test statistic</b>				
Test critical values:				
	1% level		-4.049586	
	5% level		-3.454032	
	10% level		-3.152652	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(YSVS) Method: Least Squares Date: 11/08/17 Time: 22:32 Sample (adjusted): 2008M06 2016M12 Included observations: 103 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
YSVS(-1)	-0.294784	0.120864	-2.438979	0.0166
D(YSVS(-1))	-0.535852	0.134146	-3.994553	0.0001
D(YSVS(-2))	-0.375454	0.133368	-2.815183	0.0059
D(YSVS(-3))	-0.229943	0.123335	-1.864384	0.0653
D(YSVS(-4))	-0.099796	0.099081	-1.007216	0.3164
C	55548.20	22430.44	2.476466	0.0150
@TREND("2008M01")	-86.27006	63.76691	-1.352897	0.1793

Null Hypothesis: YSVS has a unit root Exogenous: Constant Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
<b>Augmented Dickey-Fuller test statistic</b>				
Test critical values:				
	1% level		-3.495021	
	5% level		-2.889753	
	10% level		-2.581890	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(YSVS) Method: Least Squares Date: 11/08/17 Time: 22:34 Sample (adjusted): 2008M06 2016M12 Included observations: 103 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
YSVS(-1)	-0.233839	0.112634	-2.076094	0.0405
D(YSVS(-1))	-0.576354	0.131321	-4.388897	0.0000
D(YSVS(-2))	-0.394885	0.133158	-2.965532	0.0038
D(YSVS(-3))	-0.237733	0.123726	-1.921443	0.0576
D(YSVS(-4))	-0.101965	0.099491	-1.024865	0.3080
C	40230.73	19445.99	2.068844	0.0412

Null Hypothesis: D(YSVS) has a unit root Exogenous: None Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
<b>Augmented Dickey-Fuller test statistic</b>				
Test critical values:				
	1% level		-2.587831	
	5% level		-1.944006	
	10% level		-1.614656	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(YSVS,2) Method: Least Squares Date: 11/08/17 Time: 22:47 Sample (adjusted): 2008M07 2016M12 Included observations: 102 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(YSVS(-1))	-3.268665	0.431392	-7.577015	0.0000
D(YSVS(-1),2)	1.467248	0.376181	3.900379	0.0002
D(YSVS(-2),2)	0.852799	0.292287	2.917673	0.0044
D(YSVS(-3),2)	0.424638	0.195569	2.171289	0.0323
D(YSVS(-4),2)	0.158803	0.098124	1.618382	0.1088

Null Hypothesis: D(YSVS) has a unit root Exogenous: Constant Lag Length: 4 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
<b>Augmented Dickey-Fuller test statistic</b>				
Test critical values:				
	1% level		-3.495677	
	5% level		-2.890037	
	10% level		-2.582041	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(YSVS,2) Method: Least Squares Date: 11/08/17 Time: 22:46 Sample (adjusted): 2008M07 2016M12 Included observations: 102 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(YSVS(-1))	-3.267672	0.433784	-7.532951	0.0000
D(YSVS(-1),2)	1.466310	0.378292	3.876135	0.0002
D(YSVS(-2),2)	0.851962	0.293969	2.898135	0.0047
D(YSVS(-3),2)	0.424089	0.196690	2.156133	0.0336
D(YSVS(-4),2)	0.158579	0.098667	1.607209	0.1113
C	-146.7768	1773.167	-0.082777	0.9342



1. بتحليلك للاشكال 1، 2 و 3، ماذا تستنتج؟
2. حدد قيمة التأخير المستعملة في إجراء اختبار ديكي فولر، ماذا تستنتج؟
3. بالاعتماد على الشكل 4، هل يمكن القول ان نماذج جذر الوحدة لاختبار ديكي فولر مقبولة في دراسة الاستقرارية للسلسلة Ysvs؟
4. ادرس استقرارية السلسلة Ysvs حسب استراتيجية ديكي فولر مع تحديد سبب عدم الاستقرارية.
5. ماهي درجة تكامل السلسلة Ysvs؟

### التمرين السادس

في إطار دراسة استقرارية RB مردودية إنتاج القمح في الجزائر خلال الفترة 1981 إلى غاية 2014 نسجل النتائج التالية:

Schawrz	Akaike	
13.86	13.72	P=0
13.99	13.80	P=1
14.14	13.91	P=2
14.28	14.00	P=3
14.33	14.00	P=4

Null Hypothesis: RB has a unit root Exogenous: Constant, Linear Trend Lag Length: 0 (Fixed)				
		t-Statistic	Prob.*	
<b>Augmented Dickey-Fuller test statistic</b>				
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-5.396979	0.0006	
Test critical values:	1% level	-4.262735		
	5% level	-3.552973		
	10% level	-3.209642		
*Mackinnon (1996) one-sided p-values.				
<b>Augmented Dickey-Fuller Test Equation</b>				
Dependent Variable: D(RB)				
Method: Least Squares				
Date: 01/18/17 Time: 12:12				
Sample (adjusted): 1982 2014				
Included observations: 33 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
RB(-1)	-0.997070	0.184746	-5.396979	0.0000
C	538.2676	122.4579	4.395531	0.0001
@TREND("1981")	34.83627	7.706336	4.520472	0.0001
R-squared	0.492768	Mean dependent var	24.33576	
Adjusted R-squared	0.458952	S.D. dependent var	301.5613	
S.E. of regression	221.8163	Akaike info criterion	13.72808	
Sum squared resid	1476074	Schwarz criterion	13.86413	
Log likelihood	-223.5134	Hannan-Quinn criter.	13.77386	
F-statistic	14.57225	Durbin-Watson stat	1.970441	
Prob(F-statistic)	0.000038			

1. حدد قيمة التأخير اللازمة لإجراء اختبار ديكي فولر، ماذا تستنتج؟
2. ادرس استقرارية السلسلة RB حسب استراتيجية ديكي فولر مع تحديد سبب عدم الاستقرارية ان وجدت.
3. في حالة عدم استقرارية السلسلة RB، ما هي الطريقة الأمثل لجعل السلسلة مستقرة؟

## تصحيح سلسلة التمارين (2)

### التمرين الأول

حتى يكون النموذج مستقر يجب أن يحقق شروط الاستقرارية و هي ثبات المتوسط، التباين و التباين المشترك بالنسبة للزمن.

$$Y_t = 2 + 0.8\zeta_{t-1} + \zeta_t$$

### 1. دراسة استقرارية النموذج

الأمّل الرياضي للسلسلة  $Y_t$  هو:

$$E(Y_t) = E(2 + 0.8\zeta_{t-1} + \zeta_t) = 2 + 0.8 \times E(\zeta_{t-1}) + E(\zeta_t) = 2 + 0 + 0 = 2$$

أي أن المتوسط ثابت و مستقل عن الزمن.

أما التباين للسلسلة  $Y_t$  هو:

$$\begin{aligned} \text{Var}(Y_t) &= E[(Y_t - E(Y_t))^2] = E[(0.8\zeta_{t-1} + \zeta_t)^2] = E[0.64\zeta_{t-1}^2 + 1.6\zeta_{t-1}\zeta_t + \zeta_t^2] \\ \text{Var}(Y_t) &= 0.64 E(\zeta_{t-1}^2) + 1.6 E(\zeta_{t-1}\zeta_t) + E(\zeta_t^2) = 1.64 \times \sigma_\zeta^2 \end{aligned}$$

أي أن التباين ثابت و مستقل عن الزمن.

التباين المشترك:

$$\text{Cov}(Y_t, Y_{t-k}) = E[(Y_t - E(Y_t))(Y_{t-k} - E(Y_{t-k}))] = E[(0.8\zeta_{t-1} + \zeta_t)(0.8\zeta_{t-1-k} + \zeta_{t-k})]$$

$$\text{Cov}(Y_t, Y_{t-k}) = E[0.64\zeta_{t-1}\zeta_{t-1-k} + 0.8\zeta_{t-1}\zeta_{t-k} + 0.8\zeta_t\zeta_{t-1-k} + \zeta_t\zeta_{t-k}]$$

$$\text{Cov}(Y_t, Y_{t-k}) = \begin{cases} 0.8 \times \sigma_\zeta^2 & \text{si } k=1 \\ 0 & \text{si } k > 1 \end{cases}$$

أي أن التباين المشترك ثابت و مستقل عن الزمن.

و على أساس النتائج السابقة يمكننا القول أن خصائص السلسلة وهي المتوسط، التباين و التباين المشترك مستقلة عن الزمن و بالتالي السلسلة مستقرة.

$$Y_t = 0.6\zeta_{t-1} - 0.3\zeta_{t-2} + \zeta_t$$

### 2. دراسة استقرارية النموذج

الأمّل الرياضي للسلسلة  $Y_t$  هو:

$$E(Y_t) = E(0.6\zeta_{t-1} - 0.3\zeta_{t-2} + \zeta_t) = 0.6 \times E(\zeta_{t-1}) - 0.3 \times E(\zeta_{t-2}) + E(\zeta_t) = 0$$

أي أن المتوسط ثابت و مستقل عن الزمن.

أما التباين للسلسلة  $Y_t$  هو:

$$\begin{aligned} \text{Var}(Y_t) &= E[(Y_t - E(Y_t))^2] = E[(0.6\zeta_{t-1} - 0.3\zeta_{t-2} + \zeta_t)^2] \\ \text{Var}(Y_t) &= 0.36 \times E(\zeta_{t-1}^2) + 0.09 \times E(\zeta_{t-2}^2) + E(\zeta_t^2) = 1.45 \times \sigma_\zeta^2 \end{aligned}$$

أي أن التباين ثابت و مستقل عن الزمن.

التباين المشترك:

$$\begin{aligned} \text{Cov}(Y_t, Y_{t-k}) &= E[(Y_t - E(Y_t))(Y_{t-k} - E(Y_{t-k}))] = E[(0.6\zeta_{t-1} - 0.3\zeta_{t-2} + \zeta_t)(0.6\zeta_{t-1-k} - 0.3\zeta_{t-2-k} + \zeta_{t-k})] \\ \text{Cov}(Y_t, Y_{t-k}) &= \begin{cases} 0.42 \times \sigma_\zeta^2 & \text{si } k = 1 \\ -0.3 \times \sigma_\zeta^2 & \text{si } k = 2 \\ 0 & \text{si } k > 2 \end{cases} \end{aligned}$$

أي أن التباين المشترك ثابت و مستقل عن الزمن.

و على أساس النتائج السابقة يمكننا القول أن خصائص السلسلة وهي المتوسط، التباين و التباين المشترك مستقلة عن الزمن و بالتالي السلسلة مستقرة.

التمرين الثاني

1. حساب قيم دالة الارتباط الذاتي:  $r_1$  ،  $r_2$  ، و  $r_3$

حساب قيمة دالة الارتباط الذاتي عند تأخير قدره  $h = 1$  أي  $r_1$

Obs	$Y_t$	$Y_{t-1}$	$Y_{t-m}$	$Y_{t-1-m}$	$(Y_{t-m}) \cdot (Y_{t-1-m})$	$(Y_{t-m})^2$
1	9		-4			16
2	12	9	-1	-4	4	1
3	14	12	1	-1	-1	1
4	15	14	2	1	2	4
5	16	15	3	2	6	9
6	12	16	-1	3	-3	1
<b>m</b>	<b>13</b>				<b>8</b>	<b>32</b>

حيث أن  $m$  تعبر عن متوسط  $Y$

$$r_1 = \hat{\rho}_1 = \frac{\sum_{t=2}^6 (y_t - \bar{y})(y_{t-1} - \bar{y})}{\sum_{t=1}^6 (y_t - \bar{y})^2} = \frac{8}{32} = 0.25$$

حساب قيمة دالة الارتباط الذاتي عند تأخير قدره  $h = 2$  أي  $r_2$

Obs	$Y_t$	$Y_{t-2}$	$Y_{t-m}$	$Y_{t-2-m}$	$(Y_{t-m})*(Y_{t-2-m})$
1	9		-4		
2	12		-1		
3	14	9	1	-4	-4
4	15	12	2	-1	-2
5	16	14	3	1	3
6	12	15	-1	2	-2
<b>m</b>	<b>13</b>				<b>-5</b>

$$r_2 = \hat{\rho}_2 = \frac{\sum_{t=3}^6 (y_t - \bar{y})(y_{t-2} - \bar{y})}{\sum_{t=1}^6 (y_t - \bar{y})^2} = \frac{-5}{32} = -0.156$$

حساب قيمة دالة الارتباط الذاتي عند تأخير قدره  $h = 3$  أي  $r_3$

Obs	$Y_t$	$Y_{t-3}$	$Y_{t-m}$	$Y_{t-3-m}$	$(Y_{t-m})*(Y_{t-3-m})$
1	9		-4		
2	12		-1		
3	14		1		
4	15	9	2	-4	-8
5	16	12	3	-1	-3
6	12	14	-1	1	-1
<b>m</b>	<b>13</b>				<b>-12</b>

$$r_3 = \hat{\rho}_3 = \frac{\sum_{t=4}^6 (y_t - \bar{y})(y_{t-3} - \bar{y})}{\sum_{t=1}^6 (y_t - \bar{y})^2} = \frac{-12}{32} = -0.375$$

2. احسب قيم دالة الارتباط الذاتي الجزئي:  $r_{11}$ ،  $r_{22}$  و  $r_{33}$

حساب قيمة دالة الارتباط الذاتي الجزئي  $r_{11}$ :

$$r_{11} = r_1 = 0.25$$

حساب قيمة دالة الارتباط الذاتي الجزئي  $r_{22}$ :

$$\hat{\phi}_{22} = r_{22} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & r_1 \\ r_1 & r_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & r_1 \\ r_1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{r_2 - r_1^2}{1 - r_1^2}$$

و على أساس قيم دالة الارتباط الذاتي عند التأخيرات 1، 2 نعوض في العبارة أعلاه نجد أن:

$$\hat{\phi}_{22} = r_{22} = \frac{r_2 - r_1^2}{1 - r_1^2} = \frac{-0.156 - (0.25)^2}{1 - (0.25)^2} = -0.233$$

حساب قيمة دالة الارتباط الذاتي الجزئي عند تأخير قدره  $h=3$  أي  $r_{33}$ :

$$\hat{\phi}_{33} = r_{33} = \frac{|P_3^*|}{|P_3|} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & r_1 & r_1 \\ r_1 & 1 & r_2 \\ r_2 & r_1 & r_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & r_1 & r_2 \\ r_1 & 1 & r_1 \\ r_2 & r_1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{1 \times \begin{vmatrix} 1 & r_2 \\ r_1 & r_3 \end{vmatrix} - r_1 \times \begin{vmatrix} r_1 & r_2 \\ r_2 & r_3 \end{vmatrix} + r_1 \times \begin{vmatrix} r_1 & 1 \\ r_2 & r_1 \end{vmatrix}}{1 \times \begin{vmatrix} 1 & r_1 \\ r_1 & 1 \end{vmatrix} - r_1 \times \begin{vmatrix} r_1 & r_1 \\ r_2 & 1 \end{vmatrix} + r_2 \times \begin{vmatrix} r_1 & 1 \\ r_2 & r_1 \end{vmatrix}}$$

$$\hat{\phi}_{33} = r_{33} = \frac{1 \times (r_3 - r_1 r_2) - r_1 \times (r_1 r_3 - r_2^2) + r_1 \times (r_1^2 - r_2)}{1 \times (1 - r_1^2) - r_1 \times (r_1 - r_1 r_2) + r_2 \times (r_1^2 - r_2)}$$

$$= \frac{r_1^3 - r_1 r_2 (2 - r_2) + r_3 (1 - r_1^2)}{1 - r_2^2 - 2 r_1^2 (1 - r_2)}$$

و على أساس قيم دالة الارتباط الذاتي عند التأخيرات 1، 2 و 3 نعوض في العبارة أعلاه نجد أن:

$$\hat{\phi}_{33} = r_{33} = \frac{r_1^3 - r_1 r_2 (2 - r_2) + r_3 (1 - r_1^2)}{1 - r_2^2 - 2 r_1^2 (1 - r_2)}$$

$$= \frac{(0.25)^3 + 0.25 \times 0.156 \times (2 + 0.156) - 0.375 \times (1 - (0.25)^2)}{1 - (-0.156)^2 - 2 \times (0.25)^2 \times (1 + 0.156)} = -0.303$$

و باستعمال برنامج Eviews9.0 حصلنا على نفس النتائج:

Autocorrelation		Partial Correlation		AC	PAC	
				1	0.250	0.250
				2	-0.156	-0.233
				3	-0.375	-0.303
				4	-0.344	-0.249
				5	0.125	0.185

### التمرين الثالث

من خلال التمثيل البياني لدالتي الارتباط الذاتي البسيطة والجزئية للسلسلة  $Y_1$  نلاحظ أن قيم كل من دالتي الارتباط الذاتي البسيطة والجزئية تقع داخل مجال الثقة و تتناقص هذه القيم مع تزايد قيم التأخيرات مما يعني أنها ذات معنوية إحصائية معدومة و بالتالي يمكننا القول أن السلسلة  $Y_1$  بدون ذاكرة فهي تمثل تشويش ابيض و بالتالي فهي مستقرة.

من خلال التمثيل البياني لدالة الارتباط الذاتي البسيطة للسلسلة  $Y_2$  نلاحظ أن قيم  $r_4, r_8, r_{12}$  معنوياً تختلف عن الصفر أي أنها تقع خارج مجال الثقة يمكننا القول أن السلسلة تتضمن المركبة الفصلية و البيانات ربع سنوية و بالتالي فان السلسلة  $Y_2$  غير مستقرة.

من خلال التمثيل البياني لدالة الارتباط الذاتي البسيطة للسلسلة  $Y_3$  نلاحظ أن قيم دالة الارتباط الذاتي  $r_h$  تقع خارج مجال الثقة أي أنها ذات معنوية إحصائية تختلف عن الصفر غير أنها تتناقص بشكل جيبي مع ارتفاع قيم التأخيرات  $h$  فان هذا يوحي بوجود مركبة الاتجاه العام ضمن السلسلة  $Y_3$  و بان السلسلة غير مستقرة.

من خلال التمثيل البياني لدالة الارتباط الذاتي البسيطة للسلسلة  $Y_4$  نلاحظ أن قيم دالة الارتباط الذاتي  $r_h$  تقع خارج مجال الثقة أي أنها ذات معنوية إحصائية تختلف عن الصفر غير أنها تتناقص بشكل بطيء مع ارتفاع قيم التأخيرات  $h$  فان هذا يوحي بوجود مركبة الاتجاه العام ضمن السلسلة  $Y_4$  و بان السلسلة غير مستقرة.

#### التمرين الرابع

باستعمال طريقة (Yule-Walker) لحساب دالة الارتباط الذاتي الجزئي:

$$\hat{\phi}_{ii} = r_{ii} = \frac{r_i - \sum_{j=1}^{i-1} (r_{i-1,j} \times r_{i-j})}{1 - \sum_{j=1}^{i-1} (r_{i-1,j} \times r_j)} \quad i = 2,3,\dots, h$$

حيث أن:  $r_{ij} = r_{i-1,j} - r_{ii}r_{i-1,i-j} \quad j = 1,2,\dots,i-1$  avec  $r_{i,i} = r_{ii}$

حساب  $r_{22}$  بدلالة دالة الارتباط الذاتي  $r_1$  و  $r_2$

$$\hat{\phi}_{22} = r_{22} = \frac{r_2 - \sum_{j=1}^1 (r_{1,j} \times r_{2-j})}{1 - \sum_{j=1}^1 (r_{1,j} \times r_j)} = \frac{r_2 - r_{1,1} \times r_1}{1 - r_{1,1} \times r_1}$$

لدينا:  $r_{i,i} = r_{ii} \Rightarrow r_{1,1} = r_{11} = r_1$

$$\hat{\phi}_{22} = r_{22} = \frac{r_2 - r_1^2}{1 - r_1^2} \quad \text{نعوض فنجد أن:}$$

حساب  $r_{33}$  بدلالة دالة الارتباط الذاتي  $r_1$  ،  $r_2$  و  $r_3$

$$\hat{\phi}_{33} = r_{33} = \frac{r_3 - \sum_{j=1}^2 (r_{2,j} \times r_{3-j})}{1 - \sum_{j=1}^2 (r_{2,j} \times r_j)} = \frac{r_3 - (r_{2,1}r_2 + r_{2,2}r_1)}{1 - (r_{2,1}r_1 + r_{2,2}r_2)}$$

$$r_{i,i} = r_{ii} \Rightarrow r_{2,2} = r_{22} = \frac{r_2 - r_1^2}{1 - r_1^2} \quad \text{لدينا:}$$

$$r_{ij} = r_{i-1,j} - r_{ii}r_{i-1,i-j} \Rightarrow r_{21} = r_{11} - r_{22} \times r_1 = r_1 - \frac{r_2 - r_1^2}{1 - r_1^2} r_1 \Rightarrow r_{21} = \frac{r_1(1 - r_2)}{1 - r_1^2}$$

بتعويض قيمتي  $r_{2,2}$  و  $r_{21}$  في  $r_{33}$  نجد أن:

$$r_{33} = \frac{r_3 - \left( \frac{r_1(1-r_2)}{1-r_1^2} \times r_2 + \frac{r_2-r_1^2}{1-r_1^2} \times r_1 \right)}{1 - \left( \frac{r_1(1-r_2)}{1-r_1^2} \times r_1 + \frac{r_2-r_1^2}{1-r_1^2} \times r_2 \right)} = \frac{r_1^3 - r_1 r_2 (2-r_2) + r_3 (1-r_1^2)}{1-r_2^2 - 2r_1^2(1-r_2)}$$

## التمرين الخامس

### 1. تحليل الأشكال 1، 2 و 3

بالاعتماد على الشكل 2 أي التطور الطور التاريخي لسلسلة مبيعات الشركة الغذائية Y و هي بيانات شهرية نلاحظ أن هناك اثر واضح للمركبة الفصلية وهذا ما يؤكد التمثيل البياني لدالة الارتباط الذاتي البسيطة (Correlogramme) حيث نلاحظ أن قيم  $r_{12}, r_{24}$  معنوياً تختلف عن الصفر أي أنها تقع خارج مجال الثقة و بالتالي يمكننا القول أن السلسلة Y تتضمن المركبة الفصلية.

أما الشكل 3 و الذي يمثل دالة الارتباط الذاتي البسيطة (Correlogramme) للسلسلة منزوعة المركبة الفصلية Ysvs نلاحظ أن قيم دالة الارتباط الذاتي  $r_h$  تقع خارج مجال الثقة أي أنها ذات معنوية إحصائية تختلف عن الصفر غير أنها تتناقص بشكل سريع مع ارتفاع قيم التأخيرات  $h$  و هذا يوحي بان السلسلة Ysvs غير مستقرة.

### 2. تحدد قيمة التأخير المستعملة في إجراء اختبار ديكي فولر

من خلال جداول اختبار ديكي فولر المستعمل نلاحظ أن قيمة التأخيرات المستعملة هي  $P=4$

3. بالاعتماد على الشكل 4، هل يمكن القول أن نماذج جذر الوحدة لاختبار ديكي فولر مقبولة في دراسة الاستقرارية للسلسلة Ysvs؟

من خلال الشكل 4 و المتمثل في (Correlogramme) دالة الارتباط الذاتي البسيطة و الجزئية لسلسلة بواقى النموذج 6 لاختبار ADF للسلسلة Ysvs يمكننا ملاحظة أن قيم كل من دالتي الارتباط الذاتي البسيطة والجزئية تقع داخل مجال الثقة و تتناقص هذه القيم مع تزايد قيم التأخيرات مما يعني أنها ذات معنوية إحصائية معدومة و بالتالي يمكننا القول أن سلسلة بواقى النموذج 6 بدون ذاكرة فهي تمثل تشويش ابيض و بالتالي لا تحتوي على مشكل الارتباط الذاتي أي أن التأخيرات المستعملة  $P=4$  كانت كافية لجعل نماذج جذر الوحدة مقبولة في دراسة الاستقرارية للسلسلة Ysvs.

### 4. دراسة استقرارية السلسلة Ysvs حسب استراتيجية ديكي فولر مع تحديد سبب عدم الاستقرارية

بالاعتماد على إستراتيجية ديكي فولر فإننا في البداية نختبر معامل مركبة الزمن  $b$  و على أساس نتيجة التقدير و بالاعتماد على الاحتمال المرافق لاختبار معنوية المعلمة  $b$  يمكننا قبول الفرضية المعدومة عند مستوي معنوية 1% و القول بان مركبة الزمن ليست ذات معنوية إحصائية مقبولة، و بالتالي فان المرحلة الموالية هي اختبار معنوية الحد الثابت النموذج 2 و نتيجة تقدير هذا النموذج تؤكد على أن الحد الثابت ذو معنوية إحصائية مقبولة عند مستوي معنوية 5%، تكون المرحلة الأخيرة هي اختبار إمكانية وجود جذر وحدة

( $\phi_1 = 1$ ) ضمن النموذج 2 للسلسلة المدروسة و بالاعتماد على الاحتمال المرافق لاختبار جذر وحدة يمكننا قبول الفرضية المعدومة عند مستوي معنوية 1% و القول بأنه يوجد جذر وحدة ضمن السلسلة Ysvs و عليه فان السلسلة غير مستقرة و سبب عدم الاستقرارية عشوائي (La non stationnarité Aléatoire) و السلسلة المدروسة من نوع DS مع مشتق (Differency Stationary).

### 5. تحديد درجة تكامل السلسلة Ysvs

السلسلة المدروسة Ysvs غير مستقرة و من نوع DS و بالتالي يمكننا اخذ الفروق من الدرجة d اللازمة و الضرورية فقط لجعل السلسلة مستقرة، و نقول عندئذ أن السلسلة متكاملة من الدرجة d، و نكتب:

$$\nabla^d Y_t = c + \zeta_t \rightarrow I(d)$$

وبمعايينة نتيجة تقدير النموذج 1 أو 2 لاختبار ADF للفروق الأول للسلسلة Ysvs يمكننا رفض الفرضية المعدومة لاختبار جذر الوحدة عند مستوي معنوية 1% و القول بأنه لا يوجد جذر وحدة ضمن السلسلة Ysvs و عليه فان السلسلة مستقرة و بالتالي فهي متكاملة من الدرجة الأولى.

### التمرين السادس

#### 1. تحديد قيمة التأخير اللازمة لإجراء اختبار ديكي فولر

على أساس قيم المعيارين Akaike و Schawrz للنموذج 3 أو 6 يمكننا اختيار قيمة التأخير  $P=0$  التي تمنحنا اقل القيم لهذين المعيارين. و عليه فانه لا يوجد ارتباط ذاتي ضمن بواقي النموذج 3 و بالتالي لا نحتاج إلى استعمال  $\Delta RB_{t-j}$  كمتغيرات مساعدة ضمن نماذج هذا الاختبار يمكنها إصلاح الارتباط الذاتي للأخطاء، وبالتالي فان الاختبار المستعمل هو اختبار ديكي فولر البسيط DF.

#### 2. دراسة استقرارية السلسلة RB حسب إستراتيجية ديكي فولر مع تحديد سبب عدم الاستقرارية:

بالاعتماد على إستراتيجية ديكي فولر فإننا في البداية نختبر معامل مركبة الزمن b و على أساس نتيجة التقدير و بالاعتماد على الاحتمال المرافق لاختبار معنوية المعلمة b يمكننا رفض الفرضية المعدومة عند مستوي معنوية 1% و القول بان مركبة الزمن ذات معنوية إحصائية مقبولة، و بالتالي فان السلسلة غير مستقرة و لكننا نبحث عن سبب عدم الاستقرارية هل هو تحديدي أو عشوائي؟.

و عليه فإننا نختبر إمكانية وجود جذر وحدة ضمن السلسلة المدروسة ( $\phi_1 = 1$ ) و بالاعتماد على الاحتمال المرافق لاختبار جذر وحدة يمكننا رفض الفرضية المعدومة عند مستوي معنوية 1% و القول بأنه لا يوجد جذر وحدة ضمن السلسلة RB و عليه فان سبب عدم الاستقرارية تحديدي (La non stationnarité déterminist) و ليس عشوائي و السلسلة المدروسة من نوع TS (Trend Stationary).

#### 3. الطريقة الأمثل لجعل السلسلة RB مستقرة

يمكننا جعل السلسلة RB مستقرة عن طريق تقدير مركبة الزمن  $(\ddot{a}_0 + \ddot{a}_1 t)$  بطريقة MCO ثم نقوم بنزع مركبة الزمن من السلسلة الأصلية:  $[RB_t - (\ddot{a}_0 + \ddot{a}_1 t)]$



### الفصل الثالث: النمذجة الخطية للسلاسل الزمنية

نهدف من خلال هذا الفصل إلى بناء نماذج خطية للظاهرة المدروسة بغرض استعمالها في ميدان التوقع، و يكون هذا على أساس شرح و تفسير السلسلة المدروسة بالاعتماد على خصائصها المهمة و المتمثلة في ماضيها المدروس، و يعتبر شرط استقرارية السلسلة شرط ضروري للقيام بعملية النمذجة.

#### 1. نماذج الانحدار الذاتي $AR(p)$

نقول عن السلسلة  $Y_t$  بأنها تخضع لصيرورة انحدار ذاتي من الدرجة  $p$  إذا أمكن كتابة القيمة الحالية للسلسلة على أساس دالة خطية للقيم السابقة للسلسلة  $(Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, Y_{t-p})$ ، و نكتب النموذج على النحو التالي:

$$Y_t = \phi_0 + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + \zeta_t$$

حيث أن:  $\zeta_t$  هو تشويش ابيض يخضع للتوزيع الطبيعي:  $(0, \sigma_\zeta^2) \rightarrow BBN$ ،  $\phi_0$  تمثل الحد الثابت و  $(\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p)$  تمثل معاملات النموذج و التي تحدد اثر القيم السابقة للسلسلة على القيمة الحالية أي أنها تصف ذاكرة السلسلة.

#### مثال 1

نموذج انحدار ذاتي من الدرجة الأولى  $AR(1)$ :  $Y_t = \phi_0 + \phi_1 Y_{t-1} + \zeta_t$

نموذج انحدار ذاتي من الدرجة الثانية  $AR(2)$ :  $Y_t = \phi_0 + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \zeta_t$

وعادة ما يفسر نموذج الانحدار الذاتي بواسطة معامل التأخير  $L$  حيث أن:  $L^d Y_t = Y_{t-d}$

$$Y_t = \phi_0 + \phi_1 L Y_t + \phi_2 L^2 Y_t + \dots + \phi_p L^p Y_t + \zeta_t \quad \text{ونكتب:}$$

$$Y_t - \phi_1 L Y_t - \phi_2 L^2 Y_t - \dots - \phi_p L^p Y_t = \phi_0 + \zeta_t$$

$$(1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2 - \dots - \phi_p L^p) Y_t = \phi_0 + \zeta_t$$

$$\phi_p(L) Y_t = \phi_0 + \zeta_t$$

$$\phi_p(L) = 1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2 - \dots - \phi_p L^p \quad \text{حيث أن:}$$

#### 2. نماذج المتوسطات المتحركة $MA(q)$

نقول عن السلسلة  $Y_t$  بأنها تخضع لصيرورة متوسط متحرك من الدرجة  $q$  إذا أمكن شرح و تفسير القيمة الحالية للسلسلة على أساس متوسط مرجح للقيم السابقة للأخطاء العشوائية  $(\zeta_{t-1}, \zeta_{t-2}, \dots, \zeta_{t-q})$ ، و نكتب النموذج على النحو التالي:

$$Y_t = \theta_0 - \theta_1 \zeta_{t-1} - \theta_2 \zeta_{t-2} - \dots - \theta_q \zeta_{t-q} + \zeta_t$$

حيث أن:  $\zeta_t$  هو تشويش ابيض يخضع للتوزيع الطبيعي:  $(0, \sigma_\zeta^2) \rightarrow BBN$

$\theta_0$  تمثل الحد الثابت و  $(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q)$  تمثل معاملات النموذج و التي تحدد اثر القيم السابقة للبقاي على القيمة الحالية للسلسلة، أي اثر الصدمات العشوائية على قيم السلسلة المدروسة.

### مثال 2

نموذج متوسط متحرك من الدرجة الأولى  $MA(1)$ :  $Y_t = \theta_0 - \theta_1 \zeta_{t-1} + \zeta_t$

نموذج متوسط متحرك من الدرجة الثانية  $MA(2)$ :  $Y_t = \theta_0 - \theta_1 \zeta_{t-1} - \theta_2 \zeta_{t-2} + \zeta_t$

و يمكننا كتابة نموذج المتوسطات المتحركة باستعمال معامل التأخير  $L$  حيث أن:  
 $L^d \zeta_t = \zeta_{t-d}$  ، ونكتب:

$$Y_t = \theta_0 - \theta_1 L \zeta_t - \theta_2 L^2 \zeta_t - \dots - \theta_q L^q \zeta_t + \zeta_t$$

$$Y_t = \theta_0 + \left(1 - \theta_1 L - \theta_2 L^2 - \dots - \theta_q L^q\right) \zeta_t$$

$$Y_t = \theta_0 + \theta_q(L) \zeta_t$$

$$\theta_q(L) = 1 - \theta_1 L - \theta_2 L^2 - \dots - \theta_q L^q \quad \text{حيث أن:}$$

### 3. نماذج الانحدار الذاتي للأوساط المتحركة $ARMA(p, q)$

نقول عن السلسلة  $Y_t$  بأنها تخضع لصيرورة مختلطة بين المتوسطات المتحركة و الانحدار الذاتي إذا

كان:

$$Y_t = \gamma + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} - \theta_1 \zeta_{t-1} - \theta_2 \zeta_{t-2} - \dots - \theta_q \zeta_{t-q} + \zeta_t$$

حيث أن:  $\zeta_t$  هو تشويش ابيض يخضع للتوزيع الطبيعي:  $\zeta_t \rightarrow BBN(0, \sigma_\zeta^2)$

$\gamma$  تمثل الحد الثابت و  $(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q)$  و  $(\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p)$  تمثل معاملات النموذج .

### مثال 3

نموذج  $ARMA(1,1)$ :  $Y_t = \phi_0 + \phi_1 Y_{t-1} - \theta_1 \zeta_{t-1} + \zeta_t$

نموذج  $ARMA(2,1)$ :  $Y_t = \phi_0 + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \theta_1 \zeta_{t-1} + \zeta_t$

لاحظ أن:  $ARMA(1,0) \equiv AR(1)$  وكذلك  $ARMA(0,1) \equiv MA(1)$

و يمكننا كتابة نموذج الانحدار الذاتي للأوساط المتحركة باستعمال معامل التأخير على النحو التالي:

$$Y_t - \phi_1 Y_{t-1} - \phi_2 Y_{t-2} - \dots - \phi_p Y_{t-p} = \gamma + \zeta_t - \theta_1 \zeta_{t-1} - \theta_2 \zeta_{t-2} - \dots - \theta_q \zeta_{t-q}$$

$$\left(1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2 - \dots - \phi_p L^p\right) Y_t = \gamma + \left(1 - \theta_1 L - \theta_2 L^2 - \dots - \theta_q L^q\right) \zeta_t$$

$$\phi_p(L) Y_t = \gamma + \theta_q(L) \zeta_t$$

#### 4. دراسة الاستقرارية و القابلية للقلب في نماذج الانحدار الذاتي و الأوساط المتحركة

##### 1.4 دراسة الاستقرارية و القابلية للقلب في نماذج الأوساط المتحركة

##### A. دراسة الاستقرارية في الأوساط المتحركة

حتى يكون نموذج  $MA(q)$  مستقر يجب أن يحقق شروط الاستقرارية و هي ثبات المتوسط، التباين و التباين المشترك بالنسبة للزمن. و نكتب  $MA(q)$  على النحو التالي:

$$Y_t = \theta_0 - \theta_1 \zeta_{t-1} - \theta_2 \zeta_{t-2} - \dots - \theta_q \zeta_{t-q} + \zeta_t$$

حيث أن:  $\zeta_t$  هو تشويش ابيض يخضع للتوزيع الطبيعي:  $\zeta_t \rightarrow BBN(0, \sigma_\zeta^2)$

فالأمل الرياضي للسلسلة  $Y_t$  هو:

$$E(Y_t) = \theta_0 - \theta_1 E(\zeta_{t-1}) - \theta_2 E(\zeta_{t-2}) - \dots - \theta_q E(\zeta_{t-q}) + E(\zeta_t) = \theta_0$$

أي أن المتوسط ثابت و مستقل عن الزمن.

أما التباين للسلسلة  $Y_t$  هو:

$$Var(Y_t) = E[(Y_t - \theta_0)^2] = E[(\zeta_t - \theta_1 \zeta_{t-1} - \theta_2 \zeta_{t-2} - \dots - \theta_q \zeta_{t-q})^2]$$

$$Var(Y_t) = E\left[\zeta_t^2 + \theta_1^2 \zeta_{t-1}^2 + \theta_2^2 \zeta_{t-2}^2 + \dots + \theta_q^2 \zeta_{t-q}^2 + \dots + \theta_i \theta_j \zeta_{t-i} \zeta_{t-j} + \dots - \theta_s \zeta_t \zeta_{t-s} - \dots\right]$$

$$Var(Y_t) = E(\zeta_t^2) + \theta_1^2 E(\zeta_{t-1}^2) + \theta_2^2 E(\zeta_{t-2}^2) + \dots + \theta_q^2 E(\zeta_{t-q}^2) + \dots + E\left(\theta_i \theta_j \zeta_{t-i} \zeta_{t-j}\right) + \dots - E\left(\theta_s \zeta_t \zeta_{t-s}\right) - \dots$$

$$Var(Y_t) = \sigma_\zeta^2 \left(1 + \sum_{j=1}^q \theta_j^2\right)$$

أي أن التباين ثابت و مستقل عن الزمن

التباين المشترك:

$$Cov(Y_t, Y_{t-k}) = E[(Y_t - \theta_0)(Y_{t-k} - \theta_0)]$$

$$= E[(\zeta_t - \theta_1 \zeta_{t-1} - \theta_2 \zeta_{t-2} - \dots - \theta_q \zeta_{t-q})(\zeta_{t-k} - \theta_1 \zeta_{t-1-k} - \theta_2 \zeta_{t-2-k} - \dots - \theta_q \zeta_{t-q-k})]$$

$$= E\left[-\theta_k \zeta_{t-k}^2 + \theta_1 \theta_{k+1} \zeta_{t-1-k}^2 + \theta_2 \theta_{k+2} \zeta_{t-2-k}^2 + \dots + \theta_q \theta_{q-k} \zeta_{t-q}^2 + \dots + \theta_i \theta_j \zeta_{t-i} \zeta_{t-j}\right]$$

$$Cov(Y_t, Y_{t-k}) = \begin{cases} \sigma_\zeta^2 \times (-\theta_k + \theta_1 \theta_{k+1} + \theta_2 \theta_{k+2} + \dots + \theta_q \theta_{q-k}) & si \quad k = 1, 2, \dots, q \\ 0 & si \quad k > q \end{cases}$$

أي أن التباين المشترك ثابت و مستقل عن الزمن.

و بالتالي يمكننا القول أن نماذج الأوساط المتحرك مستقرة بالتعريف لأنها مجموع لصدمات عشوائية.

### B. قابلية نماذج الأوساط المتحركة للقلب

إن مفهوم القابلية للقلب هي دراسة الشروط الضرورية للانتقال من نماذج الأوساط المتحركة إلى نماذج الانحدار الذاتي، و في البداية كمثال عن ذلك نفترض نموذج للأوساط المتحركة من الدرجة الأولى  $MA(1)$ ، ونكتب:

$$Y_t = \theta_0 - \theta_1 \zeta_{t-1} + \zeta_t$$

إذا كانت  $y_t$  هي إزاحة  $Y_t$  عن المتوسط  $\theta_0$  أي:  $y_t = Y_t - \theta_0$

$$y_t = (1 - \theta_1 L) \zeta_t \quad \text{نكتب:}$$

$$\frac{y_t}{(1 - \theta_1 L)} = \zeta_t \quad \text{و يكون:}$$

$$\frac{x_t}{(1 - aL)} = \left(1 + aL + a^2 L^2 + \dots + a^n L^n\right) x_t \quad \text{لاحظ أن:}$$

و يحدث هذا فقط في حالة إذا كان:  $|a| < 1$  الذي يجعل من الحد  $(a^n L^n)$  متقارب و يؤل للصفر.

$$(1 - aL) \left(1 + aL + a^2 L^2 + \dots + a^n L^n\right) = 1 - aL + aL - a^2 L^2 + a^2 L^2 + \dots + a^n L^n = 1$$

و عليه يمكننا القول حتى يكون كثير الحدود  $(1 - \theta_1 L)$  قابل للقلب يجب أن يكون  $|\theta_1| < 1$ ، أي بمعنى

آخر يجب أن يكون جذر كثير الحدود السابق يقع خارج الدائرة الوحدوية أي  $\left|L = \frac{1}{\theta_1}\right| > 1$  و عندئذ يمكننا

أن نكتب:

$$\left(1 + \theta_1 L + \theta_1^2 L^2 + \theta_1^3 L^3 + \dots\right) y_t = \zeta_t$$

بوضع:  $\phi_i = -\theta_1^i$  يكون:

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_i y_{t-i} + \dots + \zeta_t$$

و النموذج أعلاه هو نموذج للانحدار الذاتي الألفائي  $AR(\infty)$  و نكتب:

$$MA(1) \rightarrow AR(\infty)$$

و بصفة عامة يمكننا القول حتى يكون نموذج المتوسط المتحرك  $MA(q)$  قابل للقلب يجب أن تكون

جذور كثير الحدود  $\theta_q(L)$  تقع خارج الدائرة الوحدوية أي ذات طول أكبر من الواحد. و نكتب:

$$\theta_q^{-1}(L) y_t = \zeta_t$$

## 2.4. دراسة الاستقرارية و القابلية للقلب في نماذج الانحدار الذاتي

### A. قابلية نماذج الانحدار الذاتي للقلب

نقصد بالقابلية للقلب هي تحويل نموذج الانحدار الذاتي إلى نموذج المتوسطات المتحركة، و إذا افترضنا كمثال عن ذلك نموذج للانحدار الذاتي من الدرجة الأولى  $AR(1)$ ، ونكتب:

$$Y_t = \phi_0 + \phi_1 Y_{t-1} + \zeta_t$$

$$Y_{t-1} = \phi_0 + \phi_1 Y_{t-2} + \zeta_{t-1} \quad \text{يكون من اجل } (t-1)$$

$$Y_t = \phi_0 + \phi_0 \phi_1 + \phi_1^2 Y_{t-2} + \phi_1 \zeta_{t-1} + \zeta_t \quad \text{نعوض في معادلة } AR(1) \text{ نجد أن:}$$

$$Y_{t-2} = \phi_0 + \phi_1 Y_{t-3} + \zeta_{t-2} \quad \text{من اجل } (t-2) \text{ لدينا:}$$

نعوض في معادلة  $AR(1)$  نجد أن:

$$Y_t = \phi_0 + \phi_0 \phi_1 + \phi_0 \phi_1^2 + \phi_1^3 Y_{t-3} + \phi_1^2 \zeta_{t-2} + \phi_1 \zeta_{t-1} + \zeta_t$$

بتكرار هذه العملية يكون:

$$Y_t = \phi_0 (1 + \phi_1 + \phi_1^2 + \dots + \phi_1^n) + \zeta_t + \phi_1 \zeta_{t-1} + \phi_1^2 \zeta_{t-2} + \dots + \phi_1^n \zeta_{t-n} \\ + \phi_1^{n+1} Y_0$$

حيث أن  $Y_0$  تمثل المشاهدة الأولى في السلسلة  $Y_t$ .

و العبارة الأخيرة تعني أن  $Y_t$  هي متوسط متحرك لا نهائي  $MA(\infty)$ ، و نكتب:

$$AR(1) \rightarrow MA(\infty)$$

و حتى تكون عبارة المتوسط المتحرك المتوصل إليها نهائية يجب أن يكون:  $|\phi_1| < 1$

و بتعميم هذه النتيجة من اجل درجات  $p$  يمكننا القول أن كل نماذج الانحدار الذاتي  $AR(p)$  هي نماذج قابلة للقلب بالتعريف. ونكتب:

$$\phi_p(L) Y_t = \phi_0 + \zeta_t$$

إذا كانت  $y_t$  هي إزاحة  $Y_t$  عن المتوسط  $\mu$  أي:  $y_t = Y_t - \mu$

$$\phi_p(L) y_t = \zeta_t \quad \text{نكتب:}$$

$$y_t = \phi_p^{-1}(L) \zeta_t \quad \text{و عليه فان:}$$

و حتى تكون  $y_t$  على شكل نموذج لصدمات عشوائية نهائي  $MA(q)$  يجب أن تكون جذور كثير الحدود  $\phi_p(L)$  أكبر من الواحد أي أن مقلوب الجذور يقع داخل الدائرة الوحدة.

### B. دراسة الاستقرارية في نماذج الانحدار الذاتي

حتى يكون نموذج  $AR(p)$  مستقر يجب أن يحقق شروط الاستقرارية و هي ثبات المتوسط، التباين و التباين المشترك بالنسبة للزمن. و نكتب  $AR(p)$  على النحو التالي:

$$Y_t = \phi_0 + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + \zeta_t$$

حيث أن:  $\zeta_t$  هو تشويش ابيض يخضع للتوزيع الطبيعي:  $BB(0, \sigma_{\zeta}^2)$  فالأمل الرياضي للسلسلة  $Y_t$  هو:

$$E(Y_t) = \phi_0 + \phi_1 E(Y_{t-1}) + \phi_2 E(Y_{t-2}) + \dots + \phi_p E(Y_{t-p}) + E(\zeta_t)$$

$$\mu = \phi_0 + \phi_1 \mu + \phi_2 \mu + \dots + \phi_p \mu$$

$$\mu = \frac{\phi_0}{\left(1 - \sum_{i=1}^p \phi_i\right)}$$

حتى يكون المتوسط ثابت و مستقل عن الزمن يجب أن يكون منتهياً و عندئذٍ يجب أن يكون  $\left(\sum_{i=1}^p \phi_i < 1\right)$

و هذا الشرط يعتبر ضروري لكنه غير كافي لضمان الاستقرارية حيث توجد شروط أخرى يجب أن تتحقق أما التباين للسلسلة  $Y_t$  هو:

$$Var(Y_t) = E[(Y_t - \mu)^2] = E[(\phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p})^2]$$

و عليه يمكننا القول حتى يكون نموذج الانحدار الذاتي  $AR(p)$  مستقر يجب أن يكتب على شكل نموذج لصدمات عشوائية نهائي إي يجب أن تكون جذور كثير الحدود  $\phi_p(L)$  أكبر من الواحد بالقيمة المطلقة أي تقع خارج الدائرة الوحدة.

#### ملاحظة

إن شروط الاستقرارية و القابلية للقلب بالنسبة لنماذج  $ARMA(p, q)$  هي الشروط السابقة للقلب في نماذج  $MA(q)$  و شروط الاستقرارية في نماذج  $AR(p)$ . و عليه يتم تحويل نماذج  $ARMA(p, q)$  إلى نماذج الانحدار الذاتي  $AR$  فقط، و نكتب:

$$\phi_p(L) y_t = \theta_q(L) \zeta_t$$

يكون:

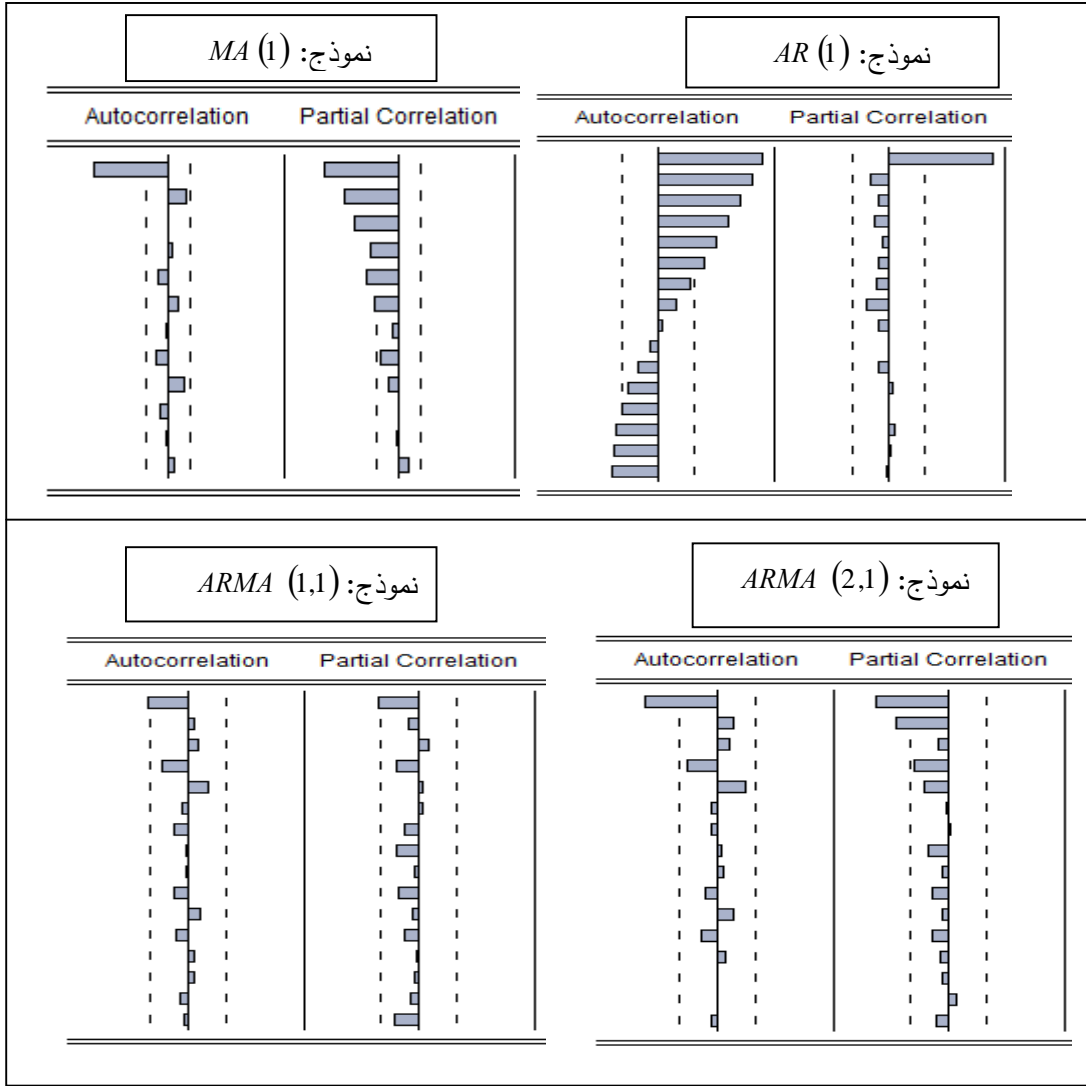
$$\theta_q(L)^{-1} \phi_p(L) y_t = \zeta_t$$

5. تحديد قيم التأخيرات  $p$  و  $q$  في نماذج  $ARMA$

بغرض معرفة نوع نموذج السلسلة المدروسة هل هو انحدار ذاتي، أوساط متحركة أو نموذج مختلط و كذلك تحديد قيم التأخيرات  $p$  و  $q$  نعتمد على دالتي الارتباط الذاتي البسيطة و الجزئية للسلسلة المستقرة، و الجدول التالي يوضح ذلك:

الجدول(1.3): تحديد قيم التأخيرات  $p$  و  $q$  في نماذج  $ARMA$

نوع النموذج	دالة الارتباط الذاتي FAC	دالة الارتباط الذاتي الجزئي FACP
$AR(1)$	يسيطر عليها تخامد أسي أو جيبى سريع	قيمة دالة الارتباط الذاتي الجزئي من اجل التأخير الأول غير معدومة أما لبقية التأخيرات فهي معدومة $\phi_1 \neq 0 \wedge \phi_{hh} = 0, h > 1$
$AR(2)$	يسيطر عليها تخامد أسي أو جيبى	قيمة دالة الارتباط الذاتي الجزئي من اجل التأخيرات الأول و الثاني غير معدومة أما لبقية التأخيرات فهي معدومة $\phi_1 \neq 0 \wedge \phi_{22} \neq 0 \wedge \phi_{hh} = 0, h > 2$
$AR(p)$	يسيطر عليها تخامد أسي أو جيبى	قيمة دالة الارتباط الذاتي الجزئي من اجل التأخيرات $(p)$ غير معدومة أما لبقية التأخيرات فهي معدومة $\phi_{pp} \neq 0 \wedge \phi_{hh} = 0, h > p$
$MA(1)$	قيمة دالة الارتباط الذاتي من اجل التأخير الأول غير معدومة أما لبقية التأخيرات فهي معدومة	يسيطر عليها تخامد أسي أو جيبى سريع $\phi_1 \neq 0 \wedge \phi_h = 0, h > 1$
$MA(2)$	قيمة دالة الارتباط الذاتي من اجل التأخيرات الأول و الثاني غير معدومة أما لبقية التأخيرات فهي معدومة	يسيطر عليها تخامد أسي أو جيبى $\phi_1 \neq 0 \wedge \phi_2 \neq 0 \wedge \phi_h = 0, h > 2$
$MA(q)$	قيمة دالة الارتباط الذاتي من اجل التأخيرات $(q)$ غير معدومة أما لبقية التأخيرات فهي معدومة	يسيطر عليها تخامد أسي أو جيبى $\phi_p \neq 0 \wedge \phi_h = 0, h > q$
$ARMA(1,1)$	قيمة دالة الارتباط الذاتي من اجل التأخير الأول غير معدومة ثم تتناقص بعد التأخير الأول بشكل أسي	قيمة دالة الارتباط الذاتي الجزئي من اجل التأخير الأول غير معدومة ثم تتناقص بعد التأخير الأول بشكل أسي
$ARMA(p, q)$	قيمة دالة الارتباط الذاتي من اجل التأخيرات $(q)$ غير معدومة ثم يسيطر عليها تناقص بعد التأخير $(q)$ بشكل أسي أو جيبى	قيمة دالة الارتباط الذاتي الجزئي من اجل التأخيرات $(p)$ غير معدومة ثم يسيطر عليها تناقص بعد التأخير $(p)$ بشكل أسي أو جيبى



### 6. نماذج الانحدار الذاتي للأوساط المتحركة المتكاملة $ARIMA(p, d, q)$

إن النماذج السابقة:  $AR(p)$  ،  $MA(q)$  و  $ARMA(p, q)$  يتم تقديرها فقط في حالة إذا كانت السلسلة المدروسة  $Y_t$  مستقرة، أما إذا كانت السلسلة غير مستقرة فيجب جعلها مستقرة قبل البدء في عملية نمذجتها. فإذا كانت  $Y_t$  غير مستقرة و من نوع DS متكاملة من الدرجة  $d$  أي أنها مستقرة عند الفرق  $d$  يمكننا نمذجتها عندئذٍ، و نكتب:

$$w_t = \nabla^d Y_t \rightarrow ARMA(p, q)$$

$$Y_t \rightarrow ARIMA(p, d, q)$$

يكون:

### مثال 5

$$w_t = \Delta Y_t \rightarrow ARMA(p, q)$$

إذا كانت  $Y_t$  مستقرة عند الفرق الأول فان:

$$Y_t \rightarrow ARIMA(p, 1, q)$$

يكون:



و يمكننا كتابة نموذج الانحدار الذاتي للأوساط المتحركة المتكاملة باستعمال معامل التأخير على النحو التالي:

$$\phi_p(L) w_t = \gamma + \theta_q(L) \zeta_t$$

$$\phi_p(L) (1-L)^d Y_t = \gamma + \theta_q(L) \zeta_t \quad \text{و يكون:}$$

$$(1-L)^1 Y_t = \Delta Y_t \quad \text{حيث أن الفرق الأول } d = 1 \text{ هو:}$$

$$(1-L)^2 Y_t = \nabla^2 Y_t \quad \text{الفرق الثاني } d = 2 \text{ هو:}$$

$$(1-L)^d Y_t = \nabla^d Y_t \quad \text{الفرق من الرتبة } d \text{ هو:}$$

### 7. نماذج الانحدار الذاتي الموسميّة $SAR(P)$

لتكن  $Y_t$  ذات بيانات موسمية بطول قدره  $s$  موسم، و في إطار دراسة استقراريتها اتضح انه بعد نزع المركبة الموسمية باستعمال إحدى الطرق التي تساعد في تقدير الأثر الموسمي و التخلص منه لم تصبح السلسلة مستقرة حتى بعد اخذ الفروق من الرتبة  $d$  للسلسلة منزوعة المركبة الموسمية، كما أن ملاحظة التمثيل البياني لدالة الارتباط يؤكد على معنوية قيم هذه الدالة عند تأخيرات متكررة من مضاعفات طول فترة الموسم  $S$ . عندئذٍ يمكننا استعمال الفروق لنفس الموسم من درجات قدرها  $D$  كحل لجعل السلسلة مستقرة أي تصبح السلسلة  $\nabla_s^D Y_t$  مستقرة.

و بنفس الأسلوب الذي استخدمناه في تعريف نماذج الانحدار الذاتي  $AR(P)$ ، نقول عن السلسلة  $Y_t$  بأنها تخضع لصيرورة انحدار ذاتي موسمي من الدرجة  $P$  إذا أمكن كتابة القيمة الحالية للسلسلة على أساس دالة خطية للقيم الموسمية السابقة للسلسلة  $(Y_{t-1}, Y_{t-2s}, \dots, Y_{t-Ps})$ ، و نكتب النموذج على النحو التالي:

$$Y_t = \Phi_0 + \Phi_1 Y_{t-s} + \Phi_2 Y_{t-2s} + \dots + \Phi_p Y_{t-Ps} + \zeta_t$$

حيث أن:  $\zeta_t$  هو تشويش ابيض يخضع للتوزيع الطبيعي:  $BB(0, \sigma^2_{\zeta}) \rightarrow \zeta_t$

$\Phi_0$  تمثل الحد الثابت و  $(\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_p)$  تمثل معاملات نموذج الانحدار الذاتي الموسمي و التي تحدد اثر القيم الموسمية السابقة للسلسلة على القيمة الحالية أي أنها تصف ذاكرة السلسلة. و نرمز للنموذج انحدار ذاتي موسمي بـ  $AR(P)_s$  أو  $SAR(P)$ .

و يمكننا التعبير عن نموذج الانحدار الذاتي الموسمي بواسطة معامل التأخير  $L$  ونكتب:

$$Y_t = \Phi_0 + \Phi_1 Y_{t-s} + \Phi_2 Y_{t-2s} + \dots + \Phi_p Y_{t-Ps} + \zeta_t$$

$$Y_t - \Phi_1 L^s Y_t - \Phi_2 L^{2s} Y_t - \dots - \Phi_p L^{Ps} Y_t = \Phi_0 + \zeta_t$$

$$(1 - \Phi_1 L^s - \Phi_2 L^{2s} - \dots - \Phi_p L^{Ps}) Y_t = \Phi_0 + \zeta_t$$

$$\Phi_p (L^s) Y_t = \phi_0 + \zeta_t$$

$$\Phi_p (L^s) = 1 - \Phi_1 L^s - \Phi_2 L^{2s} - \dots - \Phi_p L^{Ps} \quad \text{حيث أن:}$$

## مثال 6

إذا كان لدينا مثلاً سلسلة زمنية ربع سنوية  $s = 4$  ، فإنها تتبع عملية انحدار ذاتي موسمي من الدرجة الأولى إذا أمكن التعبير عن المشاهدة الحالية للسلسلة  $Y_t$  ، كدالة خطية في مشاهدة السلسلة التي حصلنا عليها في نفس الموسم من السنة السابقة  $Y_{t-4}$  بالإضافة إلى تغير عشوائي  $\zeta_t$  ، و نكتب:

$$Y_t = \Phi_0 + \Phi_1 Y_{t-4} + \zeta_t$$

وباستخدام بواسطة معامل التأخير يمكن التعبير عن هذا النموذج كآتي :

$$(1 - \Phi_1 L^4) Y_t = \Phi_0 + \zeta_t$$

حيث أن المعامل  $\Phi_1$  يمثل معامل الانحدار الذاتي الموسمي، ويمكن الإشارة إلى هذا النموذج بالرمز  $AR(1)_4$  أو  $SAR(1)$ .

## 8. نماذج المتوسطات المتحركة الموسمية $SMA(Q)$

و بنفس الطريقة السابقة التي استخدمناها في تعريف نماذج المتوسطات المتحركة  $MA(q)$  ، نقول عن السلسلة  $Y_t$  بأنها تخضع لصيرورة متوسط متحرك موسمي من الدرجة  $Q$  إذا أمكن كتابة القيمة الحالية للسلسلة على أساس دالة خطية للمتوسط المرجح للقيم السابقة للأخطاء العشوائية الموسمية  $(\zeta_{t-s}, \zeta_{t-2s}, \dots, \zeta_{t-Qs})$  ، و نكتب النموذج على النحو التالي:

$$Y_t = \Theta_0 - \Theta_1 \zeta_{t-s} - \Theta_2 \zeta_{t-2s} - \dots - \Theta_Q \zeta_{t-Qs} + \zeta_t$$

حيث أن:  $\zeta_t$  هو تشويش ابيض يخضع للتوزيع الطبيعي:  $BB(0, \sigma^2)$  ،

$\Theta_0$  تمثل الحد الثابت و  $(\Theta_1, \Theta_2, \dots, \Theta_Q)$  تمثل معاملات النموذج و التي تحدد اثر القيم الموسمية السابقة للبواقي على القيمة الحالية للسلسلة، أي اثر الصدمات العشوائية الموسمية على قيم السلسلة المدروسة، و نرسم لنموذج المتوسطات المتحركة الموسمية بالرمز  $MA(Q)_s$  أو  $SMA(Q)$ .

و يمكننا كتابة نموذج المتوسطات المتحركة الموسمية باستعمال معامل التأخير  $L$  ، و نكتب:

$$Y_t = \Theta_0 - \Theta_1 L^s \zeta_t - \Theta_2 L^{2s} \zeta_t - \dots - \Theta_Q L^{Qs} \zeta_t + \zeta_t$$

$$Y_t = \Theta_0 + (1 - \Theta_1 L^s - \Theta_2 L^{2s} - \dots - \Theta_Q L^{Qs}) \zeta_t$$

$$Y_t = \Theta_0 + \Theta_Q (L^s)^Q \zeta_t$$

$$\Theta_Q (L^s)^Q = 1 - \Theta_1 L^s - \Theta_2 L^{2s} - \dots - \Theta_Q L^{Qs} \quad \text{حيث أن:}$$

مثال 7

إذا كان لدينا مثلاً سلسلة زمنية ذات بيانات شهرية  $s = 12$  ، نقول أنها تخضع لصيرورة متوسطات متحركة موسمية من الدرجة الأولى إذا أمكن التعبير عن المشاهدة الحالية للسلسلة  $Y_t$  ، كدالة خطية لصددمات العشوائية لنفس الموسم من السنة السابقة  $\zeta_{t-12}$  بالإضافة إلى تغير عشوائي  $\zeta_t$  ، و نكتب:

$$Y_t = \Theta_0 - \Theta_1 \zeta_{t-12} + \zeta_t$$

وباستخدام بواسطة معامل التأخير يمكن التعبير عن هذا النموذج كالاتي :

$$Y_t = \Theta_0 + (1 - \Theta_1 L^{12}) \zeta_t$$

حيث أن المعامل  $\Theta_1$  يمثل معامل المتوسط المتحرك الموسمي، ويمكن الإشارة إلى هذا النموذج بالرمز  $MA(1)_{12}$  أو  $SAR(1)$  .

9. النماذج الموسمية المختلطة:  $SARMA(P, Q)$

لتكن  $Y_t$  سلسلة مستقرة تحتوي على المركبة الموسمية  $s$  ، نقول عنها بأنها تخضع لصيرورة مختلطة بين المتوسطات المتحركة الموسمية و الانحدار الذاتي الموسمي إذا كان:

$$Y_t = \gamma + \Phi_1 Y_{t-s} + \Phi_2 Y_{t-2s} + \dots + \Phi_P Y_{t-Ps} - \Theta_1 \zeta_{t-s} - \Theta_2 \zeta_{t-2s} - \dots - \Theta_Q \zeta_{t-Qs} + \zeta_t$$

حيث أن:  $\zeta_t$  هو تشويش ابيض يخضع للتوزيع الطبيعي:  $\zeta_t \rightarrow BB(0, \sigma^2)$

$\gamma$  تمثل الحد الثابت و  $[(\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_P), (\Theta_1, \Theta_2, \dots, \Theta_Q)]$  تمثل معاملات

النموذج، و نرسم للنماذج الموسمية المختلطة بالرمز  $ARMA(P, Q)_s$  أو  $SARMA(P, Q)$  .

و يمكننا كتابة النماذج الموسمية المختلطة باستعمال معامل التأخير  $L$  ، ونكتب:

$$Y_t - \Phi_1 Y_{t-s} - \Phi_2 Y_{t-2s} - \dots - \Phi_P Y_{t-Ps} = \gamma + \zeta_t - \Theta_1 \zeta_{t-s} - \Theta_2 \zeta_{t-2s} - \dots - \Theta_Q \zeta_{t-Qs}$$

$$\left(1 - \Phi_1 L^s - \Phi_2 L^{2s} - \dots - \Phi_P L^{Ps}\right) Y_t = \gamma + \left(1 - \Theta_1 L^s - \Theta_2 L^{2s} - \dots - \Theta_Q L^{Qs}\right) \zeta_t$$

$$\Phi_P(L^s) Y_t = \gamma + \Theta_Q(L^s) \zeta_t$$

مثال 8

$$Y_t = \gamma + \Phi_1 Y_{t-12} - \Theta_1 \zeta_{t-12} + \zeta_t \quad \text{نموذج } ARMA(1,1)_{12}$$

$$\left(1 - \Phi_1 L^{12}\right) Y_t = \gamma + \left(1 - \Theta_1 L^{12}\right) \zeta_t$$

و نكتب:

$$Y_t = \gamma + \Phi_1 Y_{t-4} + \Phi_2 Y_{t-8} - \Theta_1 \zeta_{t-4} + \zeta_t \quad \text{نموذج } ARMA(2,1)_4$$

$$\left(1 - \Phi_1 L^4 - \Phi_2 L^{2 \times 4}\right) Y_t = \gamma + \left(1 - \Theta_1 L^4\right) \zeta_t$$

و نكتب:

### 10. النماذج الموسمية المختلطة المتكاملة $SARIMA(P, D, Q)$

إن النماذج السابقة:  $SAR(P)$  ،  $SMA(Q)$  و  $SARMA(P, Q)$  يتم تقديرها فقط في حالة إذا كانت السلسلة المدروسة  $Y_t$  مستقرة، أما إذا كانت السلسلة غير مستقرة فيجب جعلها مستقرة قبل البدء في عملية نمذجتها. فإذا كانت  $Y_t$  غير مستقرة و من نوع DS أي يلزم عدد من الفروق الموسمية  $D$  لجعل السلسلة مستقرة أي أنها متكاملة من الدرجة الموسمية  $D$  و يمكننا نمذجتها عندئذ، و نكتب:

$$Z_t = \nabla_S^D Y_t \rightarrow SARMA(P, Q)$$

$$Y_t \rightarrow SARIMA(P, D, Q) \quad \text{يكون:}$$

$$Y_t \rightarrow ARIMA(P, D, Q)_S \quad \text{أو}$$

و يمكننا كتابة النماذج  $ARIMA(P, D, Q)_S$  باستعمال معامل التأخير  $L$  على النحو التالي:

$$\Phi_P(L^S) (1 - L^S)^D Y_t = \gamma + \Theta_Q(L^S) \zeta_t$$

### مثال 9

إذا كانت  $Y_t$  مستقرة عند الفرق الثاني باستعمال نفس الموسم فان:

$$Z_t = \nabla_S^2 Y_t \rightarrow SARMA(P, Q)$$

$$Y_t \rightarrow SARIMA(P, 2, Q) \quad \text{يكون:}$$

$$Y_t \rightarrow ARIMA(P, 2, Q)_S \quad \text{أو}$$

و يمكننا كتابة النماذج  $ARIMA(P, D, Q)_S$  باستعمال معامل التأخير  $L$  على النحو التالي:

$$\Phi_P(L^S) (1 - L^S)^2 Y_t = \gamma + \Theta_Q(L^S) \zeta_t$$

مع العلم أن السلسلة  $Y_t$  غير مستقرة غير أن السلسلة  $Z_t = (1 - L^S)^2 Y_t$  مستقرة.

### 11. النماذج الموسمية المركبة المضاعفة $SARIMA(p, d, q) \times (P, D, Q)_S$

يعتبر هذا النموذج هو الأعم و الأشمل، ويحدث هذا في حالة دمج العمليتين  $ARIMA(p, d, q)$  و  $SARIMA(P, D, Q)_S$  في نموذج موحد. حيث انه في هذه الحالة تكون السلسلة المدروسة غير مستقرة و من نوع DS أي يلزم عدد من الفروق الموسمية قدره  $D$  و عدد من الفروق غير موسمية قدره  $d$  لجعل السلسلة مستقرة و تكون عندئذ  $(\nabla_S^D \nabla^d Y_t)$  مستقرة، و نكتب:

$$X_t = \nabla_S^D \nabla^d Y_t \rightarrow SARMA(p, q) \times (P, Q)_S$$

$$Y_t \rightarrow SARIMA(p, d, q) \times (P, D, Q)_S \quad \text{يكون:}$$

و يمكننا كتابة النماذج  $SARIMA(p,d,q) \times (P,D,Q)_s$  باستعمال معامل التأخير  $L$  على النحو

التالي:

$$\phi_p(L) \Phi_P(L^s) (1-L)^d (1-L^s)^D Y_t = \gamma + \theta_q(L) \Theta_Q(L^s) \zeta_t$$

مع العلم أن السلسلة  $Y_t$  غير مستقرة غير من نوع DS و يلزمنا إخضاع السلسلة  $Y_t$  لعدد قدره D من الفروق الموسمية  $\left[ (1-L^s)^D Y_t \right]$  و عدد من الفروق العادية قدره d  $\left[ (1-L)^d Y_t \right]$  حتى يمكننا جعل السلسلة  $Y_t$  مستقرة أي نقصد السلسلة  $X_t$ ، و نكتب:

$$\phi_p(L) \Phi_P(L^s) Y_t = \gamma + \theta_q(L) \Theta_Q(L^s) \zeta_t$$

### مثال 10

لتكن  $Y_t$  سلسلة تخضع لنموذج:  $Y_t \rightarrow SARIMA(1,1,1) \times (1,0,1)_4$

$$\phi_1(L) \Phi_1(L^4) (1-L)^1 (1-L^4)^0 Y_t = \gamma + \theta_1(L) \Theta_1(L^4) \zeta_t$$

يكون:

$$(1-\phi_1 L) (1-\Phi_1 L^4) (1-L) Y_t = \gamma + (1-\theta_1 L) (1-\Theta_1 L^4) \zeta_t$$

$Y_t$  غير مستقرة غير أن السلسلة  $\left[ X_t = (1-L) Y_t \right]$  مستقرة، و نكتب:

$$(1-\phi_1 L) (1-\Phi_1 L^4) X_t = \gamma + (1-\theta_1 L) (1-\Theta_1 L^4) \zeta_t$$

### سلسلة التمارين (3)

بغرض نمذجة استهلاك الطاقة الكهربائية لإحدى الشركات الوطنية ( $x_t$ ) خلال فترة الدراسة من شهر جانفي لعام 2007 إلى غاية شهر ديسمبر من عام 2016، نقترح الخطوات التالية:

#### الفرع الأول

في البداية نعمل على الكشف عن المركبات الأساسية للسلسلة المدروسة، و بغرض ذلك نقترح العناصر التالية:

$$\sigma_t = 486.50 + 0.16\bar{x}_t + e_t$$

$$S_R = 11.43 \times 10^{10} ; S_A = 9.42 \times 10^{10} ; S_P = 23.80 \times 10^{10} ; (253.83) (0.06)$$

حيث أن: (•) تمثل الانحراف المعياري للمقدرة،  $\sigma_t, \bar{x}_t$  المتوسط و الانحراف المعياري السنوي على التوالي للسلسلة المدروسة.

1. اختبر إمكانية وجود المركبة الفصلية ضمن السلسلة المدروسة؛
2. اختبر إمكانية وجود مركبة الاتجاه العام ضمن السلسلة المدروسة؛
3. باستعمال اختبار (Buys - Ballot) حدد نوع نموذج المركبات؛
4. اشرح باختصار كيفية نزع المركبة الفصلية من السلسلة المدروسة باستعمال طريقة المتوسطات المتحركة؛
5. قارن بين  $\bar{x}, cv$  للسلسلة قبل وبعد نزع المركبة الفصلية.

#### الفرع الثاني

في هذه المرحلة نعمل على دراسة استقرارية السلسلة منزوعة المركبة الفصلية ( $x_{svst}$ )، و من اجل ذلك نستعمل اختبار ديكي فولر و النتائج مسجلة في الجدول التالي:

6	3	5	2	4	1	6	3	5	2	4	1	
24.77	24.75	24.74	23.98	23.96	23.95	23.90	23.90	24.21	AIC	P=0		
24.84	24.80	24.76	24.05	24.01	23.97	23.97	23.95	24.23	SC			
-23.41	-23.51	-23.62	-18.20	-18.28	-18.35	-6.90	-6.77	-0.57	$t_{\phi_1}$			
24.50	24.48	24.47	23.90	23.88	23.87	23.83	23.83	23.96	AIC	P=1		
24.60	24.56	24.51	23.99	23.95	23.91	23.93	23.90	24.01	SC			
-16.66	-16.73	-16.81	-12.72	-12.77	-12.81	-4.51	-4.35	-0.09	$t_{\phi_1}$			
24.33	24.32	24.30	23.85	23.83	23.82	23.80	23.80	23.82	AIC	P=2		
24.45	24.41	24.37	23.97	23.93	23.89	23.93	23.90	23.93	SC			
-13.88	-13.93	-14.00	-10.26	-10.30	-10.34	-3.59	-3.38	0.11	$t_{\phi_1}$			
24.26	24.24	24.23	23.84	23.83	23.81	23.80	23.80	23.84	AIC	P=3		
24.40	24.36	24.32	23.99	23.95	23.91	23.94	23.91	23.93	SC			
-11.40	-11.44	-11.49	-8.45	-8.50	-8.53	-2.75	-2.60	0.14	$t_{\phi_1}$			
24.13	24.11	24.10	23.83	23.96	23.80	23.81	23.80	23.83	AIC	P=4		
24.30	24.26	24.22	24.00	23.87	23.92	23.98	23.94	23.95	SC			
-10.42	-10.48	-10.53	-7.77	-7.81	-7.84	-2.27	-2.19	0.13	$t_{\phi_1}$			

1. حدد قيمة التأخير P اللازمة لاستعمال هذا الاختبار، برر إجابتك؛
2. من هو الاختبار الأمثل DF أو ADF الذي يمكننا من اختبار استقرارية السلسلة  $(x_{svs}_t)$  مع التبرير؟
3. على ضوء ما سبق اختبر استقرارية السلسلة  $(x_{svs}_t)$ ؛
4. ما هي درجة تكامل السلسلة  $(x_{svs}_t)$ ؟ برر إجابتك؛

### الفرع الثالث

نهدف من خلال هذا الفرع إلى التعرف على النموذج الذي تخضع له السلسلة الزمنية محل الدراسة، و من أجل ذلك نقترح العنصر التالي:

Autocorrelation		Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	-0.484	-0.484	28.547	0.000			
2	-0.010	-0.319	28.560	0.000			
3	0.000	-0.233	28.560	0.000			
4	0.030	-0.134	28.672	0.000			
5	-0.045	-0.142	28.926	0.000			
6	0.047	-0.066	29.208	0.000			
7	-0.003	-0.022	29.209	0.000			
8	-0.080	-0.124	30.045	0.000			
9	0.128	0.030	32.198	0.000			
10	-0.071	-0.001	32.870	0.000			
11	-0.041	-0.078	33.089	0.001			
12	0.083	0.015	34.015	0.001			

1. حدد نوع النموذج الأكثر ملائمة لبيانات السلسلة منزوعة المركبة الفصلية و المستقرة، برر إجابتك؛
2. استنتج نوع نموذج السلسلة الأصلية  $(x_t)$ ؛
3. حدد قانون حساب القيمة الثالثة من العمود PAC بدلالة AC.

### الفرع الرابع

بعد تحديد نوع النموذج الملائم للبيانات المدروسة، نعمل فيما يلي على تقييم نتيجة التقدير و نقترح ما يلي:

#### نتيجة التقدير (2)

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	-0.711840	0.090654	-7.852247	0.0000
AR(2)	-0.457440	0.104420	-4.380775	0.0000
AR(3)	-0.231031	0.092051	-2.509824	0.0135
R-squared	0.353025	Mean dependent var	116.4307	
Adjusted R-squared	0.341574	S.D. dependent var	43868.46	
S.E. of regression	35596.37	Akaike info criterion	23.82340	
Sum squared resid	1.43E+11	Schwarz criterion	23.89461	
Log likelihood	-1378.757	Hannan-Quinn criter.	23.85231	
Durbin-Watson stat	2.078233			

#### نتيجة التقدير (1)

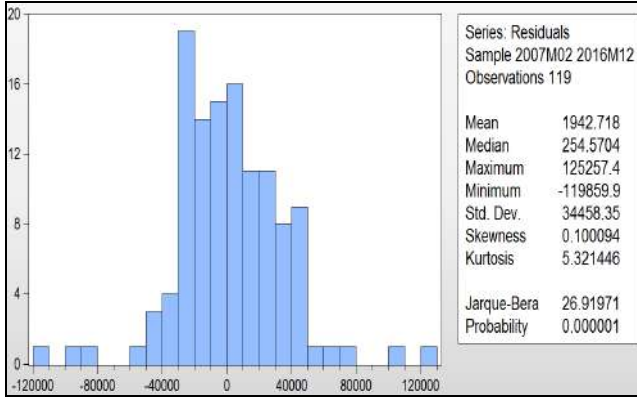
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
MA(1)	-0.763300	0.059914	-12.73995	0.0000
R-squared	0.377231	Mean dependent var	463.6208	
Adjusted R-squared	0.377231	S.D. dependent var	43734.67	
S.E. of regression	34513.54	Akaike info criterion	23.74446	
Sum squared resid	1.41E+11	Schwarz criterion	23.76781	
Log likelihood	-1411.795	Hannan-Quinn criter.	23.75394	
Durbin-Watson stat	2.026625			

1. حدد نتيجة التقدير المناسبة للبيانات المدروسة؛
2. اكتب نتيجة التقدير المقبولة على شكل معادلة خطية؛
3. ادرس المعنوية الكلية للنموذج؛
4. اشرح قيمة  $\bar{R}^2$ .

## الفرع الخامس

نعمل في هذه المرحلة الأخير على تحليل بواقي النموذج الذي تم اختياره في الفرع السابق، و بغرض

ذلك نقترح العنصرين التاليين:



Date: 01/10/17 Time: 22:38  
Sample: 2007M01 2016M12  
Included observations: 119  
Q-statistic probabilities adjusted for 1 ARMA term

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	-0.020	-0.020	0.0502	
		2	-0.018	-0.018	0.0904	0.764
		3	0.003	0.003	0.0918	0.955
		4	0.027	0.027	0.1847	0.980
		5	-0.008	-0.007	0.1933	0.996
		6	0.044	0.045	0.4429	0.994
		7	-0.000	0.001	0.4429	0.998
		8	-0.037	-0.037	0.6245	0.999
		9	0.092	0.091	1.7418	0.988
		10	-0.043	-0.044	1.9816	0.992
		11	-0.028	-0.025	2.0846	0.996
		12	0.067	0.066	2.6863	0.994

1. باستعمال اختبار Ljung-Box هل بواقي النموذج مستقلة عن بعض؟

2. باستعمال اختبار Jarque et Bera هل بواقي النموذج تخضع للتوزيع الطبيعي؟



### تصحيح سلسلة التمارين (3)

#### الفرع الأول

#### 1. اختبار إمكانية وجود المركبة الفصلية ضمن السلسلة المدروسة

عدم وجود المركبة الفصلية ضمن السلسلة المدروسة :  $H_0$

$$F_c = \frac{V_p}{V_R} \quad ; \quad V_p = \frac{S_p}{(p-1)} = 2.16 \times 10^{10} \quad ; \quad V_R = \frac{S_R}{(p-1)(N-1)} = 1.15 \times 10^9$$

$$F_c = 18.78 > F_{tab}^{0.05}(11,99) = 1.85$$

نرفض الفرضية  $H_0$  و نقر بوجود المركبة الفصلية ضمن السلسلة المدروسة

#### 2. اختبار إمكانية وجود مركبة الاتجاه العام ضمن السلسلة المدروسة

عدم وجود مركبة الاتجاه العام ضمن السلسلة المدروسة :  $H_0$

$$F_c = \frac{V_A}{V_R} \quad ; \quad V_A = \frac{S_A}{(N-1)} = 1.05 \times 10^{10} \quad ; \quad V_R = \frac{S_R}{(p-1)(N-1)} = 1.15 \times 10^9$$

$$F_c = 9.13 > F_{tab}^{0.05}(9,99) = 1.97$$

نرفض الفرضية  $H_0$  و نقر بوجود مركبة الاتجاه العام ضمن السلسلة المدروسة

#### 3. باستعمال اختبار (Buys - Ballot) حدد نوع نموذج المركبات؛ النموذج من نوع الجمع

النموذج من نوع الجمع  $a_1 = 0$  :  $H_0$

$$t_c = \frac{\hat{a}_1}{\hat{\sigma}_{\hat{a}_1}} = 2.67 > t_{tab}(8) = 2.30$$

نرفض الفرضية  $H_0$  و نقر بان النموذج من نوع الجداء

#### 4. اشرح باختصار كيفية نزع المركبة الفصلية من السلسلة المدروسة باستعمال طريقة المتوسطات المتحركة

من اجل نزع المركبة الفصلية من السلسلة المدروسة باستعمال طريقة المتوسطات المتحركة نتبع

الخطوات التالية:

(a) نقدر قيمة مركبة الاتجاه العام حسب العلاقة التالية:  $L = 2m = 12 \Rightarrow m = 6$

$$\hat{E}_t = \frac{1}{12} \left[ \frac{1}{2} x_{t-6} + \sum_{i=-5}^{i=5} x_{t+i} + \frac{1}{2} x_{t+6} \right]$$

(b) نحسب اثر الفصول:  $S_t = x_t / \hat{E}_t$

(c) نحسب متوسطات الفصول:  $S_1^*, S_2^*, S_3^*, \dots, S_{12}^*$  و نتحقق من أن:  $\bar{S}_j^* = \frac{1}{12} \sum_{j=1}^{12} S_j^* = 1$

(d) أخيرا نحسب السلسلة منزوعة المركبة الفصلية:  $x_{svs} \quad t_j = \frac{x_{tj}}{S_j^*}$

### 5. قارن بين $\bar{x}$ , $cv$ للسلسلة قبل وبعد نزع المركبة الفصلية

$\bar{x}$  يبقى ثابت قبل و بعد نزع المركبة الفصلية من السلسلة المدروسة، غير أن  $cv$  فينخفض بعد نزع المركبة الفصلية من السلسلة المدروسة.

#### الفرع الثاني

#### 1. حدد قيمة التأخير $P$ اللازمة لاستعمال هذا الاختبار، برر إجابتك

عند مقارنة قيم المعيارين  $Aic$  و  $Sc$  للنموذج (3 أو 6) للمتغير عند المستوى نلاحظ أن أقل القيم هي عند قيمة التأخير  $p = 2$  فهي القيمة الأمثل.

#### 2. من هو الاختبار الأمثل DF أو ADF الذي يمكننا من اختبار استقرارية السلسلة $(x_{svst})$ مع التبرير؟

ما داما  $p = 2$  و يختلف عن الصفر فهذا يعني وجود الارتباط الذاتي للأخطاء ضمن النموذج، وذلك يستدعي استعمال الفروق من الدرجة الثانية كمتغيرات مساعدة لتصحيح الارتباط الذاتي للأخطاء الموجود ضمن النموذج، فالاختبار الأمثل هو ADF.

#### 3. على ضوء ما سبق اختبر استقرارية السلسلة $(x_{svst})$

بالنسبة للنموذج (4) فان:  $(t_{\hat{\phi}_1} = 0.11 > t_{tab} = -1.94)$  و عليه نقبل فرضية وجود جذر وحدة، و أما بالنسبة للنموذج (5) فان:  $(t_{\hat{\phi}_1} = -3.38 < t_{tab} = -2.88)$  و عليه نرفض فرضية وجود جذر وحدة، وكذلك بالنسبة للنموذج (6) فان:  $(t_{\hat{\phi}_1} = -3.59 < t_{tab} = -3.44)$  و عليه نرفض فرضية وجود جذر وحدة. و منه فان السلسلة  $(x_{svst})$  غير مستقرة.

#### 4. ما هي درجة تكامل السلسلة $(x_{svst})$ ؟ برر إجابتك

ندرس استقرارية الفرق الأول  $(\Delta x_{svst})$

بالنسبة للنموذج (4) فان:  $(t_{\hat{\phi}_1} = -10.34 < t_{tab} = -1.94)$  و عليه نرفض فرضية وجود جذر وحدة، و أما بالنسبة للنموذج (5) فان:  $(t_{\hat{\phi}_1} = -10.30 < t_{tab} = -2.88)$  و عليه نرفض فرضية وجود جذر وحدة، وكذلك بالنسبة للنموذج (6) فان:  $(t_{\hat{\phi}_1} = -10.26 < t_{tab} = -3.44)$  و عليه نرفض فرضية وجود جذر وحدة. و منه فان السلسلة  $(\Delta x_{svst})$  مستقرة.

وعليه فان السلسلة  $(x_{svst})$  متكاملة من الدرجة الأولى:  $(x_{svst} \rightarrow I(1))$

#### الفرع الثالث:

#### 1. حدد نوع النموذج الأكثر ملائمة لبيانات السلسلة منزوعة المركبة الفصلية و المستقرة، برر إجابتك

نسجل ضمن PAC تخامد أسّي متسارع، أما بالنسبة لـ AC فان:  $(\phi_h = 0, \forall h > 1)$  وعليه فان النموذج

الأكثر ملائمة للسلسلة  $(Dx_{svst})$  هو النموذج  $MA(1)$

#### 2. استنتج نوع نموذج السلسلة الأصلية $(x_t)$

$ARIMA(0,1,1)$

3. حدد قانون حساب القيمة الثالثة من العمود PAC بدلالة AC

$$r_{33} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & r_1 & r_1 \\ r_1 & 1 & r_2 \\ r_2 & r_1 & r_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & r_1 & r_2 \\ r_1 & 1 & r_1 \\ r_2 & r_1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{r_1^3 - r_1 r_2 (2 - r_2) + r_3 (1 - r_1^2)}{1 - r_2^2 - 2r_1^2 (1 - r_2)}$$

الفرع الرابع

1. حدد نتيجة التقدير المناسبة للبيانات المدروسة

نتيجة التقدير المناسبة للبيانات المدروسة هي (1)

2. اكتب نتيجة التقدير المقبولة على شكل معادلة خطية

$$Dxsvs_t = -0.76e_{t-1} + e_t$$

3. ادرس المعنوية الكلية للنموذج

النموذج يحتوي على متغير تفسيري واحد، فالمعنوية الكلية للنموذج هي نفسها المعنوية الفردية للمتغير التفسيري، و بالاعتماد على الاحتمال المرافق لها يمكننا القول أن النموذج ذو معنوية كلية مقبولة عند مستوى 1%.

4. اشرح قيمة  $\bar{R}^2$

$\bar{R}^2 = 0.37$  أي أن 37% من الاختلافات في المتغيرات التابع مشروحة ضمن النموذج.

الفرع الخامس

1. باستعمال اختبار Ljung-Box هل بواقي النموذج مستقلة عن بعض؟

بواقي النموذج مستقلة عن بعض  $H_0 : \varphi_1 = \varphi_2 = \dots = \varphi_{12} = 0$

$$Q - stat = 2.68 < \chi^2_{(12)} = 21.03$$

نقبل  $H_0$  أي أن بواقي النموذج مستقلة عن بعض.

2. باستعمال اختبار Jarque et Bera هل بواقي النموذج تخضع للتوزيع الطبيعي؟

بواقي النموذج تخضع للتوزيع الطبيعي:  $H_0$

$$S - Jarque et Bera = 26.91 > \chi^2_{(2)} = 5.99$$

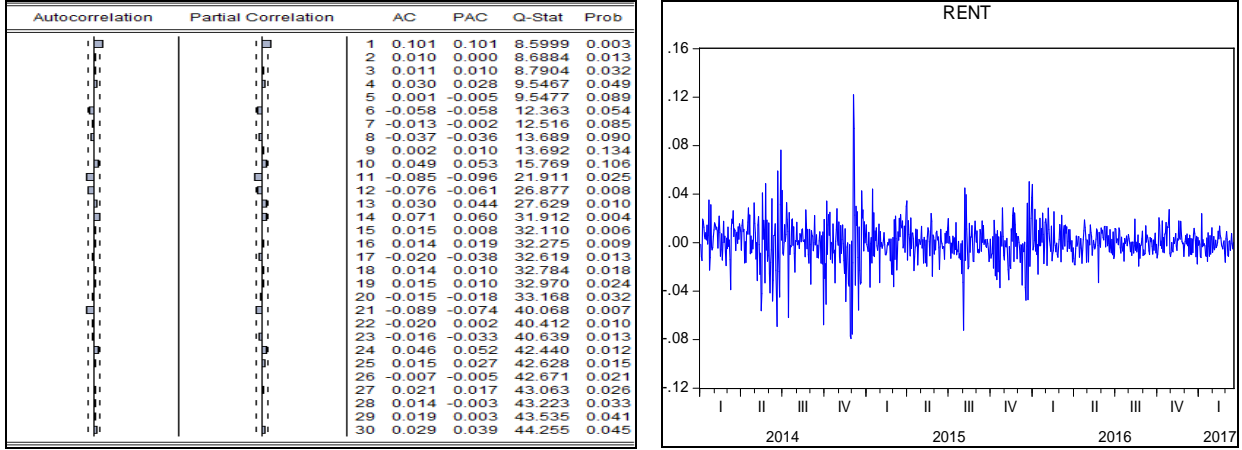
نرفض  $H_0$  أي أن بواقي النموذج لا تخضع للتوزيع الطبيعي.

#### سلسلة التمارين (4)

بغرض نمذجة مردودية مؤشر بورصة دبي لأوراق المالية ( $RENT_t$ ) خلال الفترة من 2 جانفي لعام 2014 إلى غاية 20 مارس من عام 2017، نقترح الخطوات التالية:

#### الفرع الأول

نعتد في تحليل هذه السلسلة على برنامج Eviews9.0، حيث في البداية نعرض بياناً التطور التاريخي للسلسلة و دالتي الارتباط الذاتي البسيطة و الجزئية لهذه السلسلة في الشكلين التاليين:



اشرح الشكلين السابقين مع تقديم بعض النتائج المهمة فيما يتعلق بمركبات السلسلة المدروسة و استقراريتها.

#### الفرع الثاني

في هذا الفرع نعمل على دراسة استقرارية السلسلة المدروسة ( $RENT_t$ ) و من اجل ذلك نستعمل اختبار ديكي فولر و نسجل النتائج التالية:

Log(MV)	HQ	SCH	AIC	المعيار قيمة التأخير
2220.11	-5.29	-5.28	-5.29	0
2217.20	-5.28	-5.27	-5.29	1
2214.44	-5.28	-5.26	-5.29	2
2212.31	-5.27	-5.25	-5.29	3
2209.56	-5.27	-5.24	-5.28	4
2208.06	-5.27	-5.24	-5.28	5

1. حدد قيمة التأخير P اللازمة لاستعمال هذا الاختبار، برر إجابتك؛
2. من هو الاختبار الأمثل DF أو ADF الذي يمكننا من اختبار استقرارية السلسلة ( $RENT_t$ ) مع التبرير؟
3. بعد تحديد قيمة التأخير اللازمة قمنا بتطبيق هذا الاختبار على السلسلة ( $RENT_t$ ) و نسجل النتائج في الصفحة الموالية، بتطبيق منهجية ديكي فولر اختبر استقرارية السلسلة ( $RENT_t$ )؛
4. ما هي درجة تكامل السلسلة ( $RENT_t$ )؟ برر إجابتك؛

Null Hypothesis: RENT has a unit root Exogenous: None Lag Length: 0 (Automatic - based on AIC, maxlag=20)					Null Hypothesis: RENT has a unit root Exogenous: Constant Lag Length: 0 (Automatic - based on AIC, maxlag=20)					Null Hypothesis: RENT has a unit root Exogenous: Constant, Linear Trend Lag Length: 0 (Automatic - based on AIC, maxlag=20)				
		t-Statistic	Prob.*				t-Statistic	Prob.*				t-Statistic	Prob.*	
Augmented Dickey-Fuller test statistic					Augmented Dickey-Fuller test statistic					Augmented Dickey-Fuller test statistic				
Test critical values:					Test critical values:					Test critical values:				
1% level					1% level					1% level				
5% level					5% level					5% level				
10% level					10% level					10% level				
*Mackinnon (1996) one-sided p-values.					*Mackinnon (1996) one-sided p-values.					*Mackinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(RENT) Method: Least Squares Date: 01/11/18 Time: 11:45 Sample (adjusted): 1/03/2014 3/20/2017 Included observations: 837 after adjustments					Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(RENT) Method: Least Squares Date: 01/11/18 Time: 11:42 Sample (adjusted): 1/03/2014 3/20/2017 Included observations: 837 after adjustments					Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(RENT) Method: Least Squares Date: 01/11/18 Time: 11:40 Sample (adjusted): 1/03/2014 3/20/2017 Included observations: 837 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.	Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.	Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
RENT(-1)	-0.898877	0.034408	-26.12384	0.0000	RENT(-1)	-0.898877	0.034429	-26.10823	0.0000	RENT(-1)	-0.899348	0.034451	-26.10510	0.0000
					C	-1.46E-05	0.000590	-0.024729	0.9803	C	0.000601	0.001184	0.507365	0.6120
										@TREND("1/01/2014")	-1.47E-06	2.44E-06	-0.599514	0.5490
R-squared	0.449440	Mean dependent var	1.99E-06		R-squared	0.449441	Mean dependent var	1.99E-06		R-squared	0.449678	Mean dependent var	1.99E-06	
Adjusted R-squared	0.449440	S.D. dependent var	0.023002		Adjusted R-squared	0.448781	S.D. dependent var	0.023002		Adjusted R-squared	0.448358	S.D. dependent var	0.023002	
S.E. of regression	0.017067	Akaike info criterion	-5.302113		S.E. of regression	0.017077	Akaike info criterion	-5.299724		S.E. of regression	0.017084	Akaike info criterion	-5.297766	
Sum squared resid	0.243520	Schwarz criterion	-5.296462		Sum squared resid	0.243520	Schwarz criterion	-5.288422		Sum squared resid	0.243415	Schwarz criterion	-5.280813	
Log likelihood	2219.934	Hannan-Quinn criter.	-5.299947		Log likelihood	2219.935	Hannan-Quinn criter.	-5.295392		Log likelihood	2220.115	Hannan-Quinn criter.	-5.291267	
Durbin-Watson stat	1.999624				F-statistic	681.6399	Durbin-Watson stat	1.999624		F-statistic	340.7382	Durbin-Watson stat	1.999544	
					Prob(F-statistic)	0.000000				Prob(F-statistic)	0.000000			

### الفرع الثالث

نهدف من خلال هذا الفرع إلى التعرف على النموذج الذي تخضع له السلسلة الزمنية محل الدراسة، و على ضوء ما سبق:

1. اقترح مجموعة من النماذج الممكنة لبيانات عينة الدراسة مع التبرير؛
2. و بغرض تحديد النموذج الأكثر ملائمة للسلسلة المدروسة نقترح الجدول التالي:

جودة المعالم	LogMV	HQ	SCH	AIC	المعيار النموذج
جيدة	2223.04	-5.296	-5.289	-5.300	Ma(1)
جيدة	2223.07	-5.296	-5.289	-5.300	AR (1)
ضعيفة	2223.07	-5.292	-5.281	-5.298	ARMA(1,1)

حدد النموذج الأمثل مع التبرير؛

3. إذا كانت السلسلة المدروسة تتبع صيرورة من نوع  $ARIMA(p,d,q)$ ، حدد قيم  $p$ ،  $d$  و  $q$ ؛

### الفرع الرابع

بعد تحديد نوع النموذج الملائم للبيانات المدروسة، نعمل فيما يلي على تقييم نتيجة التقدير و نقترح ما يلي:

نتيجة التقدير (2)

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
MA(1)	0.100181	0.018841	5.317161	0.0000
SIGMASQ	0.000291	7.07E-06	41.11212	0.0000
R-squared	0.010136	Mean dependent var	-1.82E-05	
Adjusted R-squared	0.008952	S.D. dependent var	0.017145	
S.E. of regression	0.017068	Akaike info criterion	-5.300813	
Sum squared resid	0.243544	Schwarz criterion	-5.289522	
Log likelihood	2223.041	Hannan-Quinn criter.	-5.296485	
Durbin-Watson stat	1.997946			
Inverted MA Roots	-10			

نتيجة التقدير (1)

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	0.101004	0.018432	5.479841	0.0000
SIGMASQ	0.000291	6.95E-06	41.83440	0.0000
R-squared	0.010225	Mean dependent var	-1.82E-05	
Adjusted R-squared	0.009041	S.D. dependent var	0.017145	
S.E. of regression	0.017067	Akaike info criterion	-5.300902	
Sum squared resid	0.243522	Schwarz criterion	-5.289611	
Log likelihood	2223.078	Hannan-Quinn criter.	-5.296574	
Durbin-Watson stat	1.999756			
Inverted AR Roots	.10			

1. حدد نتيجة التقدير المناسبة للبيانات المدروسة؛
2. اكتب نتيجة التقدير المقبولة على شكل معادلة خطية؛
3. ادرس استقرارية النموذج و قابليته للقلب؛

### الفرع الخامس

نعمل في هذه المرحلة الأخير على تحليل بواقي النموذج الذي تم اختياره في الفرع السابق، و بغرض

ذلك نفتح العنصرين التاليين:

Heteroskedasticity Test: ARCH				
F-statistic	46.24513	Prob. F(3,831)	0.0000	
Obs*R-squared	119.4594	Prob. Chi-Square(3)	0.0000	
Test Equation:				
Dependent Variable: RESID^2				
Method: Least Squares				
Date: 01/11/18 Time: 12:32				
Sample (adjusted): 1/07/2014 3/20/2017				
Included observations: 835 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.000143	3.02E-05	4.746454	0.0000
RESID^2(-1)	0.209740	0.034541	6.072217	0.0000
RESID^2(-2)	0.204998	0.034576	5.928905	0.0000
RESID^2(-3)	0.092785	0.034542	2.686172	0.0074
R-squared	0.143065	Mean dependent var	0.000291	
Adjusted R-squared	0.139972	S.D. dependent var	0.000851	
S.E. of regression	0.000789	Akaike info criterion	-11.44565	
Sum squared resid	0.000518	Schwarz criterion	-11.42300	
Log likelihood	4782.558	Hannan-Quinn criter.	-11.43696	
F-statistic	46.24513	Durbin-Watson stat	2.019231	
Prob(F-statistic)	0.000000			

الارتباط الذاتي لبواقي النموذج					
Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	0.000	0.000	1.E-05		0.977
2	-0.001	-0.001	0.0008		0.978
3	0.007	0.007	0.0436		0.857
4	0.029	0.029	0.7692		0.941
5	0.004	0.004	0.7824		0.610
6	-0.058	-0.058	3.5908		0.730
7	-0.004	-0.004	3.6045		0.690
8	-0.037	-0.038	4.7521		0.784
9	0.001	0.001	4.7525		0.564
10	0.059	0.063	7.7037		0.187
11	-0.084	-0.083	13.703		0.078
12	-0.072	-0.074	18.154		0.089
13	0.031	0.031	18.967		0.043
14	0.068	0.062	22.881		0.062
15	0.007	0.013	22.922		0.082
16	0.015	0.024	23.105		0.099
17	-0.023	-0.037	23.599		0.125
18	0.015	0.005	23.754		0.157
19	0.015	0.013	23.951		0.195
20	-0.008	-0.009	24.004		0.080
21	-0.088	-0.075	30.639		0.078
22	-0.010	-0.002	30.748		0.085
23	-0.019	-0.038	31.036		0.103
24	0.047	0.045	32.924		0.128
25	0.011	0.032	33.031		0.148
26	-0.011	-0.004	33.133		0.178
27	0.021	0.016	33.517		0.208
28	0.010	-0.002	33.599		0.221
29	0.015	-0.002	33.795		0.250
30	0.029	0.040	34.526		0.291
31	-0.018	-0.006	34.797		0.328
32	-0.004	-0.022	34.814		0.302
33	-0.015	-0.023	35.000		0.337
34	-0.044	-0.054	36.689		
35	0.015	0.032	36.883		

1. باستعمال اختبار Ljung-Box هل يوجد ارتباط ذاتي ضمن بواقي النموذج؟
2. باستعمال اختبار ARCH هل تباين بواقي النموذج ثابت؟
3. هل يمكن اعتبار بواقي النموذج تشويش ابيض؟
4. هل يمكنك اعتماد هذا النموذج و القيام بعملية التنبؤ؟ لماذا؟

#### تصحيح سلسلة التمارين (4)

##### الفرع الأول

اشرح الشكلين السابقين مع تقديم بعض النتائج المهمة فيما يتعلق بمركبات السلسلة المدروسة و استقراريتها

من خلال التطور التاريخي للسلسلة يمكننا التأكيد على عدم وجود المركبة الموسمية أو مركبة الاتجاه العام كما أن قيم السلسلة تتمحور حول الصفر و هذا يوحي باستقرارية السلسلة و هذه النتيجة تتوافق مع قيم دالتي الارتباط الذاتي البسيط و الجزئي.

##### الفرع الثاني

1. حدد قيمة التأخير P اللازمة لاستعمال هذا الاختبار، برر إجابتك؛

على أساس قيم المعايير AIC، SCH، و HQ للنموذج 3 أو 6 يمكننا اختيار قيمة التأخير  $P=0$  التي تمنحنا اقل القيم لهذه المعايير، كما أنها تمنحنا أكبر قيمة لمعيار  $\text{Log}(MV)$ . و عليه فإنه لا يوجد ارتباط ذاتي ضمن بواقي النموذج 3 و بالتالي لا نحتاج إلى استعمال  $\Delta RENT_{t-j}$  كمتغيرات مساعدة ضمن نماذج هذا الاختبار يمكنها إصلاح الارتباط الذاتي للأخطاء.

2. من هو الاختبار الأمثل DF أو ADF الذي يمكننا من اختبار استقرارية السلسلة  $(RENT_t)$  مع التبرير؟ على أساس التحليل السابق فإن الاختبار المستعمل هو اختبار ديكي فولر البسيط DF.

3. بتطبيق منهجية ديكي فولر اختبر استقرارية السلسلة  $(RENT_t)$

بالاعتماد على إستراتيجية ديكي فولر فإننا في البداية نختبر معامل مركبة الزمن b ضمن النموذج 3 و على أساس نتيجة التقدير و بالاعتماد على الاحتمال المرافق لاختبار معنوية المعلمة b يمكننا قبول الفرضية المعدومة عند مستوي معنوية 5% و القول بعدم وجود مركبة الزمن ضمن السلسلة المدروسة، و بالتالي فإن المرحلة الموالية هي اختبار إمكانية وجود الحد الثابت ضمن النموذج 2 و بالاعتماد على الاحتمال المرافق لاختبار المعنوية للحد الثابت يمكننا قبول الفرضية المعدومة عند مستوي 5% و القول بعدم وجود الثابت ضمن السلسلة محل الدراسة، و تكون الخطوة الأخيرة هي اختبار إمكانية وجود جذر وحدة  $(\phi_1 = 1)$  ضمن النموذج 1 للسلسلة المدروسة و بالاعتماد على الاحتمال المرافق لهذا الاختبار نرفض الفرضية المعدومة عند مستوي معنوية 1% و نؤكد على عدم وجود جذر وحدة ضمن بيانات السلسلة. و منه يمكننا القول أن السلسلة  $(RENT_t)$  مستقرة في المستوي.

4. ما هي درجة تكامل السلسلة  $(RENT_t)$ ؟ برر إجابتك

على أساس أن السلسلة  $(RENT_t)$  مستقرة في المستوي فهي متكاملة من الدرجة صفر:

$$(RENT_t \rightarrow I(0))$$

### الفرع الثالث

#### 1. اقترح مجموعة من النماذج الممكنة لبيانات عينة الدراسة مع التبرير

على أساس Correlogramme والتي الارتباط الذاتي البسيطة و الجزئية للسلسلة المستقرة ( $RENT_t$ )  
يمكننا أن نقترح النماذج:  $AR(1)$ ،  $MA(1)$ ، و  $ARMA(1,1)$ .

#### 2. حدد النموذج الأمثل مع التبرير

بالاعتماد على معايير الجودة و المفاضلة فإننا نلاحظ أن النموذج  $AR(1)$  يمنحنا اقل القيم للمعايير  $AIC$ ،  $SCH$ ، و  $HQ$  أما بالنسبة للمعيار لوغاريتم المعقولة العظمى فان هذا النموذج يمنحنا اكبر قيمة، و عليه يمكننا اعتبار النموذج  $AR(1)$  هو الأفضل و الأكثر ملائمة لبيانات الدراسة.

#### 3. إذا كانت السلسلة المدروسة تتبع صيرورة من نوع $ARIMA(p,d,q)$ ، حدد قيم $p$ ، $d$ و $q$

$$RENT_t \rightarrow ARIMA(1,0,0)$$

$$P=1, \quad q=0, \quad d=0$$

### الفرع الرابع

#### 1. حدد نتيجة التقدير المناسبة للبيانات المدروسة: نتيجة التقدير (1)

#### 2. اكتب نتيجة التقدير المقبولة على شكل معادلة خطية

$$RENT_t = 0.101 \times RENT_{t-1} + e_t$$

#### 3. ادرس استقرارية النموذج و قابليته للقلب

من خلال نتيجة التقدير السابقة نلاحظ أن مقلوب جذر كثير الحدود  $AR(1)$  هو (0.10) أي يقع داخل الدائرة الوحديوية و بالتالي فان النموذج  $AR(1)$  مستقر، أما عن القابلية للقلب فان النموذج  $AR(1)$  هو قابل للقلب بالتعريف.

### الفرع الخامس

#### 1. باستعمال اختبار $Ljung-Box$ هل يوجد ارتباط ذاتي ضمن بواقي النموذج؟

نلاحظ من خلال Correlogamme دالة الارتباط الذاتي للبواقي، أن معاملات الارتباط الذاتي المحسوبة من أجل الفجوات  $h=35$  كلها معنوياً معدومة (تقع داخل مجال الثقة) مما يعني عدم وجود ذاكرة ضمن لسلسلة البواقي، و تأكيد هذه النتيجة يكون على أساس اختبار  $Ljung-Box$  والإحصائية المحسوبة لهذا الاختبار توافق القيمة الأخيرة في العمود  $Q-Stat$ . و من خلال الاحتمال المرافق لهذه الإحصائية يمكننا قبول لفرضية المعدومة بمستوى معنوية 5% و الإقرار بعدم وجود ذاكرة ضمن سلسلة بواقي النموذج و بالتالي لا يوجد ارتباط ذاتي ضمن بواقي النموذج.

#### 2. باستعمال اختبار $ARCH$ هل تباين بواقي النموذج ثابت؟

باستعمال اختبار  $ARCH$  و الذي يعتمد على الفرضية المعدومة التي تنص على ثبات تباين البواقي، و على أساس الاحتمال المرافق لهذا الاختبار يمكننا رفض الفرضية المعدومة و الإقرار بعدم ثبات تباين البواقي خلال فترة الدراسة.



3. هل يمكن اعتبار بواقي النموذج تشويش ابيض؟

لا يمكننا اعتبار بواقي النموذج تشويش ابيض بسبب عدم ثبات التباين.

4. هل يمكنك اعتماد هذا النموذج و القيام بعملية التنبؤ؟ لماذا؟

لا يمكننا الاعتماد على نتيجة التقدير هذه بسبب مشكل عدم ثبات التباين الموجود ضمن البواقي.

## الفصل الرابع: منهجية بوكس جينكينز لتحليل السلاسل الزمنية (Box et Jenkins, 1970)

### تمهيد:

في عام 1970 قام العالمان الأمريكيان جورج بوكس (George box) و جويلم جنكينز (Gwilym et Jenkins) بابتكار طريقة لتحليل السلاسل الزمنية و المعروفة باسميهما، و تما توثيق هذه الطريقة في كتاب تحت عنوان (Time Series Analysis Forecasting and Control) و أصبحت هذه الطريقة فيما بعد أكثر استعمالاً و أكثر شيوعاً مما سهل إمكانية استخدامها لمعالجة السلاسل الزمنية ذات المركبات الموسمية و المعروفة بنماذج SARIMA و لهذا النوع من النماذج أهمية كبيرة و استخدامات عديدة مثل التنبؤ بحجم المبيعات و ذلك بالاعتماد على سلسلة المبيعات في الماضي دون اللجوء لمتغيرات أخرى مثل دخول المستهلكين أو الأسعار....الخ.

و تطبيق طريقة بوكس جينكينز يقتضي المرور بأربعة مراحل ابتداءً بمرحلة التعريف بالنموذج أو تحديد النموذج ثم مرحلة تقدير معاملات النموذج و المرحلة الثالثة تتضمن تشخيص النموذج و التأكد من صلاحيته و ذلك بالاعتماد على مجموعة من الاختبارات الإحصائية المتخصصة، و في المرحلة الرابعة و الأخيرة نقوم بالتنبؤ بقيم السلسلة و يكون ذلك على المدى القصير فقط و عندئذٍ يجب التأكد من صلاحية القيم المتنبأ بها و ذلك باستعمال بعض الاختبارات الإحصائية المتخصصة.

### 1. المرحلة الأولى: تحديد النموذج

في هذه المرحلة و قبل البدء في تحديد النموذج يجب في البداية التخلص من المركبة الموسمية في حالة البيانات الفصلية بإحدى الطرق المتخصصة و من ثمة يجب التأكد من استقرارية السلسلة و ذلك بالاعتماد على اختبارات جذر الوحدة عندئذٍ فقط يمكننا التعرف على النموذج الذي تخضع له السلسلة محل الدراسة، و يكون ذلك من خلال الاعتماد على دالتي الارتباط الذاتي البسيط و الجزئي للسلسلة المستقرة، حيث يمكننا اقتراح مجموعة من النماذج الممكنة و المفاضلة بينها باستعمال بعض المعايير الإحصائية لتحديد النموذج الأكثر ملائمة لبيانات عينة الدراسة.

### 2. المرحلة الثانية: تقدير النموذج

بعد الانتهاء من مرحلة التعرف على نموذج السلسلة الزمنية و اقتراح مجموعة من النماذج، يمكننا الانتقال إلى المرحلة الموالية و المتمثلة في تقدير معاملات النموذج.

#### 1.2 طرق تقدير معاملات نماذج الانحدار الذاتي

يمكن تقدير معاملات نماذج الانحدار الذاتي وذلك باستعمال إحدى الطرق التالية:

A. طريقة معادلات يول ولكر (Youl Walker)

B. الطريقة الانحدارية

C. طريقة المربعات الصغرى العادية (MCO)

## 2.2. طرق تقدير نماذج المتوسطات المتحركة و النماذج المختلطة

تعتبر طرق تقدير نماذج المتوسطات المتحركة و النماذج المختلطة أعقد بكثير من نماذج الانحدار الذاتي لعدم مشاهدة متغيرات الأخطاء، فهدف التقدير من جهة هنا هو تحديد معالم القسم الانحداري و قسم المتوسطات المتحركة معاً في النماذج المختلطة، أو معالم الأخطاء السابقة في نماذج المتوسطات المتحركة.

A. طريقة البحث التشابكي؛

B. طريقة أعظم احتمال (المعقولية العظمى) (Maximum de vraisemblance):

تقوم فكرة التقدير وفقاً لطريقة المعقولية العظمى (MV) على أساس أن احتمال انتماء العينة إلى المجتمع الذي سحبت منه يكون أكبر من احتمال انتماء هذه العينة إلى أي مجتمع آخر، وعليه فإن الفكرة هي تقدير المجتمع من خلال قيم مشاهدات العينة المسحوبة، وذلك عن طريق احتساب احتمال انتماء العينة لمختلف المجتمعات الممكنة ومن ثم تشخيص المجتمع الذي تنتمي إليه في ضوء أكبر احتمال محقق من بين مختلف هذه الاحتمالات، و تعتبر هذه الطريقة هي الأفضل من بين كل طرق التقدير.

و بغرض اختيار النموذج الأكثر ملائمة لبيانات الدراسة نعتمد على المعايير التالية:

$$AIC = n \ln \left( \frac{SCR}{n} \right) + 2(p + q) \quad \bullet \text{ قيمة إحصائية معيار Akaike}$$

$$SC = n \ln \left( \frac{SCR}{n} \right) + (p + q) \ln n \quad \bullet \text{ قيمة إحصائية معيار Schwarz}$$

$$HQ = \ln \left( \frac{SCR}{n} \right) + (p + q) c \ln \left[ \frac{\ln n}{n} \right] \quad \bullet \text{ قيمة إحصائية معيار Hannan-Quin}$$

و تعتبر هذه المعايير هي الأكثر استعمالاً في حالة نماذج السلاسل الزمنية و النموذج الأفضل هو الذي يمنحنا أقل القيم للمعايير السابقة. كما انه يمكننا استعمال معيار لوغاريتم المعقولية العظمى  $\ln(MV)$  و النموذج الأفضل هو الذي يمنحنا أكبر قيمة لهذا المعيار.

### 3. المرحلة الثالثة: اختبار صلاحية النموذج

بعد تحديد النموذج الملائم لبيانات عينة الدراسة نعمل في هذه المرحلة على اختبار صلاحية النموذج و قوة النتائج المتوصل إليها، و هذا يتطلب إخضاع نتائج تقدير النموذج للعديد من الاختبارات الإحصائية فيها من يتعلق بمقدرات المعالم و القدرة التفسيرية للنموذج و اختبارات أخرى تخص التحقق من أن بواقي النموذج تتوافق مع الفرضيات الأساسية للنموذج.

### 1.3. اختبار جودة معالم النموذج

و يتم ذلك عن طريق استعمال اختبار ستيودنت (Student) للمعنوية الفردية لمعالم النموذج، أما بغرض اختبار المعنوية الكلية للنموذج فنستعمل اختبار فيشر (Fisher).

### 2.3. اختبار التطابق

نقصد باختبار التطابق مقارنة السلسلتين المقدرة و الأصلية من اجل ملاحظة الفوارق بين القيم الأصلية و القيم المستخرجة عن طريق النموذج المقدر، و كل ما كان هناك تطابق كبير بين السلسلتين الأصلية و المقدرة يوحي هذا بالقدرة التفسيرية للنموذج.

### 3.3. دراسة استقرارية معالم النموذج

لدراسة استقرارية معالم النموذج خلال فترة الدراسة أهمية بالغة، حيث تتجلى هذه الأهمية في كون أن عدم ثبات المعالم خلال فترة الدراسة أو وجود تغير هيكل في النموذج ناتج عن حدوث تغير كبير في بيانات الدراسة أو تغير في شكل العلاقة، و عندئذٍ يكون من غير المقبول الاعتماد على هذا النموذج في التنبؤ، و من اجل التحقق من استقرارية معالم النموذج خلال فترة الدراسة نستخدم طريقة الانحدار العكسي و التي تتضمن تقدير النموذج انطلاقاً من استعمال  $(K + 2)$  مشاهدة الأولى فقط أي بدرجة حرية واحدة فقط، ثم نقدر النموذج مرة أخرى باستعمال  $(K + 3)$  مشاهدة الأولى أي بدرجة حرية واحدة، ثم نعمل على زيادة حجم العينة تدريجياً و في كل مرة نقدر النموذج حتى نصل إلى حجم العينة الكلي  $n$  :

$$n, \dots, (K + 4), (K + 3), (K + 2)$$

حيث أن:  $K$  يمثل عدد معالم النموذج.

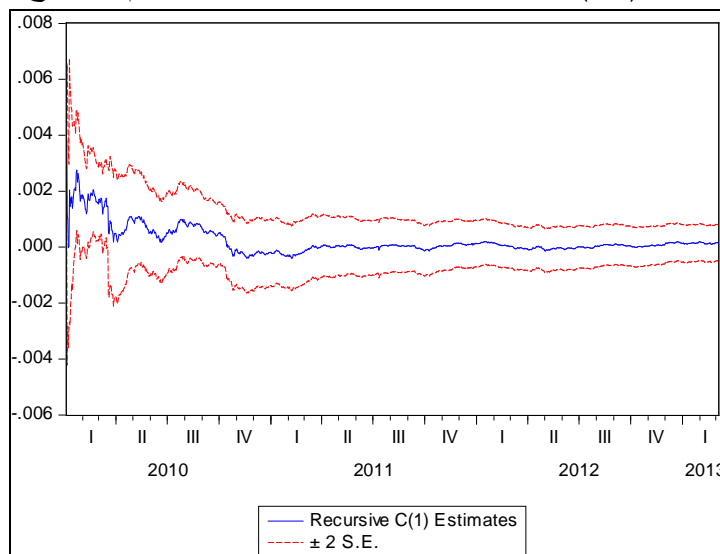
و يمكننا أن نميز ثلاثة إحصائيات تعتمد على الطريقة السابقة للانحدار العكسي يمكننا من خلالها

اختبار مدى استقرارية معالم النموذج خلال فترة الدراسة:

#### A. اختبار مجالات الثقة

و يعتمد على إيجاد مجالات ثقة لمقدرات معالم النموذج وهي:  $(\pm 2\sigma)$  خلال كل المشاهدات التراكمية الممكنة، فإذا كانت كل قيم مقدرات المعالم تقع داخل مجال الثقة يعني أن معالم النموذج مستقرة خلال فترة الدراسة.

الشكل (1.4): اختبار مجالات الثقة لاستقرارية معالم النموذج



### B. اختبار CUSUM

تعتمد إحصائية CUSUM على المجموع التراكمي لأخطاء التنبؤ باستخدام الانحدارات الانعكاسية السابقة، حيث أننا في اللحظة  $(j-1)$  نقدر التنبؤ بالقيمة المستقبلية للفترة المقبلة  $\hat{Y}(j)$  باستعمال النموذج المقدر باستخدام  $(j-1)$  مشاهدة، أما القيمة الحقيقية في اللحظة  $(j)$  فهي  $Y_j$  فتكون البواقي الانعكاسية  $w_j$  (Résidu Récursif) على النحو التالي:

$$w_j = \frac{Y_j - \hat{Y}(j)}{S_e}$$

حيث أن:  $S_e$  يمثل مقدر الانحراف المعياري لبواقي التنبؤ.

نكرر هذه العملية من أجل كل العينات الممكنة:  $n, (n-1), (n-2), \dots, (K+4), (K+3), (K+2)$  و

نحسب قيم  $w_j$  و عندئذ تكون إحصائية CUSUM على النحو التالي:

$$w_t = \frac{n-K}{SCR} \sum_{j=K+2}^t w_j, \quad t = (K+2), (K+3), (K+4), \dots, n$$

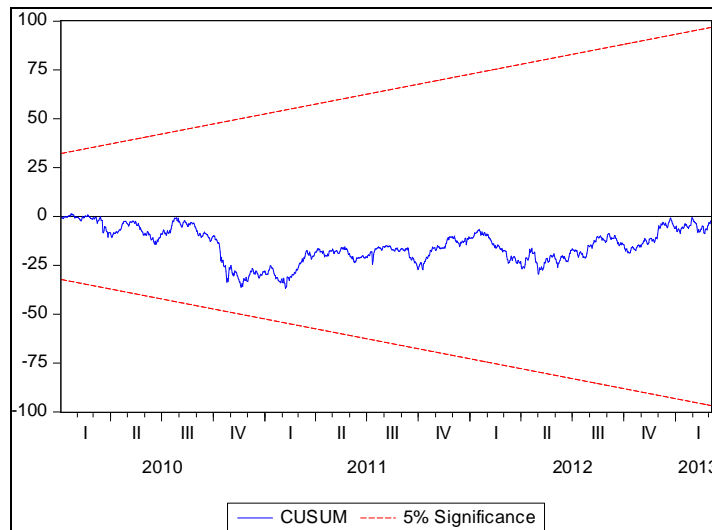
حيث أن:  $SCR$  يمثل مجموع مربعات البواقي المحسوبة انطلاقاً من النموذج المقدر على أساس حجم العينة  $n$ .

فإذا كانت كل قيم  $w_t$  تقع داخل مجال الثقة المحدد بالمستقيمين:  $[K, \pm \alpha \sqrt{n-k}]$  و  $[n, \pm 3\alpha \sqrt{n-k}]$  يعني أن معالم النموذج مستقرة خلال فترة الدراسة.

حيث أن:  $\alpha$  تأخذ القيم 1.143، 0.948 أو 0.850 عند مستويات المعنوية 1%، 5% أو 10% على التوالي.

و الشكل الموالي يوضح هذا الاختبار:

الشكل (2.4): نتيجة اختبار CUSUM



### C. اختبار CUSUM SQ

و يسمى هذا الاختبار كذلك بـ (Kolmogorov ó Smirnov) و تعتمد إحصائية CUSUM SQ على مربعات البواقي الانعكاسية (Résidu Récursif) و تعطى عبارة إحصائية CUSUM SQ على النحو التالي:

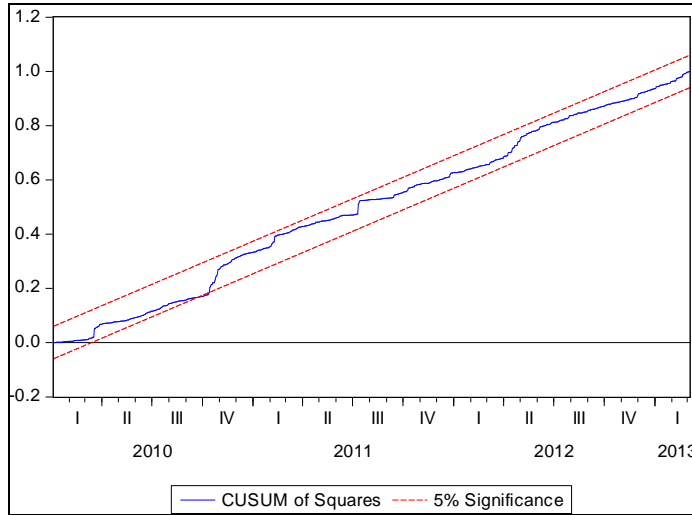
$$S_t = \frac{\sum_{j=K+2}^t w_j^2}{\sum_{j=K+2}^n w_j^2}, \quad t = (K+2), (K+3), \dots, n \quad \wedge \quad 0 \leq S_t \leq 1$$

فإذا كانت كل قيم  $S_t$  تقع داخل مجال الثقة:  $\left[ \pm C \frac{t-K}{n-K} \right]$  يعني كل أن معالم النموذج مستقرة

خلال فترة الدراسة.

حيث أن:  $C$  تمثل إحصائية (Kolmogorov ó Smirnov) و الشكل الموالي يوضح هذا الاختبار:

الشكل (3.4): نتيجة اختبار CUSUM SQ



### D. اختبار التغير الهيكلي Chow

يشترط (Chow) و جود سنة مرجعية  $t_0$  يمكننا من خلالها اختبار حدوث التغير الهيكلي في النموذج، ففي حالة قبول هذه الفرضية يعني ذلك ان معالم النموذج تختلف قبل و بعد هذه السنة المرجعية. و يرتكز هذا الاختبار على الفرضية المعدومة التي تنص على عدم وجود تغير هيكلي في النموذج أي ان معالم النموذج متساوية قبل و بعد السنة المرجعية.

النموذج في الفترة الاولى:  $t_0, \dots, 3, 2, 1$

$$Y_t = a_0^1 + a_1^1 X_{1t} + a_2^1 X_{2t} + \dots + a_k^1 X_{kt} + \zeta_t$$

و مجموع مربعات البواقي لهذا النموذج هي:  $SCR_1$

النموذج في الفترة الثانية:  $n, \dots, (t_0 + 2), (t_0 + 1)$

$$Y_t = a_0^2 + a_1^2 X_{1t} + a_2^2 X_{2t} + \dots + a_k^2 X_{kt} + u_t$$

و مجموع مربعات البواقي لهذا النموذج هي:  $SCR_2$

تكون الفرضية المعدومة لهذا الاختبار هي:

$$H_0 : a_0^1 = a_0^2 \wedge a_1^1 = a_1^2 \wedge \dots \wedge a_k^1 = a_k^2$$

و الاحصائية المحسوبة هي:

$$F_c = \frac{[SCR - (SCR_1 + SCR_2)] / (k + 1)}{(SCR_1 + SCR_2) / [n - 2(k + 1)]} \rightarrow F [(k + 1), n - 2(k + 1)]$$

حيث أن:  $n$  تمثل الحجم الكلي للعينة،  $(k + 1)$  يمثل عدد معالم النموذج،  $SCR$  مجموع مربعات البواقي المستخرج من تقدير النموذج باستعمال الحجم  $n$  يعني على طول الفترتين معاً.

بمستوى معنوية  $\alpha\%$  إذا كان  $F_c < F_{tab}$  نقبل الفرضية المعدومة و نقول أن معالم النموذج مستقرة خلال كل فترة الدراسة، أي انه لا يوجد تغير هيكل في النموذج.

#### E. اختبار التخصيص Ramsey

و يسمى هذا الاختبار كذلك اختصاراً بـ RESET (Regression Error Specification Test)، و يهتم

هذا الاختبار بدراسة مدى التوافق بين الطرح النظري في صياغة النموذج و بيانات عينة الدراسة، فمثلاً:

➤ قد تكون صياغة العلاقة بين المتغير التابع و المتغيرات التفسيرية غير صحيحة، مثل ان يكون النموذج المستعمل خطي و من المفروض ان يكون غير خطي مثلاً لو غاريتمي، او علاقة عكسية،....؛

➤ غياب احد المتغيرات التفسيرية المهمة؛

➤ هناك ارتباط بين المتغيرات التفسيرية و حد الخطأ العشوائي.

و يعتمد اختبار RESET على استعمال مقدر المتغير التابع بدرجات اس 2، 3، 4... كمتغيرات تفسيرية بغرض اختبار مدى صحة العلاقة الموجودة في النموذج الاصلي، و الخطوات التالية توضح هذا الاختبار:

الخطوة 1: نقدر النموذج الاصلي:  $\hat{Y}_t = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 X_{1t} + \hat{a}_2 X_{2t} + \dots + \hat{a}_k X_{kt}$

الخطوة 2: نقدر المعادلة الوسيطة التالية:

$$Y_t = b_0 + b_1 X_{1t} + b_2 X_{2t} + \dots + b_k X_{kt} + \phi_2 \hat{Y}_t^2 + \dots + \phi_h \hat{Y}_t^h + v_t$$

الخطوة 3: نختبر الفرضية المعدومة التالية:  $H_0 : \phi_2 = \phi_3 = \dots = \phi_h = 0$

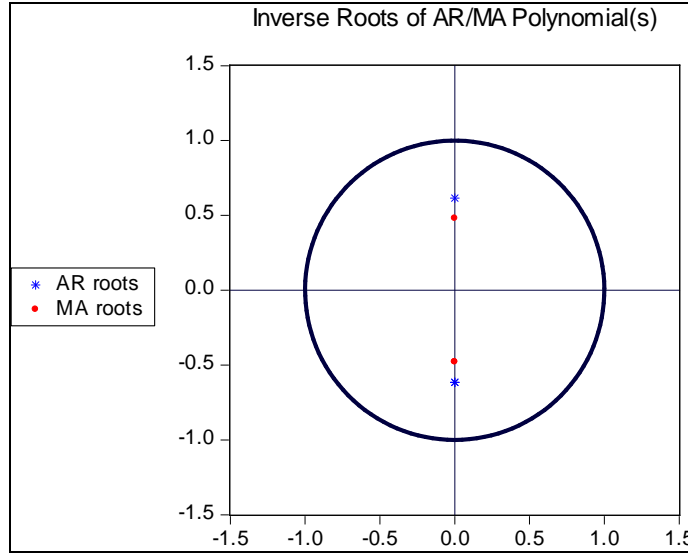
و يكون ذلك بالاعتماد على اختبار فيشر المعتاد ( ففي حالة  $H_0 : \phi_2 = 0$  نستعمل اختبار ستيودنت للمعنوية)

عند قبول الفرضية المعدومة يعني ذلك ان صياغة النموذج صحيحة على الشكل الخطي و لا يوجد مشكل في شكل العلاقة بين المتغير التابع و المتغيرات التفسيرية.

### 4.3. دراسة استقرارية النموذج

في النماذج المختلطة يجب التأكد من أن جذور كثير الحدود المرتبط بجزء الانحدار الذاتي أكبر من الواحد بالقيمة المطلقة عندئذ يكون النموذج مستقر، وحتى يكون النموذج قابل للقلب يجب أن تكون جذور كثير الحدود المرتبط بجزء المتوسطات المتحركة أكبر من الواحد بالقيمة المطلقة. أي بصفة عامة حتى يكون النموذج مستقر و قابل للقلب يجب أن يكون مقلوب كل الجذور تقع داخل الدائرة الوحديوية. في الشكل التالي النموذج مستقر و قابل للقلب.

الشكل (4.4): مقلوب الجذور في نماذج ARMA



### 5.3. دراسة و تحليل بواقي النموذج

حتى تكون نتائج النموذج مقبولة للتحليل و الدراسة يجب أن تكون بواقي النموذج تحقق الفرضيات الأساسية للنموذج وهي استقلالية البواقي عن بعض وبالتالي فهي تشويش ابيض يخضع للتوزيع الطبيعي ذو تباين ثابت.

#### A. اختبار الارتباط الذاتي المتسلسل

بغرض اختبار عدم وجود ارتباط ذاتي متسلسل لبواقي النموذج نستعمل اختبار (Breusch Godfrey) و هذا الاختبار صالح حتى في حالة وجود المتغير التابع ضمن المتغيرات التفسيرية كما انه يساعد على الكشف عن الارتباط الذاتي المتسلسل لدرجات اكبر من 1، و يعتمد هذا الاختبار على الخطوات التالية:

الخطوة (1): استخراج بواقي النموذج  $e_t$ ؛

الخطوة (2): تقدير النموذج التالي:

$$e_t = b_0 + b_1 X_{1t} + b_2 X_{2t} + \dots + b_k X_{kt} + \alpha_1 e_{t-1} + \alpha_2 e_{t-2} + \dots + \alpha_p e_{t-p} + u_t$$

حيث أن:  $u_t$  يمثل تشويش ابيض.



الخطوة (3): حساب إحصائية مضاعف لاغرانج على النحو التالي:

$$LM = n \times R^2 \rightarrow \chi^2(p)$$

حيث أن:  $R^2$  يمثل معامل التحديد المضاعف للنموذج المقدر الخطوة (2) و  $n$  يمثل عدد المشاهدات المدرجة في نفس النموذج.

فإذا كان  $LM < \chi^2(p)$  بمستوي معنوية  $\alpha\%$  نقبل الفرضية المعدومة أي أن سلسلة البواقي مستقلة عن بعض لا تحتوي على ارتباط ذاتي متسلسل، أما في الحالة العكسية فان بواقي النموذج هي في حالة ارتباط ذاتي متسلسل، ويكتب النموذج على النحو التالي:

$$Y_t = b_0 + b_1 X_{1t} + b_2 X_{2t} + \dots + b_k X_{kt} + \alpha_1 e_{t-1} + \alpha_2 e_{t-2} + \dots + \alpha_p e_{t-p} + u_t$$

### B. اختبار (Ljung-Box)

نستعمل إحصائية (Ljung-Box) لاختبار فيما إذا كانت مشاهدات سلسلة بواقي النموذج محل الدراسة مستقلة عن بعض و الفرضية المعدومة لهذا الاختبار هي:

$$H_0 : \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_k = 0$$

و الإحصائية المحسوبة لهذا الاختبار L-B:

$$\varphi_h = n(n+2) \sum_{i=1}^h \frac{r_i^2}{n-i} \rightarrow \chi_h^2$$

حيث أن  $n$  تمثل عدد مشاهدات الدراسة و  $r_i$  تمثل دالة الارتباط الذاتي البسيطة لسلسلة البواقي، و الكمية الإحصائية  $\varphi_h$  تتوزع حسب توزيع كي التربيعي بدرجة حرية  $h$ .

فإذا كانت الإحصائية المحسوبة  $\varphi_h$  اكبر من الإحصائية الجدولة  $\chi_h^2$  نرفض الفرضية المعدومة و نقر بوجود ارتباط ذاتي، أي انه يوجد على الأقل واحد من معاملات الارتباط لسلسلة البواقي يختلف معنوياً عن الصفر. أما في الحالة العكسية فان السلسلة مستقلة عن بعض.

و بيانياً يمكننا معاينة التمثيل البياني لدالة الارتباط الذاتي البسيطة، فإذا كانت كل القيم عند تأخير قدره  $h$  تقع داخل مجال الثقة فان هذا يعني أن قيم دالة الارتباط الذاتي ذات معنوية إحصائية معدومة أي أن سلسلة البواقي بدون ذاكرة و بالتالي مستقلة عن بعض.

و في حالة رفض الفرضية المعدومة فان سلسلة بواقي النموذج مرتبطة ذاتياً، و وجود هذا المشكل ضمن النموذج يبقي على خاصية عدم التحيز بالنسبة لمقدرات النموذج غير أنها تصبح ليست بأقل تباين مما يفقدها خاصية أفضل مقدر، وبالتالي فان هذا يؤثر على نتائج الاختبارات المتعلقة بالمعالم مثل المعنوية أو الاستقرارية و يؤدي بنا هذا إلى أحكام خاطئة.

### C. اختبارات التوزيع الطبيعي

إن فرضية خضوع البواقي للتوزيع الطبيعي ضرورية لاختبارات المعنوية للمعالم و إنشاء مجالات الثقة للتنبؤ، و حتى يمكننا التحقق من صحة هذه الفرضية نستعمل اختبار التناظر و الالتواء (Skewness) و اختبار التفلطح (Kurtosis) او في اختبار مشترك هو (Jarque Bera, 1984).

#### ✓ اختبار التفلطح و التناظر (Skewness et Kurtosis):

في حالة العينات الكبرى أي  $n \geq 30$  يكون العزم المركزي من الدرجة  $k$  هو:

$$\mu_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^k$$

➤ يكون معامل التناظر و الالتواء (Skewness) هو:  $\beta_1^{1/2} = \frac{\mu_3}{\mu_2^{3/2}}$

و هو يخضع للتوزيع الطبيعي:  $\beta_1^{1/2} \rightarrow N(0, 6/n)$

و عليه تكون إحصائية التناظر و الالتواء هي:  $V_1 = \frac{|\beta_1^{1/2} - 0|}{\sqrt{6/n}}$

➤ أما معامل التفلطح (Kurtosis) هو:  $\beta_2 = \frac{\mu_4}{\mu_2^2}$

و هو يخضع للتوزيع الطبيعي:  $\beta_2 \rightarrow N(3, 24/n)$

و عليه تكون إحصائية التفلطح هي:  $V_2 = \frac{|\beta_2 - 3|}{\sqrt{24/n}}$

الفرضية المعدومة لهذا الاختبار تنص على أن السلسلة متناظرة و مفلطحة و بالتالي فهي تخضع

للتوزيع الطبيعي، و نكتب:  $H_0: V_1=0 \text{ et } V_2=0$

فبمستوي معنوية 5% إذا كان  $V_1 \leq 1.96 \wedge V_2 \leq 1.96$  نقبل الفرضية المعدومة أي أن سلسلة البواقي متناظرة و مفلطحة و بالتالي فهي تخضع للتوزيع الطبيعي.

#### ✓ اختبار (Jareque Bera, 1984)

يعتمد هذا الاختبار على نفس الفرضية المعدومة السابقة، و بدمج الإحصائيتين السابقتين  $V_1 \wedge V_2$

تكون الإحصائية المحسوبة لهذا الاختبار على النحو التالي:

$$S = \frac{n}{6} \beta_1 + \frac{n}{24} (\beta_2 - 3)^2 \rightarrow \chi^2(2)$$

فبمستوي معنوية  $\alpha\%$  إذا كان  $S \leq \chi^2(2)$  نقبل الفرضية المعدومة أي أن سلسلة البواقي متناظرة

و مفلطحة و بالتالي فهي تخضع للتوزيع الطبيعي.

### D. اختبار ثبات التباين

بغرض اختبار ثبات تباين بواقي النموذج نستعمل اختبار ARCH و الذي يعتمد على الخطوات التالية:

الخطوة (1): استخراج بواقي النموذج  $e_t$  ؛

الخطوة (2): حساب مربعات بواقي النموذج  $e_t^2$  ؛

الخطوة (3): تقدير النموذج التالي:

$$e_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 e_{t-1}^2 + \alpha_2 e_{t-2}^2 + \dots + \alpha_p e_{t-p}^2 + u_t$$

حيث أن:  $u_t$  يمثل تشويش ابيض.

الخطوة (4): حساب إحصائية مضاعف لاگرانج على النحو التالي:

$$LM = n \times R^2 \rightarrow \chi^2(p)$$

حيث أن:  $R^2$  يمثل معامل التحديد المضاعف للنموذج المقدر الخطوة (3) و  $n$  يمثل عدد

المشاهدات المدرجة في نفس النموذج.

فإذا كان  $LM < \chi^2(p)$  بمستوي معنوية  $\alpha\%$  نقبل الفرضية المعدومة أي أن سلسلة البواقي ذات

تباين ثابت، أما في الحالة العكسية فان تباين البواقي غير ثابت عبر الزمن.

و بيانياً يمكننا معاينة التمثيل البياني لمربع دالتي الارتباط الذاتي البسيطة و الجزئية، فإذا كانت كل

القيم عند تأخير قدره  $h$  تقع داخل مجال الثقة فان هذا يعني أنها ذات معنوية إحصائية معدومة يوحي هذا

بان سلسلة البواقي ذات تباين ثابت و هذا على حسب (G. Melard, 1992).

و في حالة رفض الفرضية المعدومة فان سلسلة بواقي النموذج ذات تباين غير ثابت، و وجود هذا

المشكل ضمن النموذج يبقي على خاصية عدم التحيز بالنسبة لمقدرات النموذج غير أنها تصبح ليست بأقل

تباين مما يفقدها خاصية أفضل مقدر، وبالتالي فان هذا يؤثر على نتائج اختبارات المعنوية و اختبارات

استقرارية المعالم و هذا يؤدي بنا إلى أحكام خاطئة.

### 4. المرحلة الرابعة: التنبؤ بالقيم المستقبلية

بعد القيام بالمراحل السابقة أي تحديد النموذج و تقدير معالمه و من ثم التأكد من صلاحيته يمكننا

الآن التنبؤ بالقيم المستقبلية للسلسلة المدروسة و اختبار مدى جودة القيم المتنبأ بها باستعمال بعض المعايير

المتخصصة، غير أن طريقة بوكس جنكينز تسمح لنا بالقيام بتنبؤات على المدى القصير فقط.

#### 1.4. التوقع النقطي

نفترض أننا قمنا بتقدير نموذج الدراسة باستعمال حجم عينة قدره  $n$  حيث أن آخر مشاهدة للسلسلة

المدروسة هي  $Y_T$  أي للفترة  $T$  و نرغب في توقع قيم السلسلة للفترات الموالية:  $(T+1, T+2, \dots, T+h)$

و يسمى  $h$  بأفق التنبؤ، فالقيمة المستقبلية  $Y_{T+h}$  هي القيمة التي تحدث في الزمن  $(T+h)$  غير أنها

مجهولة في الزمن  $T$  و إنما نتنبأ بالقيمة  $\hat{Y}_T(h)$  و التي تمثل الأمل المشروط بالنسبة لكل المعلومات المتوفرة في اللحظة  $T$ ، ونكتب:

$$\hat{Y}_T(h) = E[Y_{T+h} / I_T]$$

حيث أن:  $I_T = (Y_1, \dots, Y_T)$  تمثل كل المعلومات المتوفرة في اللحظة  $T$

نفترض على سبيل المثال أن السلسلة محل الدراسة  $Y_t$  تخضع لصيرورة مختلطة:

$$Y_t \rightarrow ARMA(1,1)$$

$$Y_t = \gamma + \phi_1 Y_{t-1} + -\theta_1 \zeta_{t-1} + \zeta_t$$

حيث أن:  $\zeta_t$  هو تشويش ابيض يخضع للتوزيع الطبيعي:  $BB(0, \sigma^2_{\zeta})$

يكون التنبؤ بقيمة السلسلة للفترة الزمنية الأولى  $(T+1)$  أي عند  $h=1$  هي:

$$Y_{T+1} = \gamma + \phi_1 Y_T - \theta_1 \zeta_T + \zeta_{T+1}$$

و على اعتبار أننا نأمل أن تكون البواقي للفترات المستقبلية معدومة يكون:  $E[\zeta_{T+1} / I_T] = 0$ ، كما أن

المعلومات المتوفرة في اللحظة  $T$  هي:  $I_T = Y_T, \zeta_T$ ، تكون القيمة المتنبأ بها هي:

$$\hat{Y}_T(1) = E[Y_{T+1} / I_T] = \gamma + \phi_1 Y_T - \theta_1 e_T$$

و يكون كذلك التنبؤ بقيمة السلسلة للفترة الزمنية الثانية  $(T+2)$  أي عند  $h=2$  هي:

$$\hat{Y}_T(2) = E[Y_{T+2} / I_T] = \gamma + \phi_1 Y_{T+1} - \theta_1 \zeta_{T+1}$$

و بنفس الطريقة تكون البواقي للفترات المستقبلية معدومة يكون:  $E[\zeta_{T+1} / I_T] = 0$ ، كما أن  $Y_{T+1}$

غير متوفرة في اللحظة  $T$  نستعمل بدلها القيمة المتنبأ بها و هي:  $\hat{Y}_T(1)$  يكون:

$$\hat{Y}_T(2) = E[Y_{T+2} / I_T] = \gamma + \phi_1 \hat{Y}_T(1) = \gamma + \phi_1 [\gamma + \phi_1 Y_T - \theta_1 e_T]$$

$$\hat{Y}_T(3) = E[Y_{T+3} / I_T] = \gamma + \phi_1 \hat{Y}_T(2) \quad \text{من اجل } h=3$$

$$\hat{Y}_T(4) = E[Y_{T+4} / I_T] = \gamma + \phi_1 \hat{Y}_T(3) \quad \text{من اجل } h=4$$

$$\hat{Y}_T(h) = E[Y_{T+h} / I_T] = \gamma + \phi_1 \hat{Y}_T(h-1) \quad \text{من اجل } h$$

في هذه الحالة نلاحظ أن كل التنبؤات من اجل أفق اكبر من الواحد تعتمد على التنبؤات السابقة

$\hat{Y}_T(h-1)$  و ليس على قيم المشاهدات الحقيقية و تسمى هذه الحالة بـ (Bootstrap Forecasts)، و بصفة

عامة تؤدي هذه الطريقة إلى تقارب قيم السلسلة المتنبأ بها نحو متوسط السلسلة. لذلك تعتبر هذه الطريقة

للتنبؤ على المدى القصير فقط.

## مثال 1

$$Y_t \rightarrow ARMA(1,1)$$

ليكن:

$$Y_t = 50 + 0.5Y_{t-1} + 0.8\zeta_{t-1} + \zeta_t$$

لنفترض أن آخر قيمة في السلسلة المدروسة هي:  $Y_{2017} = 40.3$  و  $e_{2017} = -1.5$

$$\mu = E(Y_t) = \frac{50}{1 - 0.5} = 100 \quad \text{يكون متوسط السلسلة هو:}$$

نعمل في هذا المثال على حساب التوقعات للسنوات: 2018، 2019، 2020، 2021، 2022، 2023،

2024 و 2025 على النحو التالي:

$$h = 1 \Rightarrow \hat{Y}_{2018} = \hat{Y}_{2017}(1) = 50 + 0.5Y_{2017} + 0.8e_{2017} = 50 + 0.5 \times (40.3) + 0.8 \times (-1.5) = 68.95$$

$$h = 2 \Rightarrow \hat{Y}_{2019} = \hat{Y}_{2017}(2) = 50 + 0.5\hat{Y}_{2017}(1) = 50 + 0.5 \times (68.95) = 84.475$$

$$h = 3 \Rightarrow \hat{Y}_{2020} = \hat{Y}_{2017}(3) = 50 + 0.5\hat{Y}_{2017}(2) = 50 + 0.5 \times (84.475) = 92.237$$

$$h = 4 \Rightarrow \hat{Y}_{2021} = \hat{Y}_{2017}(4) = 50 + 0.5\hat{Y}_{2017}(3) = 50 + 0.5 \times (92.237) = 96.118$$

$$h = 5 \Rightarrow \hat{Y}_{2022} = \hat{Y}_{2017}(5) = 50 + 0.5\hat{Y}_{2017}(4) = 50 + 0.5 \times (96.118) = 98.059$$

$$h = 6 \Rightarrow \hat{Y}_{2023} = \hat{Y}_{2017}(6) = 50 + 0.5\hat{Y}_{2017}(5) = 50 + 0.5 \times (98.059) = 99.029$$

$$h = 7 \Rightarrow \hat{Y}_{2024} = \hat{Y}_{2017}(7) = 50 + 0.5\hat{Y}_{2017}(6) = 50 + 0.5 \times (99.029) = 99.029$$

$$h = 8 \Rightarrow \hat{Y}_{2025} = \hat{Y}_{2017}(8) = 50 + 0.5\hat{Y}_{2017}(7) = 50 + 0.5 \times (99.029) = 99.757$$

نلاحظ من هذا المثال أن في السلاسل المستقرة القيم المتنبأ بها تتزايد مع تزايد قيم أفق التنبؤ و تتقارب نحو متوسط السلسلة في هذا المثال متوسط السلسلة هو 100، و بصفة عامة تختلف سرعة التقارب نحو المتوسط على حسب نوع النموذج، ففي نماذج المتوسطات المتحركة تكون سرعة التقارب اكبر من غيرها لأنها تفقد اكبر كم من المعلومات مع تزايد أفق التنبؤ.

و بصفة عامة في حالة النماذج المختلطة  $ARMA(p, q)$  يفترض بوكس و جنكينز انه بغرض التنبؤ

بقيم مستقبلية ضمن هذا النوع من النماذج فانه يجب تحويلها لصددمات عشوائية، و نكتب:

$$\phi_p(L) (Y_t - \mu) = \theta_q(L) \zeta_t$$

$$\zeta_t \rightarrow BBN \left(0, \sigma_{\zeta}^2\right) \quad , \quad \mu = E(Y_t) \quad \text{حيث أن:}$$

$$Y_t = \mu + \frac{\theta_q(L)}{\phi_p(L)} \zeta_t \quad \text{فإذا كان النموذج قابل للقلب يمكننا أن نكتب:}$$

$$Y_t = \mu + \psi(L) \zeta_t \quad \text{و يمكننا أن نكتب كذلك:}$$

$$\psi(L) = 1 + \psi_1 L^1 + \psi_2 L^2 + \dots \quad \text{حيث أن:}$$

$$Y_t = \mu + \zeta_t + \psi_1 \zeta_{t-1} + \psi_2 \zeta_{t-2} + \dots \quad \text{يكون:}$$

$$Y_t = \mu + \zeta_t + \sum_{j \geq 1} \psi_j \zeta_{t-j} \quad \text{أي أن:}$$

$$Y_T = \mu + \zeta_T + \sum_{j \geq 1} \psi_j \zeta_{T-j} \quad \text{تكون قيمة السلسلة عند آخر مشاهدة هي:}$$

و قيمة السلسلة في الزمن المستقبلي  $T+h$  هي:

$$Y_{T+h} = \mu + \zeta_{T+h} + \sum_{j \geq 1} \psi_j \zeta_{T+h-j}$$

و كما نعلم مسبقاً ان القيمة المستقبلية غير معلومة و لا يمكننا مشاهدتها، بل نتنبأ بالقيمة  $\hat{Y}_{T+h}$  و هي:

$$\hat{Y}_{T+h} = \hat{Y}_T(h) = E[Y_{T+h} / I_T] = \mu + \psi_h \zeta_T + \psi_{h+1} \zeta_{T-1} + \psi_{h+2} \zeta_{T-2} + \dots$$

## 2.4. مجال التوقع

بعدما نقوم بحساب القيم المراد التنبؤ بها نبحث الآن عن مجالات تغير لهذه القيم المتنبأ بها، و بغرض إيجاد مجالات للتنبؤ نقوم في البداية بإيجاد الانحراف المعياري لخطأ التوقع ثم نقوم بإنشاء مجال التوقع .

و خطأ التنبؤ للأفق  $h$  هو الفرق بين القيمة الحقيقية  $Y_{T+h}$  و القيمة المتنبأ بها  $\hat{Y}_{T+h}$ :

$$e_{T+h} = Y_{T+h} - \hat{Y}_{T+h}$$

$$e_T(h) = Y_{T+h} - \hat{Y}_T(h)$$

لدينا:

$$Y_{T+h} = \mu + \zeta_{T+h} + \psi_1 \zeta_{T+h-1} + \psi_2 \zeta_{T+h-2} + \dots + \psi_h \zeta_T + \psi_{h+1} \zeta_{T-1} + \dots$$

$$\hat{Y}_{T+h} = \hat{Y}_T(h) = E[Y_{T+h} / I_T] = \mu + \psi_h \zeta_T + \psi_{h+1} \zeta_{T-1} + \psi_{h+2} \zeta_{T-2} + \dots$$

يكون:

$$e_T(h) = \zeta_{T+h} + \psi_1 \zeta_{T+h-1} + \psi_2 \zeta_{T+h-2} + \dots + \psi_{h-1} \zeta_{T+1}$$

$$e_T(h) = \zeta_{T+h} + \sum_{i=1}^{h-1} \psi_i \zeta_{T+h-i}$$

$$E[e_T(h) / I_T] = 0$$

يكون أمل خطأ التنبؤ هو:

$$\text{Var}[e_T(h)] = E[e_T(h) - E(e_T(h) / I_T)]^2 = E[e_T(h)]^2 \quad \text{أما تباين خطأ التنبؤ فهو:}$$

$$\text{Var}[e_T(h)] = E \left[ \zeta_{T+h} + \sum_{i=1}^{h-1} \psi_i \zeta_{T+h-i} \right]^2 = \sigma_\zeta^2 \times \left( 1 + \sum_{i=1}^{h-1} \psi_i^2 \right)$$

و مقدر تباين خطأ التنبؤ هو:

$$\hat{\text{Var}}[e_T(h)] = \sigma_\zeta^2 \times \left( 1 + \sum_{i=1}^{h-1} \psi_i^2 \right)$$

و على أساس أن أخطاء النموذج تتوزع حسب التوزيع الطبيعي فان كذلك أخطاء التنبؤ تخضع لنفس التوزيع الطبيعي، و بمستوى معنوية قدره  $\alpha = 5\%$  يكون مجال التوقع للأفق  $h$  يعطى بالعلاقة التالية:

$$\left[ \hat{Y}_T(h) \pm 1.96 \times \sigma_{\zeta} \times \sqrt{1 + \sum_{j=i}^{h-1} \psi_j^2} \right]$$

حيث أن:  $\sigma_{\zeta}^2$  يمثل تباين البواقي حسب طريقة المعقولة العظمى و هو  $\sigma_{\zeta}^2 = \frac{\sum_{t=1}^n e_t^2}{n}$

### 3.4. معايير قياس جودة التوقع

بعد القيام بعملية التوقع نعمل في هذه المرحلة على تقييم جودة القيم المتنبأ بها، و هناك بعض المعايير التي تساعدنا في ذلك وهي مهمة جداً في حالة المقارنة بين عدة نماذج للتنبؤ تساعدنا هذه المعايير على المفاضلة بينها، و من أهم معايير قياس جودة التوقع نذكر:

➤ معيار متوسط القيمة المطلقة لخطأ التنبؤ (Mean Absolute Errors):

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_t |e_t(h)|$$

➤ معيار متوسط مربع خطأ التنبؤ (Mean Squared Errors):

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_t (e_t(h))^2$$

➤ معيار جذر متوسط مربع خطأ التنبؤ (Root Mean Squared Errors):

$$RMSE = \sqrt{MSE}$$

➤ معيار تايل (Theil):

$$U = \frac{\sqrt{\sum_{i=2}^n \left( \frac{Y_i - \hat{Y}_i}{Y_{i-1}} \right)^2}}{\sqrt{\sum_{i=2}^n \left( \frac{Y_i - Y_{i-1}}{Y_{i-1}} \right)^2}}$$

حيث أن:  $\hat{Y}_i$  تمثل القيمة المتنبأ بها و  $0 < U < 1$

و كلما كانت قيمة معيار تايل (Theil) قريبة من الصفر يعبر ذلك عن جودة القيم المتنبأ بها، أما في الحالة العكسية أي لما تكون قيمة هذا المعيار قريبة من الواحد فان ذلك يدل على فشل عملية التنبؤ. و عموماً فان هذا المعيار يعبر عن نسبة الخطأ في عملية التنبؤ.

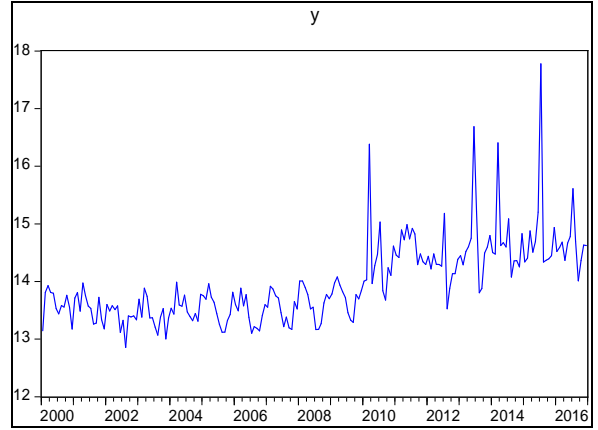
### سلسلة التمارين (5)

بغرض نمذجة حجم مبيعات (الوحدة بالمليون دينار) لإحدى الشركة المتخصصة في إنتاج الأدوات الكهرومنزلية خلال الفترة من شهر جانفي لعام 2000 إلى غاية شهر ديسمبر 2016، نعتد على منهجية بوكس جينكينز لتحليل السلاسل الزمنية (Box et Jenkins) و نسجل المراحل التالية:

**الفرع (1): اختبار إمكانية وجود المركبة الفصلية ضمن السلسلة المدروسة**

بهدف اختبار إمكانية وجود المركبة الفصلية ضمن السلسلة المدروسة نقترح العنصرين التاليين:

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.651	0.651	87.611	0.000
		2	0.569	0.252	154.93	0.000
		3	0.553	0.207	218.83	0.000
		4	0.553	0.177	283.02	0.000
		5	0.514	0.073	338.88	0.000
		6	0.466	0.011	384.89	0.000
		7	0.461	0.062	430.31	0.000
		8	0.479	0.101	479.52	0.000
		9	0.546	0.220	543.82	0.000
		10	0.500	0.028	597.96	0.000
		11	0.568	0.218	668.15	0.000
		12	0.670	0.325	766.47	0.000
		13	0.554	-0.096	834.02	0.000
		14	0.501	-0.062	889.50	0.000
		15	0.482	-0.037	941.16	0.000
		16	0.501	0.019	997.36	0.000
		17	0.428	-0.108	1038.4	0.000
		18	0.367	-0.121	1068.8	0.000
		19	0.359	-0.020	1098.0	0.000
		20	0.397	0.005	1134.1	0.000
		21	0.403	-0.084	1171.4	0.000
		22	0.381	-0.003	1205.0	0.000
		23	0.427	0.033	1247.4	0.000
		24	0.527	0.168	1312.3	0.000



1. اشرح الشكلين السابقين مع تقديم بعض النتائج المهمة فيما يتعلق بمركبات السلسلة المدروسة. و من اجل تأكيد أو نفي النتائج السابقة نقدم النتائج الإحصائية التالية:

$$\sigma_t = -4.05 + 0.31 \bar{Y}_t + e_t$$

$$S_R = 27.31 \quad ; \quad S_A = 58.82 \quad ; \quad S_P = 9.66 \quad ; \quad (-4.35) (4.77)$$

حيث أن: (•) تمثل إحصائية اختبار ستيودنت،  $\sigma_t, \bar{Y}_t$  المتوسط و الانحراف المعياري السنوي على التوالي للسلسلة المدروسة.

2. على ضوء هذه النتائج اختبر إمكانية وجود المركبة الفصلية و مركبة الاتجاه العام ضمن السلسلة المدروسة و حدد نوع نموذج المركبات.

**الفرع (2): دراسة استقرارية السلسلة المدروسة بعد نزع المركبة الفصلية**

بعد التأكد من وجود المركبة الفصلية قمنا بنزعها من السلسلة باستعمال طريقة المتوسطات المتحركة و نسمي السلسلة عندئذ  $Y_{SVS}$ ، و نعمل على دراسة استقرارية السلسلة و من اجل ذلك نقترح النتائج التالية:

LogMV	SCH	AIC	المعيار قيمة التأخير
-106.475	1.127	1.078	0
-87.224	1.291	1.054	11
-90.245	1.364	1.107	12



الارتباط الذاتي لبواقي نموذج 3 مع  
تأخير قدره P=11

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	0.003	0.003	0.0018	0.966	
2	0.007	0.007	0.0102	0.995	
3	-0.003	-0.003	0.0122	1.000	
4	-0.014	-0.014	0.0497	1.000	
5	-0.005	-0.005	0.0540	1.000	
6	0.015	0.015	0.0975	1.000	
7	-0.004	-0.004	0.1004	1.000	
8	-0.017	-0.017	0.1561	1.000	
9	0.020	0.020	0.2380	1.000	
10	0.025	0.025	0.3610	1.000	
11	-0.016	-0.017	0.4170	1.000	
12	-0.033	-0.034	0.6472	1.000	
13	-0.026	-0.025	0.7913	1.000	
14	-0.061	-0.060	1.5790	1.000	
15	-0.015	-0.016	1.6268	1.000	
16	0.073	0.072	2.7402	1.000	
17	0.017	0.017	2.8005	1.000	
18	-0.051	-0.053	3.3557	1.000	
19	-0.029	-0.031	3.5357	1.000	
20	0.003	0.007	3.5380	1.000	
21	-0.057	-0.055	4.2401	1.000	
22	-0.049	-0.054	4.7759	1.000	
23	-0.048	-0.046	5.2795	1.000	
24	0.039	0.046	5.6189	1.000	

الارتباط الذاتي لبواقي نموذج 3  
مع تأخير قدره P=0

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	-0.040	-0.040	0.3298	0.566	
2	0.070	0.069	1.3528	0.508	
3	0.070	0.076	2.3641	0.500	
4	0.114	0.117	5.1036	0.277	
5	0.142	0.146	9.3229	0.097	
6	0.063	0.062	10.163	0.118	
7	0.079	0.056	11.479	0.119	
8	-0.015	-0.048	11.524	0.174	
9	0.196	0.150	19.729	0.020	
10	-0.047	-0.069	20.206	0.027	
11	0.110	0.065	22.835	0.019	
12	0.200	0.194	31.562	0.002	
13	0.067	0.063	32.550	0.002	
14	0.037	-0.012	32.857	0.003	
15	0.008	-0.036	32.871	0.005	
16	0.148	0.072	37.720	0.002	
17	0.036	-0.004	38.017	0.002	
18	0.016	-0.075	38.072	0.004	
19	-0.004	-0.018	38.076	0.006	
20	0.072	0.037	39.254	0.006	
21	0.018	-0.055	39.331	0.009	
22	-0.047	-0.076	39.832	0.011	
23	0.016	-0.028	39.893	0.016	
24	0.054	0.025	40.560	0.019	

دالة الارتباط الذاتي للسلسلة  
Y<sub>svs</sub>

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC
1	0.698	0.698	
2	0.639	0.295	
3	0.622	0.218	
4	0.637	0.220	
5	0.635	0.164	
6	0.594	0.043	
7	0.577	0.049	
8	0.558	0.019	
9	0.612	0.177	
10	0.561	-0.023	
11	0.609	0.179	
12	0.636	0.172	
13	0.585	-0.027	
14	0.557	-0.039	
15	0.541	-0.025	
16	0.576	0.062	
17	0.538	-0.050	
18	0.486	-0.124	
19	0.466	-0.022	
20	0.480	-0.010	
21	0.457	-0.100	
22	0.436	-0.038	
23	0.459	0.045	
24	0.486	0.095	

1. هل تما التخلص من المركبة الفصلية؟

2. ما هو التأخير الأمثل لاختبار استقرارية السلسلة Y<sub>svs</sub> ؟

3. ما هو الاختبار الذي نستعمله DF أو ADF ؟

4. على أساس النتيجتين أعلاه، هل يمكن اعتبار التأخير المستعمل كافي لحل مشاكل نماذج جذر الوحدة؟

اشرح ذلك.

من اجل اختبار استقرارية السلسلة Y<sub>svs</sub> نستعمل اختبار ADF و نتائج تقدير نماذج جذر الوحدة هي:

Null Hypothesis: D(YSVS) has a unit root Exogenous: None Lag Length: 10 (Automatic - based on AIC, maxlag=14)				
	t-Statistic	Prob.*		
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-7.935292	0.0000		
Test critical values:	1% level	-2.577062		
	5% level	-1.942491		
	10% level	-1.615600		
*Mackinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(YSVS,2) Method: Least Squares Date: 11/20/17 Time: 22:20 Sample (adjusted): 2001M01 2016M12 Included observations: 192 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(YSVS(-1))	-5.723521	0.721274	-7.935292	0.0000
D(YSVS(-1),2)	4.007290	0.689279	5.813738	0.0000
D(YSVS(-2),2)	3.363331	0.644174	5.221154	0.0000
D(YSVS(-3),2)	2.768947	0.584994	4.733289	0.0000
D(YSVS(-4),2)	2.290110	0.520846	4.396903	0.0000
D(YSVS(-5),2)	1.923000	0.451770	4.256589	0.0000
D(YSVS(-6),2)	1.554854	0.378808	4.104592	0.0001
D(YSVS(-7),2)	1.196165	0.300288	3.983390	0.0001
D(YSVS(-8),2)	0.781449	0.220404	3.545525	0.0005
D(YSVS(-9),2)	0.537016	0.142866	3.758886	0.0002
D(YSVS(-10),2)	0.205081	0.072996	2.809493	0.0055

Null Hypothesis: D(YSVS) has a unit root Exogenous: Constant, Linear Trend Lag Length: 10 (Automatic - based on AIC, maxlag=14)				
	t-Statistic	Prob.*		
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-8.017612	0.0000		
Test critical values:	1% level	-4.006566		
	5% level	-3.433401		
	10% level	-3.140550		
*Mackinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(YSVS,2) Method: Least Squares Date: 11/20/17 Time: 22:18 Sample (adjusted): 2001M01 2016M12 Included observations: 192 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(YSVS(-1))	-5.862494	0.731202	-8.017612	0.0000
D(YSVS(-1),2)	4.139327	0.698662	5.924647	0.0000
D(YSVS(-2),2)	3.485123	0.652728	5.339318	0.0000
D(YSVS(-3),2)	2.876828	0.592415	4.856103	0.0000
D(YSVS(-4),2)	2.381379	0.526874	4.519829	0.0000
D(YSVS(-5),2)	1.996352	0.456347	4.374636	0.0000
D(YSVS(-6),2)	1.611384	0.382134	4.216806	0.0000
D(YSVS(-7),2)	1.236786	0.302532	4.088122	0.0001
D(YSVS(-8),2)	0.808184	0.221791	3.643903	0.0004
D(YSVS(-9),2)	0.551858	0.143579	3.843587	0.0002
D(YSVS(-10),2)	0.221045	0.073262	2.880679	0.0045
C	-0.000800	0.063206	-0.012659	0.9899
@TREND("2000M01")	0.000303	0.000525	0.576967	0.5647

Null Hypothesis: YSVS has a unit root Exogenous: Constant, Linear Trend Lag Length: 11 (Fixed)				
	t-Statistic	Prob.*		
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-2.416627	0.3698		
Test critical values:	1% level	-4.006566		
	5% level	-3.433401		
	10% level	-3.140550		
*Mackinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(YSVS) Method: Least Squares Date: 11/20/17 Time: 22:14 Sample (adjusted): 2001M01 2016M12 Included observations: 192 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
YSVS(-1)	-0.301378	0.124710	-2.416627	0.0167
D(YSVS(-1))	-0.459871	0.130577	-3.521839	0.0005
D(YSVS(-2))	-0.422343	0.128756	-3.280184	0.0012
D(YSVS(-3))	-0.402613	0.128827	-3.125210	0.0021
D(YSVS(-4))	-0.318109	0.125792	-2.528844	0.0123
D(YSVS(-5))	-0.228448	0.123200	-1.854287	0.0654
D(YSVS(-6))	-0.246409	0.119992	-2.053543	0.0415
D(YSVS(-7))	-0.255324	0.116705	-2.187779	0.0300
D(YSVS(-8))	-0.330049	0.110968	-2.974274	0.0033
D(YSVS(-9))	-0.182637	0.102635	-1.779490	0.0769
D(YSVS(-10))	-0.288680	0.089763	-3.216026	0.0015
D(YSVS(-11))	-0.183028	0.073215	-2.499869	0.0133
C	3.927315	1.626650	2.414358	0.0168
@TREND("2000M01")	0.002887	0.001188	2.429995	0.0161

5. بتطبيق منهجية ديكي فولر اختبر استقرارية السلسلة  $Y_{svs}$  ؟

6. حدد درجة تكامل السلسلة  $Y_{svs}$ .

الفرع (3): نمذجة السلسلة منزوعة المركبة الفصلية

حتى تتمكن من تحديد النموذج الأكثر ملائمة لبيانات عينة الدراسة نقترح العناصر التالية:

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 -0.402	-0.402	33.277	0.000
		2 -0.074	-0.281	34.408	0.000
		3 -0.046	-0.255	34.854	0.000
		4 0.016	-0.200	34.904	0.000
		5 0.059	-0.090	35.633	0.000
		6 -0.034	-0.090	35.877	0.000
		7 0.017	-0.040	35.936	0.000
		8 -0.122	-0.191	39.103	0.000
		9 0.179	0.025	45.967	0.000
		10 -0.176	-0.186	52.611	0.000
		11 0.027	-0.194	52.772	0.000
		12 0.134	-0.004	56.676	0.000
		13 -0.031	0.014	56.892	0.000
		14 -0.033	-0.014	57.134	0.000
		15 -0.074	-0.086	58.352	0.000
		16 0.120	0.033	61.564	0.000
		17 -0.018	0.054	61.635	0.000
		18 -0.025	-0.029	61.773	0.000
		19 -0.046	-0.030	62.254	0.000
		20 0.064	0.065	63.182	0.000
		21 0.001	0.022	63.182	0.000
		22 -0.080	-0.054	64.666	0.000
		23 -0.012	-0.105	64.699	0.000
		24 -0.006	-0.147	64.708	0.000

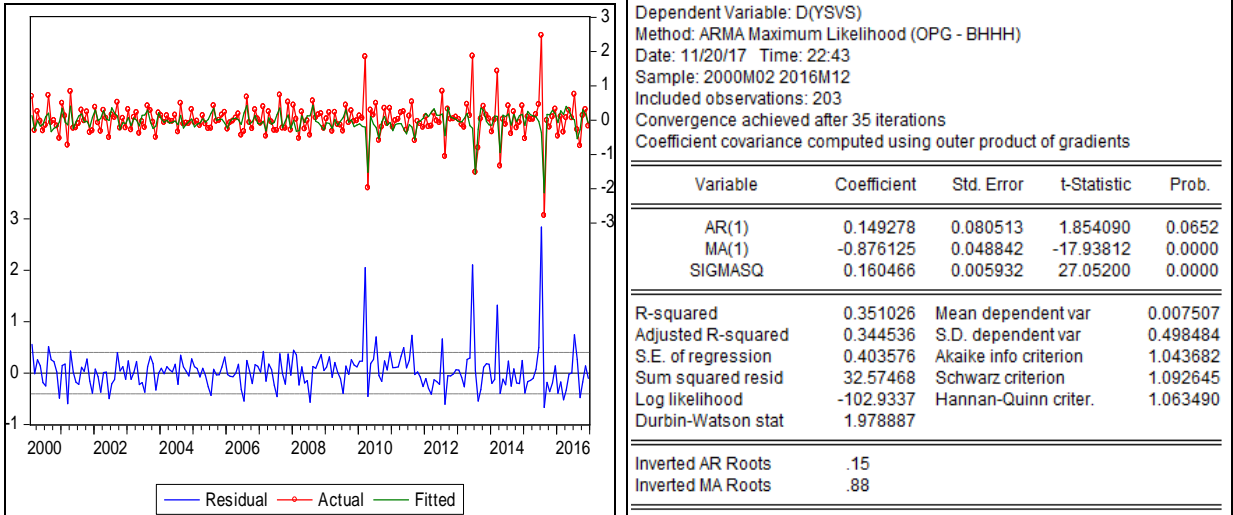
LogMV	HQ	SCH	AIC	المعيار النموذج
-103.731	1.071	1.100	1.051	Ma(1)
-102.933	1.063	1.092	1.043	ARMA(1,1)

1. اقترح مجموعة من النماذج الممكنة لعينة الدراسة؛

2. ما هو النموذج الذي تراه أكثر ملائمة لعينة الدراسة؟ برر إجابتك؛

الفرع (4): تقييم النموذج المعتمد لبيانات عينة الدراسة

بغرض اختبار صلاحية النموذج الذي تم اختياره نقترح في البداية العناصر التالية:



1. اختبر المعنوية الفردية للمعالم و المعنوية الكلية للنموذج؛

2. علق على القدرة التفسيرية للنموذج؛

3. اكتب نتيجة التقدير على شكل معادلة خطية؛

4. ادرس استقرارية النموذج و قابليته للقلب.

و بهدف دراسة مدى توافق بواقي النموذج مع الفرضيات الأساسية للنموذج نقتراح:

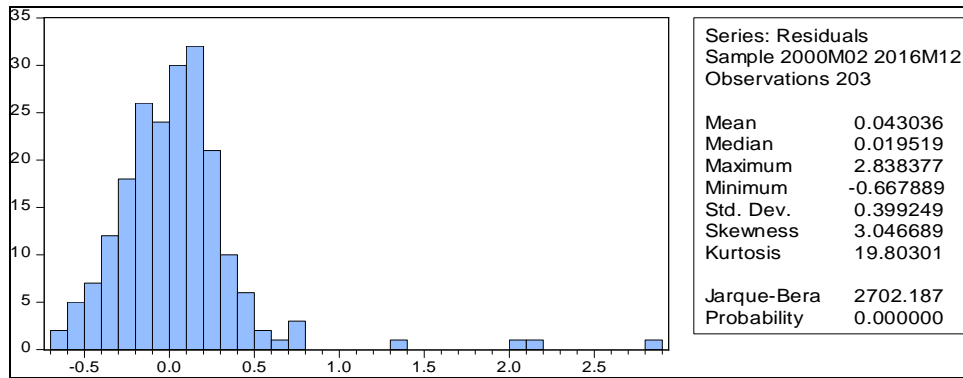
Correlogramme مربعات البواقي

Correlogramme البواقي

Heteroskedasticity Test: ARCH				
F-statistic	0.103063	Prob. F(3,196)	0.9582	
Obs*R-squared	0.315003	Prob. Chi-Square(3)	0.9572	
Test Equation:				
Dependent Variable: RESID^2				
Method: Least Squares				
Date: 11/20/17 Time: 23:13				
Sample (adjusted): 2000M05 2016M12				
Included observations: 200 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.162065	0.054877	2.953259	0.0035
RESID^2(-1)	0.029948	0.071424	0.419304	0.6755
RESID^2(-2)	-0.019948	0.071438	-0.279238	0.7804
RESID^2(-3)	-0.016630	0.071419	-0.232852	0.8161
R-squared	0.001575	Mean dependent var	0.160976	
Adjusted R-squared	-0.013707	S.D. dependent var	0.719218	
S.E. of regression	0.724131	Akaike info criterion	2.212108	
Sum squared resid	102.7756	Schwarz criterion	2.278074	
Log likelihood	-217.2108	Hannan-Quinn criter.	2.238803	
F-statistic	0.103063	Durbin-Watson stat	2.000267	
Prob(F-statistic)	0.958188			

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 0.030	0.030	0.1802	0.671
		2 -0.020	-0.021	0.2603	0.878
		3 -0.018	-0.017	0.3262	0.955
		4 -0.014	-0.013	0.3661	0.985
		5 -0.032	-0.032	0.5868	0.989
		6 -0.013	-0.012	0.6214	0.996
		7 -0.023	-0.024	0.7302	0.998
		8 -0.009	-0.009	0.7460	0.999
		9 0.053	0.051	1.3417	0.998
		10 -0.015	-0.021	1.3898	0.999
		11 -0.011	-0.009	1.4147	1.000
		12 0.017	0.017	1.4771	1.000
		13 -0.015	-0.017	1.5283	1.000
		14 -0.009	-0.005	1.5447	1.000
		15 -0.014	-0.014	1.5892	1.000
		16 0.108	0.111	4.2084	0.998
		17 -0.007	-0.014	4.2181	0.999
		18 -0.020	-0.020	4.3091	1.000
		19 -0.011	-0.005	4.3384	1.000
		20 -0.004	-0.002	4.3415	1.000
		21 -0.023	-0.021	4.4616	1.000
		22 0.006	0.010	4.4701	1.000
		23 0.000	0.003	4.4701	1.000
		24 0.003	0.004	4.4718	1.000

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 -0.005	-0.005	0.0061	
		2 -0.033	-0.033	0.2374	
		3 -0.046	-0.047	0.6873	0.407
		4 0.007	0.005	0.6988	0.706
		5 0.036	0.033	0.9706	0.808
		6 -0.043	-0.044	1.3602	0.851
		7 -0.040	-0.038	1.7020	0.889
		8 -0.111	-0.112	4.3384	0.631
		9 0.088	0.081	6.0113	0.538
		10 -0.118	-0.132	9.0243	0.340
		11 0.047	0.049	9.4989	0.393
		12 0.155	0.160	14.767	0.141
		13 0.022	0.017	14.876	0.188
		14 -0.030	-0.033	15.069	0.238
		15 -0.046	-0.025	15.538	0.275
		16 0.093	0.077	17.449	0.233
		17 -0.012	-0.019	17.483	0.291
		18 -0.048	-0.072	18.009	0.323
		19 -0.064	-0.007	18.944	0.332
		20 0.011	0.024	18.974	0.393
		21 -0.041	-0.080	19.358	0.434
		22 -0.105	-0.086	21.869	0.348
		23 -0.027	-0.028	22.037	0.397
		24 0.050	0.035	22.630	0.423



5. هل بواقي النموذج تشويش ابيض؟

6. اختبر ثبات تباين البواقي؛

7. هل بواقي النموذج تخضع للتوزيع الطبيعي؟

8. هل يمكنك اعتبار النموذج المعتمد قابل للتنبؤ؟

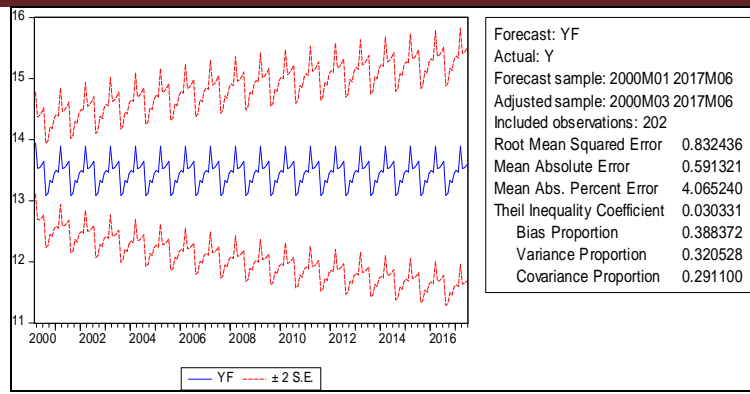
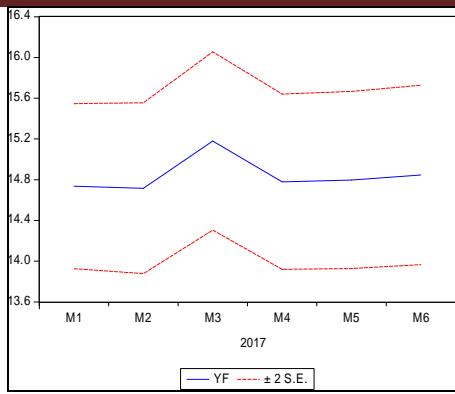
الفرع (5): التنبؤ بالقيم المستقبلية لسلسلة المبيعات خلال السداسي الأول لسنة 2017

بعد اعتبار أن النموذج قابل للتنبؤ قمنا بتوقع حجم مبيعات هذه الشركة لسداسي الأول لسنة 2017 و

سجلنا النتائج التالية:

الوحدة بالمليون دينار

الأشهر من سنة 2017	جانفي	فيفري	مارس	افريل	ماي	جون
القيمة المتنبأ بها	14.736	14.716	15.180	14.779	14.796	14.846



1. اشرح كيفية حساب القيم المتوقعة لحجم المبيعات Y؛

2. ادرس جودة القيم المنتبأ بها.

### تصحيح سلسلة التمارين (5)

الفرع (1): اختبار إمكانية وجود المركبة الفصلية ضمن السلسلة المدروسة

1. شرح الشكلين السابقين مع تقديم بعض النتائج المهمة فيما يتعلق بمركبات السلسلة المدروسة

• فيما يتعلق بالتطور التاريخي لسلسلة حجم مبيعات الشركة الكهرومنزلية، نلاحظ وجود تغيرات موسمية في كل سنة خلال كل فترة الدراسة من شهر جانفي لعام 2000 إلى غاية شهر ديسمبر 2016 غير أن الاتجاه العام للسلسلة في السنوات الأولى لدراسة من سنة 2000 إلى غاية 2010 يبقى مستقر إي خلال هذه الفترة تحافظ السلسلة على متوسطها السنوي، أما في الفترة الموالية أي بعد سنة 2010 يبدأ متوسط السلسلة في التزايد عبر الزمن كما أن السلسلة تخضع لاضطرابات كبيرة مما يؤدي إلى عدم ثبات التباين خلال هذه الفترة. و عليه فان هذا التحليل يوحي لنا بوجود المركبتين الفصلية و الاتجاه العام ضمن السلسلة و هذا مؤشر على عدم استقراريتها.

• أما تحليل دالة الارتباط الذاتي البسيطة للسلسلة المدروسة يوحي بوجود مركبة الاتجاه العام و بالتالي عدم استقرارية السلسلة، أما فيما يخص المركبة الموسمية فان تحليل دالة الارتباط الذاتي البسيطة لا تظهر وجود المركبة الموسمية بوضوح بسبب إطفاء مركبة الاتجاه العام على ذلك، غير أن استعمال دالة الارتباط الذاتي الجزئي يوضح بيانياً وجود المركبة الموسمية بشكل لا يدع مجال للشك حيث أن الارتباطات الجزئية عند تأخيرات قدرها 12 و 24 تقع خارج مجال الثقة فهي ذات معنوية إحصائية مقبولة و تختلف عن الصفر.

و من اجل تأكيد أو نفي النتائج السابقة نقدم النتائج الإحصائية التالية:

$$\sigma_t = -4.05 + 0.31 \bar{Y}_t + e_t$$

$$S_R = 27.31 \quad ; \quad S_A = 58.82 \quad ; \quad S_p = 9.66 \quad ; \quad (-4.35) \quad (4.77)$$

حيث أن: (•) تمثل إحصائية اختبار ستيودنت،  $\sigma_t, \bar{Y}_t$  المتوسط و الانحراف المعياري السنوي على التوالي للسلسلة المدروسة.

2. على ضوء هذه النتائج نختبر إمكانية وجود المركبة الفصلية و مركبة الاتجاه العام ضمن السلسلة

المدروسة و نحدد نوع نموذج المركبات

بغرض الكشف عن مركبات السلسلة المدروسة نستعمل اختبار تحليل التباين، و اختبار إمكانية وجود

المركبة الفصلية ضمن السلسلة المدروسة يعتمد على الفرضية المعدومة:

عدم وجود المركبة الفصلية ضمن السلسلة المدروسة :  $H_0$

$$F_c = \frac{V_p}{V_R} \rightarrow F[(P-1), (P-1)(N-1)] \quad \text{و الإحصائية المحسوبة لهذا الاختبار هي:}$$

$$F_C = \frac{V_p}{V_R} = 5.5 \quad ; \quad V_p = \frac{S_p}{(p-1)} = 0.88 \quad ; \quad V_R = \frac{S_R}{(p-1)(N-1)} = 0.16$$

$$F_c = 5.5 > F_{tab}^{0.05}(11, 176) = 1.75$$

و عليه نرفض الفرضية  $H_0$  و بمستوي معنوية 5% و نقر بوجود المركبة الفصلية ضمن السلسلة المدروسة

### اختبار إمكانية وجود مركبة الاتجاه العام ضمن السلسلة المدروسة

بالاعتماد على نفس الاختبار السابق، فإن اختبار إمكانية وجود مركبة الاتجاه العام ضمن السلسلة المدروسة يعتمد على الفرضية المعدومة:

عدم وجود مركبة الاتجاه العام ضمن السلسلة المدروسة :  $H_0$

و الإحصائية المحسوبة لهذا الاختبار هي:

$$F_c = \frac{V_A}{V_R} \rightarrow F[(N-1), (P-1)(N-1)]$$

$$V_A = \frac{S_A}{(N-1)} = 3.68 ; F_c = \frac{V_P}{V_R} = 23$$

$$F_c = 23 > F_{tab}^{0.05}(16, 176) = 1.67$$

و عليه نرفض الفرضية  $H_0$  و بمستوي معنوية 5% و نقر بوجود مركبة الاتجاه العام ضمن السلسلة المدروسة.

### باستعمال اختبار (Buys - Ballot) نحدد نوع نموذج المركبات:

يعتمد اختبار (Buys - Ballot) على فكرة انه إذا كان الانحراف المعياري للسلسلة يرتبط بالمتوسط الحسابي للسلسلة خلال زمن الدراسة يكون نموذج المركبات من نوع الجداء:  $S*T$ ، أما إذا كان الانحراف المعياري مستقل عن المتوسط يعني هذا أن نموذج المركبات من نوع الجمع:  $S+T$ ، و عليه يكون نموذج على النحو

$$\sigma_i = a_0 + a_1 \bar{Y}_i + \varepsilon_i \quad \text{التالي:}$$

و الفرضية المعدومة لاختبار (Buys - Ballot) هي:

النموذج من نوع الجمع  $a_1 = 0$  :  $H_0$

$$t_c = \frac{\hat{a}_1}{\hat{\sigma}_{\hat{a}_1}} = 4.77 > t_{tab}^{0.05}(15) = 2.131$$

و عليه نرفض الفرضية  $H_0$  و بمستوي معنوية 5% و نقر بان النموذج من نوع الجداء.

### الفرع (2): دراسة استقرارية السلسلة المدروسة بعد نزع المركبة الفصلية

1. إن تحليل دالة الارتباط الذاتي الجزئية للسلسلة منزوعة المركبة الفصلية  $Y_{svs}$  يؤكد على انه تما التخلص من المركبة الفصلية، حيث أن الارتباط الجزئي عند التأخير قدرها 12 ذو معنوية إحصائية لكنها ضعيفة إذ انه قريب من حد مجال الثقة، أما الارتباط الجزئي عند التأخير قدرها 24 تقع داخل مجال الثقة فهي ذات معنوية إحصائية معدومة و لا تختلف عن الصفر.

2. إن التأخير الأمثل لاختبار استقرارية السلسلة  $Y_{svs}$  هو  $P=11$  لأنه عند هذا التأخير تكون قيمة المعيار AIC اقل ما يمكن و قيمة معيار لوغاريتم المعقولة العظمى أعظم ما يمكن.

3. الاختبار الذي نستعمله هو ديكي فولر المطور ADF بسبب استعمال التأخيرات في الفروق للسلسلة كمتغيرات مساعدة ضمن نماذج جذر الوحدة.

4. عند التأخير  $P=0$  فإن ملاحظة الارتباط الذاتي لبواقي نموذج 3 يؤكد على وجود بعض القيم تقع خارج مجال الثقة مما يعني أنها ذات معنوية إحصائية و هذا يدل على وجود ارتباط ذاتي لبواقي النموذج و أنها ليست تشويش ابيض، و بالتالي فإن مقدرات معالم نماذج جذر الوحدة تكون غير متحيزة و لكنها تفقد

خاصية اقل تباين و بالتالي ليست الأفضل و نتائج الاختبارات الإحصائية غير صحيحة و مغلوبة، و عليه فان نماذج جذر الوحدة في هذه الحالة غير صالحة و نتائج اختبار الاستقرار ليست مقبولة.

أما عند التأخير  $P=11$  فان ملاحظة (Correlogramme) دالة الارتباط الذاتي البسيطة و الجزئية لسلسلة بواقي النموذج 6 لاختبار ADF للسلسلة  $Y_{svs}$  يمكننا ملاحظة أن قيم كل من دالتي الارتباط الذاتي البسيطة و الجزئية تقع داخل مجال الثقة و تتناقص هذه القيم مع تزايد قيم التأخيرات مما يعني أنها ذات معنوية إحصائية معدومة و بالتالي يمكننا القول أن سلسلة بواقي النموذج 6 بدون ذاكرة فهي تمثل تشويش ابيض و بالتالي لا تحتوي على مشكل الارتباط الذاتي أي أن استعمال  $\Delta Y_{svs}_{t-j}$  كمتغيرات مساعدة ضمن نماذج هذا الاختبار مكنتنا من إصلاح الارتباط الذاتي للأخطاء و التأخيرات المستعملة  $P=11$  كانت كافية لجعل نماذج جذر الوحدة مقبولة في دراسة الاستقرار للسلسلة  $Y_{svs}$ .

### 5. بتطبيق منهجية ديكي فولر اختبار استقرارية السلسلة $Y_{svs}$

بالاعتماد على إستراتيجية ديكي فولر فإننا في البداية نختبر معامل مركبة الزمن  $b$  و على أساس نتيجة التقدير و بالاعتماد على الاحتمال المرافق لاختبار معنوية المعلمة  $b$  يمكننا رفض الفرضية المعدومة عند مستوي معنوية 1% و القول بان مركبة الزمن ذات معنوية إحصائية مقبولة، و بالتالي فان المرحلة الموالية هي اختبار إمكانية وجود جذر وحدة ( $\phi_1 = 1$ ) ضمن النموذج 3 للسلسلة المدروسة و بالاعتماد على الاحتمال المرافق لاختبار جذر وحدة يمكننا قبول الفرضية المعدومة حتى عند مستوي معنوية 10% و القول بأنه يوجد جذر وحدة ضمن السلسلة  $Y_{svs}$  و عليه فان السلسلة غير مستقرة و سبب عدم الاستقرار عشوائي (La non stationnarité Aléatoire) و السلسلة المدروسة من نوع DS مع مشتق (Differency Stationary).

### 6. تحديد درجة تكامل السلسلة $Y_{svs}$

السلسلة المدروسة  $Y_{svs}$  غير مستقرة و من نوع DS و بالتالي يمكننا اخذ الفروق من الدرجة  $d$  اللازمة و الضرورية فقط لجعل السلسلة مستقرة، و نقول عندئذ أن السلسلة متكاملة من الدرجة  $d$ ، و نكتب:

$$\nabla^d Y_{svs}_t = c + \zeta_t \rightarrow I(d)$$

وبمعانينة نتيجة تقدير النموذج 3 أو 1 لاختبار ADF للفرق الأول للسلسلة  $Y_{svs}$  يمكننا رفض الفرضية المعدومة لاختبار جذر الوحدة عند مستوي معنوية 1% و القول بأنه لا يوجد جذر وحدة ضمن الفرق الأول للسلسلة  $Y_{svs}$  و عليه فان السلسلة مستقرة و بالتالي فان السلسلة  $Y_{svs}$  متكاملة من الدرجة الأولى.

$$\Delta Y_{svs}_t \rightarrow I(1)$$

### الفرع (3): نمذجة السلسلة منزوعة المركبة الفصلية

#### 1. اقتراح مجموعة من النماذج الممكنة لعينة الدراسة

على أساس Correlogramme دالتي الارتباط الذاتي البسيطة و الجزئية للسلسلة منزوعة المركبة الفصلية و المستقرة  $DY_{svs}_t$  يمكننا أن نقترح النموذجين  $MA(1)$  و  $ARMA(1,1)$ .

## 2. النموذج الذي تراه أكثر ملائمة لعينة الدراسة مع التبرير

بالاعتماد على معايير الجودة و المفاضلة فإننا نلاحظ أن النموذج ARMA(1,1) يمنحنا اقل القيم للمعايير AIC، SCH، و HQ أما بالنسبة للمعيار لوغاريتم المعقولية العظمى فان هذا النموذج يمنحنا اكبر قيمة، و عليه يمكننا اعتبار النموذج ARMA(1,1) هو الأفضل و الأكثر ملائمة لبيانات الدراسة.

### الفرع (4): تقييم النموذج المعتمد لبيانات عينة الدراسة

#### 1. اختبار المعنوية الفردية للمعالم و المعنوية الكلية للنموذج

باستعمال الاحتمال المرافق لاختبار ستيودنت للمعنوية فان المعنوية الإحصائية لمقدرة معامل AR(1) مقبولة عند مستوي معنوية قدره 7%، أما بالنسبة لمقدرة معامل MA(1) مقبولة عند مستوي معنوية قدره 1%. أما بالنسبة للمعنوية الكلية للنموذج فان اختبار فيشر يؤكد على ان النموذج ذو معنوية كلية مقبولة.

#### 2. التعليق على القدرة التفسيرية للنموذج

عن القدرة التفسيرية للنموذج فان 35% من التغيرات الحاصلة في المتغير التابع مشروحة ضمن النموذج.

#### 3. كتابة نتيجة التقدير على شكل معادلة خطية

$$D(Y_{svs})_t = 0.149 \times D(Y_{svs})_{t-1} - 0.876 \times \zeta_{t-1} + \zeta_t$$

#### 4. دراسة استقرارية النموذج و قابليته للقلب

من خلال التمثيل أعلاه نلاحظ أن مقلوب جذر كثير الحدود AR(1) هو (0.15) أي يقع داخل الدائرة الوحديوية و بالتالي فان النموذج ARMA(1,1) مستقر، أما مقلوب جذر كثير الحدود MA(1) هو (0.88) أي يقع داخل الدائرة الوحديوية و بالتالي فان النموذج قابل للقلب.

#### 5. هل بواقي النموذج تشويش ابيض؟

نلاحظ من خلال Correlogamme دالة الارتباط الذاتي للبواقي، أن معاملات الارتباط الذاتي المحسوبة من أجل الفجوات h=24 كلها معنوياً معدومة (تقع داخل مجال الثقة) مما يعني عدم وجود ذاكرة ضمن سلسلة البواقي، و تأكيد هذه النتيجة يكون على أساس اختبار Ljung-Box والإحصائية المحسوبة لهذا الاختبار توافق القيمة الأخيرة في العمود Q-Stat. و من خلال الاحتمال المرافق لهذه الإحصائية يمكننا قبول الفرضية المعدومة بمستوى معنوية 5% و الإقرار بعدم وجود ذاكرة ضمن سلسلة بواقي النموذج و بالتالي فهي سلسلة تشويش ابيض Bruit Blanc.

#### 6. اختبار ثبات تباين البواقي

بالاعتماد على (G. Melard,1992) فان تحليل Correlogamme دالتي الارتباط الذاتي البسيطة و الجزئية لمربعات البواقي يؤكد على أنها ذات معنوية إحصائية معدومة (تقع داخل مجال الثقة) كما أن الاحتمال المرافق لإحصائية اختبار Ljung-Box يؤكد على قبول الفرضية المعدومة بمستوى معنوية 1%. و عليه فان تباين البواقي ثابت خلال فترة الدراسة.



و يمكننا كذلك تأكيد هذه النتيجة باستعمال اختبار ARCH و الذي يعتمد على الفرضية المعدومة ثبات تباين البواقي، و على أساس الاحتمال المرافق لهذا الاختبار يمكننا قبول الفرضية المعدومة و الإقرار بثبات تباين الأخطاء خلال فترة الدراسة.

#### 7. هل بواقي النموذج تخضع للتوزيع الطبيعي؟

$$\beta_1^{1/2} = \frac{\mu_3}{\mu_2^{3/2}} \quad \text{معامل التناظر و الالتواء (Skewness) هو:}$$

$$\beta_1^{1/2} \rightarrow N(0, 6/n) \quad \text{و هو يخضع للتوزيع الطبيعي:}$$

و عليه تكون إحصائية التناظر و الالتواء هي:

$$V_1 = \frac{|\beta_1^{1/2} - 0|}{\sqrt{6/n}} = \frac{|3.04 - 0|}{\sqrt{6/203}} = 17.663$$

الفرضية المعدومة لهذا الاختبار تنص على أن السلسلة متناظرة ، و نكتب:  $H_0: V_1=0$

فبمستوي معنوية 5%  $V_1 = 17.663 > 1.96$  نرفض الفرضية المعدومة أي أن سلسلة البواقي ليست متناظرة.

$$\beta_2 = \frac{\mu_4}{\mu_2^2} \quad \text{أما معامل التفلطح (Kurtosis) هو:}$$

$$\beta_2 \rightarrow N(3, 24/n) \quad \text{و هو يخضع للتوزيع الطبيعي:}$$

و عليه تكون إحصائية التفلطح هي:

$$V_2 = \frac{|\beta_2 - 3|}{\sqrt{24/n}} = \frac{|19.80 - 3|}{\sqrt{24/203}} = 48.860$$

الفرضية المعدومة لهذا الاختبار تنص على أن السلسلة متناظرة ، و نكتب:  $H_0: V_2=0$

فبمستوي معنوية 5%  $V_2 = 48.860 > 1.96$  نرفض الفرضية المعدومة أي أن سلسلة البواقي ليست مفلطحة.

#### اختبار (Jareque Bera, 1984)

يعتمد هذا الاختبار على نفس الفرضية المعدومة السابقة، و بدمج الإحصائيتين السابقتين  $V_1 \wedge V_2$

تكون الإحصائية المحسوبة لهذا الاختبار على النحو التالي:

$$S = V_1^2 + V_2^2 = \frac{n}{6}\beta_1 + \frac{n}{24}(\beta_2 - 3)^2 \rightarrow \chi^2(2)$$

فبمستوي معنوية 5%  $S = 2702.18 > \chi^2(2) = 5.99$  نرفض الفرضية المعدومة أي أن سلسلة

البواقي لا تخضع للتوزيع الطبيعي.

كما أنه من خلال نتيجة اختبار (Jareque-Bera) للتوزيع الطبيعي للبواقي و بالاعتماد على الاختبار

المشترك لفرضية التناظر و التفلطح، و على أساس الاحتمال المرافق لنتيجة هذا الاختبار فإننا نرفض

الفرضية المعدومة و المتضمنة الخضوع للتوزيع الطبيعي و هذا بمستوى معنوية 1%.

### 8. هل يمكنك اعتبار النموذج المعتمد قابل للتنبؤ؟

على أساس النتائج السابقة فان المعنوية الإحصائية للمعالم و النموذج ككل مقبولة إحصائياً و النموذج مستقر و قابل للقلب. كما أن بواقي النموذج هي تشويش ابيض ذات تباين ثابت وهذا شرط ضروري لابد منه وعليه يمكننا اعتبار النموذج قابل للتنبؤ على الرغم من إخفاقنا في اختبار التوزيع الطبيعي.

**الفرع (5): التنبؤ بالقيم المستقبلية لسلسلة المبيعات خلال السداسي الأول لسنة 2017**

بعد اعتبار أن النموذج قابل للتنبؤ قمنا بتوقع حجم مبيعات هذه الشركة لسداسي الأول لسنة 2017 و سجلنا النتائج التالية:

الوحدة بالمليون دينار

الأشهر من سنة 2017	جانفي	فيفري	مارس	افريل	ماي	جوان
القيمة المتنبأ بها	14.736	14.716	15.180	14.779	14.796	14.846

#### 1. شرح كيفية حساب القيم المتوقعة لحجم المبيعات Y

$$D(Y_{svs})_t = 0.149 \times D(Y_{svs})_{t-1} - 0.876 \times \zeta_{t-1} + \zeta_t \quad \text{لدينا المعادلة المقدره:}$$

فمثلاً نريد التوقع بحجم المبيعات لشهر جانفي لعام 2017 أي نريد حساب القيمة:  $Y_{2017,M01}$

آخر مشاهدة في السلسلة المدروسة هي:  $Y_{2016,M12}$  أي  $T=2016,M12$

فالتوقع بالقيمة الموالية أي  $T+1$  أي  $h=1$  هي:

$$D(Y_{svs})_T = 0.149 \times D(Y_{svs})_{T-1} - 0.876 \times \zeta_{T-1} + \zeta_T$$

$$D(Y_{svs})_{T+1} = 0.149 \times D(Y_{svs})_T - 0.876 \times \zeta_T + \zeta_{T+1}$$

و أساس أننا نأمل أن تكون الأخطاء المستقبلية معدومة يكون:

$$D(\hat{Y}_{svs})_{T+1} = 0.149 \times D(Y_{svs})_T - 0.876 \times e_T$$

$$D(\hat{Y}_{svs})_{2017,M01} = 0.149 \times D(Y_{svs})_{2016,M12} - 0.876 \times e_{2016,M12}$$

ولدينا:

$$D(Y_{svs})_{2016,M12} = -0.176623 \quad \wedge \quad e_{2016,M12} = -0.101809$$

نعوض في المعادلة السابقة نجد أن:

$$D(\hat{Y}_{svs})_{2017,M01} = 0.149 \times (-0.176623) - 0.876 \times (-0.101809) = 0.062868$$

$$D(Y_{svs})_t = (Y_{svs})_t - (Y_{svs})_{t-1} \quad \text{و لدينا كذلك:}$$

$$D(Y_{svs})_{2017,M01} = (Y_{svs})_{2017,M01} - (Y_{svs})_{2016,M12}$$

$$(Y_{svs})_{2017,M01} = D(Y_{svs})_{2017,M01} + (Y_{svs})_{2016,M12}$$

$$= 0.06286786 + 14.62572 = 14.688588$$

و لدينا كذلك:

$$(Y_{svs})_{2017,M01} = \frac{Y_{2017,M01}}{CS_{M01}} \Rightarrow Y_{2017,M01} = (Y_{svs})_{2017,M01} \times CS_{M01}$$

نعوض فنجد أن:

$$Y_{2017,M01} = 14.688588 \times 1.003238 = 14.736$$

## 2. دراسة جودة القيم المتنبأ بها

بغرض دراسة جودة القيم المتوقع بها نعتمد على معيار Theil حيث أننا نسجل القيمة 0.03 و قريبة من الصفر و هذا يعبر عن جودة القيم المتوقعة.

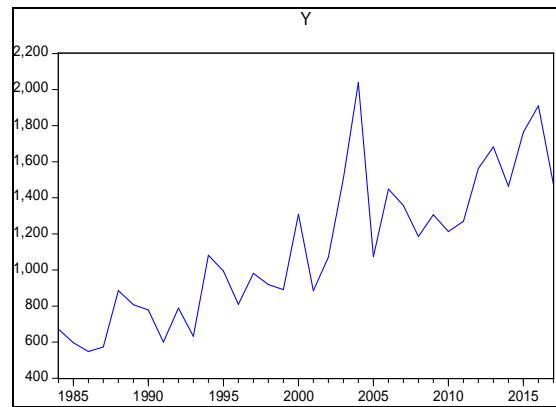
## سلسلة التمارين (6)

بغرض التنبؤ بحجم الإنتاج السنوي  $Y$  (الوحدة بالقطنطار) لإحدى المزارع المتخصصة في إنتاج الحبوب خلال الفترة من 2018 إلى غاية 2023، نعمل في البداية على بناء نموذج لإنتاج هذه المزرعة خلال الفترة من 1984 إلى 2017 و نعتد في ذلك على منهجية بوكس جينكينز (Box et Jenkins) لتحليل السلاسل الزمنية و نسجل المراحل التالية:

### الفرع (1): تحليل بيانات السلسلة و دراسة استقراريتها

يهدف تتبع تطور السلسلة المدروسة  $Y$  و تحليل مركبتها نقترح العنصرين التاليين:

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.695	0.695	17.908	0.000
		2	0.569	0.167	30.299	0.000
		3	0.526	0.160	41.214	0.000
		4	0.440	-0.007	49.123	0.000
		5	0.325	-0.094	53.583	0.000
		6	0.337	0.139	58.547	0.000
		7	0.250	-0.104	61.374	0.000
		8	0.223	0.066	63.724	0.000
		9	0.288	0.178	67.774	0.000
		10	0.174	-0.225	69.317	0.000
		11	0.085	-0.068	69.699	0.000
		12	0.144	0.127	70.848	0.000
		13	-0.015	-0.337	70.862	0.000
		14	-0.127	-0.046	71.842	0.000
		15	-0.165	-0.116	73.588	0.000
		16	-0.203	-0.033	76.394	0.000



1. اشرح الشكلين السابقين مع تقديم بعض النتائج المهمة فيما يتعلق بمركبات السلسلة المدروسة.

نعمل الآن على دراسة استقرارية السلسلة  $Y$  و تحديد درجة تكاملها، و الجدول التالي يلخص معايير

اختيار قيمة التأخير في اختبار ADF

Correlogamme DF لسلسلة بواقي النموذج الثالث في اختبار

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	-0.002	-0.002	9.E-05	0.993
		2	-0.122	-0.122	0.5518	0.759
		3	0.041	0.041	0.6151	0.893
		4	-0.079	-0.095	0.8621	0.930
		5	-0.287	-0.284	4.2670	0.512
		6	-0.032	-0.066	4.3117	0.635
		7	-0.210	-0.312	6.2749	0.508
		8	-0.132	-0.204	7.0808	0.528
		9	0.286	0.158	11.013	0.275
		10	0.042	-0.110	11.100	0.350
		11	-0.162	-0.233	12.473	0.329
		12	0.271	0.104	16.508	0.169
		13	-0.176	-0.437	18.306	0.146
		14	-0.085	-0.055	18.741	0.175
		15	0.112	-0.072	19.544	0.190
		16	0.125	0.038	20.610	0.194

HQ	Sch	AIC	المعيار قيمة التأخير
13.77	13.86	13.72	P=0
13.87	13.99	13.80	P=1
13.98	14.14	13.91	P=2
14.09	14.28	14.00	P=3
14.10	14.33	14.00	P=4

2. على ضوء هذه النتائج حدد درجة التأخير  $P$  اللازمة لإجراء هذا الاختبار؛ اشرح هذه النتيجة و حدد نوع الاختبار؟

3. من اجل تأكيد النتيجة السابقة علق على دالة الارتباط الذاتي لسلسلة بواقي النموذج الثالث في اختبار DF.

بعد تحديد نوع الاختبار نعمل على اختبار استقرارية السلسلة Y و الجدول التالي يسجل نتائج اختبار إمكانية وجود جذر وحدة ضمن السلسلة Y و DY:

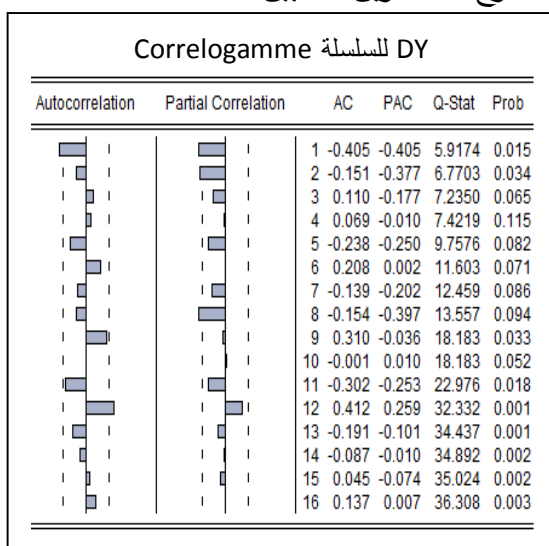
الاحتمال	الإحصائية المحسوبة	النموذج	مستوي الفرق
0.00	-5.39	3	عند المستوى Y
0.17	-2.31	2	
0.57	-0.29	1	
0.00	-8.20	3	الفرق الأول DY
0.00	-8.37	2	
0.00	-8.35	1	

4. اختبر استقرارية السلسلة Y؛

5. حدد درجة تكامل السلسلة Y.

### الفرع (2): نمذجة السلسلة المستقرة DY

حتى تتمكن من تحديد النموذج الأكثر ملائمة لبيانات عينة الدراسة نقترح العنصرين التاليين:



LogMV	HQ	Sch	AIC	المعيار النماذج المرشحة
-224.33	13.74	13.80	13.71	MA(1)
-222.90	13.58	13.61	13.56	MA(12)
-225.31	14.16	14.19	14.14	AR(1)
-216.49	14.21	14.18	14.09	AR(2)
-218.10	13.86	13.95	13.81	ARMA(1,1)
-203.34	13.35	13.45	13.31	ARMA(2,1)
-210.19	13.79	13.89	13.75	ARMA(2,12)
-212.31	13.42	13.48	13.39	ARMA(1,12)

1. اقترح مجموعة من النماذج الممكنة لبيانات عينة الدراسة مع التبرير؛

2. ما هو النموذج الذي تراه أكثر ملائمة لبيانات عينة الدراسة؟ برر إجابتك؛

3. إذا كانت السلسلة المدروسة تتبع صيرورة من نوع  $ARIMA(p,d,q)$ ، حدد قيم  $p$ ،  $d$  و  $q$ ؛

### الفرع (3): تقييم النموذج المعتمد لبيانات عينة الدراسة

بغرض اختبار صلاحية النموذج الذي تم اختياره نقترح في البداية العناصر التالية في الصفحة الموالية؛

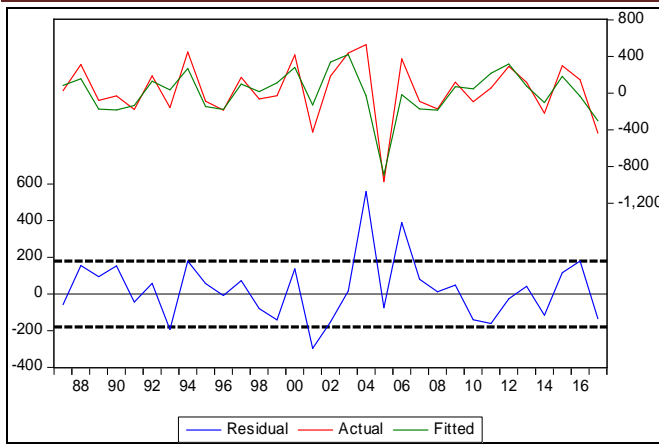
1. اختبر المعنوية الفردية للمعالم و المعنوية الكلية للنموذج؛

2. علق على القدرة التفسيرية للنموذج؛

3. اكتب نتيجة التقدير على شكل معادلة خطية؛

4. ادرس استقرارية النموذج و قابليته للقلب.

الفصل الرابع: منهجية بوكس جينكينز لتحليل السلاسل الزمنية



Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	43.47131	7.910119	5.495658	0.0000
AR(2)	-0.340126	0.176857	-1.923172	0.0647
MA(1)	-1.429445	0.225795	-6.330716	0.0000

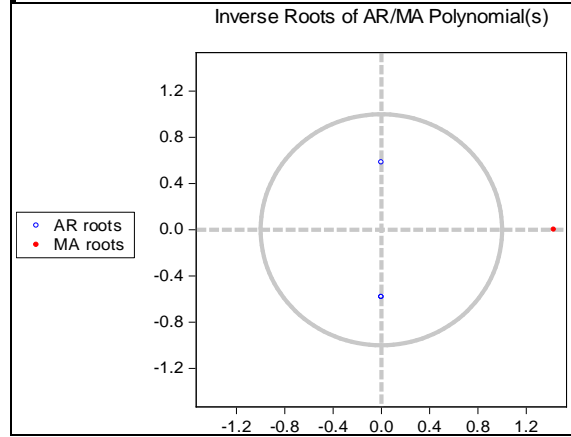
  

R-squared	0.687393	Mean dependent var	29.92677
Adjusted R-squared	0.665064	S.D. dependent var	310.5759
S.E. of regression	179.7416	Akaike info criterion	13.31268
Sum squared resid	904597.0	Schwarz criterion	13.45146
Log likelihood	-203.3466	Hannan-Quinn criter.	13.35792
F-statistic	30.78468	Durbin-Watson stat	2.127378
Prob(F-statistic)	0.000000		

Inverted AR Roots	-.00+.58i	-.00-.58i
Inverted MA Roots	1.43	

Estimated MA process is noninvertible



و بهدف دراسة مدى توافق بواقي النموذج مع الفرضيات الأساسية للنموذج نقترح:

اختبار ثبات التباين

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	21793.14	15669.38	1.390811	0.1770
RESID*2(-1)	-0.143170	0.201661	-0.709950	0.4846
RESID*2(-2)	0.300357	0.193962	1.548540	0.1346
RESID*2(-3)	0.149227	0.201158	0.741841	0.4654

R-squared	0.120160	Mean dependent var	31009.12
Adjusted R-squared	0.010180	S.D. dependent var	63620.18
S.E. of regression	63295.53	Akaike info criterion	25.08058
Sum squared resid	9.62E+10	Schwarz criterion	25.27090
Log likelihood	-347.1281	Hannan-Quinn criter.	25.13876
F-statistic	1.092562	Durbin-Watson stat	1.949664
Prob(F-statistic)	0.371334		

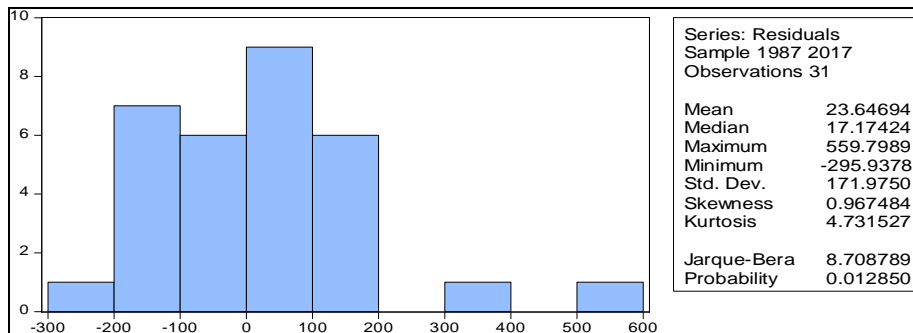
Correlogamme مربعات البواقي

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1		-0.135	-0.135	0.6248	0.429
2		0.303	0.290	3.8594	0.145
3		0.065	0.149	4.0161	0.260
4		-0.088	-0.171	4.3090	0.366
5		0.014	-0.094	4.3165	0.505
6		-0.105	-0.046	4.7701	0.574
7		-0.077	-0.055	5.0221	0.657
8		-0.155	-0.154	6.0855	0.638
9		-0.157	-0.167	7.2252	0.614
10		-0.036	0.020	7.2866	0.698
11		-0.040	0.086	7.3667	0.769
12		-0.041	-0.057	7.4565	0.826
13		-0.069	-0.186	7.7293	0.861
14		-0.034	-0.091	7.8005	0.899
15		-0.056	-0.025	8.0012	0.924
16		0.014	-0.003	8.0155	0.948
17		-0.053	-0.131	8.2197	0.962
18		0.028	-0.064	8.2795	0.974
19		-0.011	0.017	8.2903	0.984
20		0.022	0.015	8.3368	0.989

Correlogamme البواقي

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1		-0.102	-0.102	0.3564	
2		0.120	0.111	0.8674	
3		-0.059	-0.038	0.9953	0.318
4		-0.086	-0.111	1.2779	0.528
5		-0.357	-0.377	6.2842	0.099
6		-0.018	-0.094	6.2972	0.178
7		-0.187	-0.159	7.7940	0.168
8		-0.100	-0.222	8.2359	0.221
9		0.215	0.123	10.383	0.168
10		0.095	0.008	10.822	0.212
11		-0.184	-0.384	12.547	0.184
12		0.273	0.061	16.554	0.085
13		-0.239	-0.356	19.795	0.048
14		0.004	-0.132	19.796	0.071
15		0.034	0.031	19.868	0.099
16		0.158	-0.009	21.565	0.088
17		-0.087	0.020	22.115	0.105
18		0.116	-0.271	23.178	0.109
19		0.017	-0.141	23.202	0.143
20		-0.057	0.032	23.501	0.172

اختبار التوزيع الطبيعي



5. اختبار إمكانية وجود ارتباط ذاتي ضمن بواقي النموذج؟

6. اختبر ثبات تباين البواقي؛

7. هل بواقي النموذج تمثل تشويش ابيض؟

8. هل بواقي النموذج تخضع للتوزيع الطبيعي؟

9. هل يمكنك اعتبار النموذج المعتمد قابل للتنبؤ؟

الفرع (4): التنبؤ بالقيم المستقبلية لحجم الإنتاج السنوي Y خلال الفترة من 2018 إلى غاية 2023

بعد اعتبار أن النموذج صالح للتنبؤ نعمل في هذا الفرع على التنبؤ بالقيم المستقبلية لحجم الإنتاج السنوي Y خلال الفترة من 2018 إلى غاية 2023:

1. اشرح كيفية حساب القيم المتوقعة DY؛

إذا علمت أن:

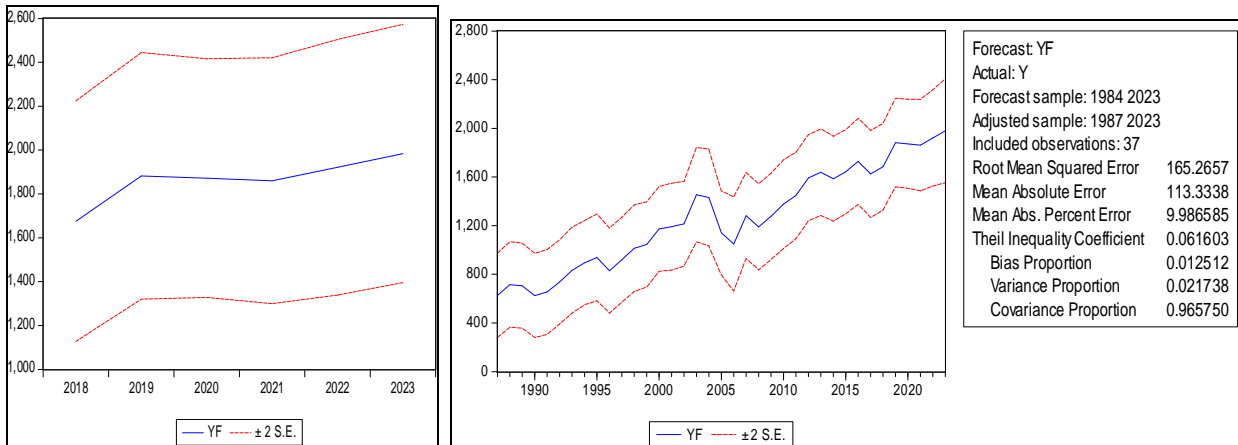
السنوات	Y <sub>2015</sub>	Y <sub>2016</sub>	Y <sub>2017</sub>	e <sub>2017</sub>	Sf <sub>2018</sub>
القيم	1764	1910	1475	-134.308	274.154

2. احسب القيم المتوقعة DY للسنوات من 2018 إلى غاية 2023؛

3. استنتج القيم المتوقعة لحجم الإنتاج السنوي Y خلال الفترة من 2018 إلى غاية 2023؛

4. على اعتبار أن أخطاء التنبؤ تخضع للتوزيع الطبيعي، اوجد مجال الثقة للقيمة المتوقعة لعام 2018؛

و من اجل التحقق من جودة القيم التي تنبأنا بها نعلم على اختبار Theil حيث أن قيم الإحصائية المحسوبة لهذا الاختبار تتراوح بين 1 و 0 و كلما كانت قيمة هذه الإحصائية قريبة من الصفر يدل ذلك على جودة التنبؤ، و نتيجة هذا الاختبار في الشكل التالي:



5. استخرج قيم معايير قياس جودة التوقع؛

6. ادرس جودة القيم المتنبأ بها.

## تصحيح سلسلة التمارين (6)

### الفرع (1): تحليل بيانات السلسلة و دراسة استقراريتها

#### 1. اشرح الشكلين السابقين مع تقديم بعض النتائج المهمة فيما يتعلق بمركبات السلسلة المدروسة

من خلال تتبعنا للتطور التاريخي للسلسلة يمكننا التأكيد على التزايد المستمر لحجم الإنتاج السنوي للحبوب Y خلال الفترة من 1984 إلى 2017، مع تسجيل ارتفاع ملحوظ في إنتاج سنة 2004 حيث بلغ القيمة 2039 قنطار. و قد يكون سبب التحسن في إنتاج المزرعة راجع لاعتماد بعض الإصلاحات الزراعية مثل استعمال الأسمدة، استعمال الآلات المتطورة في الزراعة، الرش المحوري و استعمال التكنولوجيا في الزراعة. و من جانب إحصائي فان التزايد المستمر عبر الزمن للسلسلة المدروسة Y يدل على وجود مركبة الاتجاه العام ضمن السلسلة مما يوحي بعدم استقرارية هذه السلسلة.

من خلال التمثيل البياني أعلاه لدالة الارتباط الذاتي البسيطة (Correlogramme) نلاحظ أن قيم دالة الارتباط الذاتي  $r_h$  تقع خارج مجال الثقة حتى التأخير  $h=6$  أي أنها ذات معنوية إحصائية تختلف عن الصفر غير أنها تتناقص بشكل جيبي مع ارتفاع قيم التأخيرات  $h$  و هذا يوحي بوجود مركبة الاتجاه العام ضمن السلسلة Y و بان السلسلة غير مستقرة و هذا يوافق تحليل التطور التاريخي للسلسلة.

نعمل الآن على دراسة استقرارية السلسلة Y و تحديد درجة تكاملها، و الجدول التالي يلخص معايير اختيار قيمة التأخير في ADF

#### 2. على ضوء هذه النتائج حدد درجة التأخير P اللازمة لإجراء هذا الاختبار؛ اشرح هذه النتيجة و حدد نوع الاختبار؟

على أساس قيم المعايير المستعملة للنموذج 3 أو 6 يمكننا اختيار قيمة التأخير  $P=0$  التي تمنحنا اقل

القيم للمعايير السابقة. و عليه فانه لا يوجد ارتباط ذاتي ضمن بواقي النموذج 3 و بالتالي لا نحتاج إلى استعمال  $\Delta Y_{t-j}$  كمتغيرات مساعدة ضمن نماذج جذر الوحدة لهذا الاختبار يمكنها إصلاح الارتباط الذاتي للأخطاء المحتمل، وبالتالي فان الاختبار المستعمل هو اختبار ديكي فولر البسيط DF.

#### 3. من اجل تأكيد النتيجة السابقة علق على دالة الارتباط الذاتي لسلسلة بواقي النموذج الثالث في اختبار DF.

و من اجل تأكيد هذه النتيجة فإننا نعين دالة الارتباط الذاتي لسلسلة بواقي النموذج الثالث في اختبار DF، ففي الشكل أعلاه نلاحظ أن معاملات الارتباط الذاتي المحسوبة من أجل الفجوات  $h=16$  كلها ذات معنوية احصائية معدومة (تقع داخل مجال الثقة) ماعدا الارتباط الجزئي عند تأخير  $h=13$ ، و باستعمال اختبار Ljung-Box فان الإحصائية المحسوبة لهذا الاختبار توافق القيمة الأخيرة في العمود Q-Stat. و من خلال الاحتمال المرافق لهذه الإحصائية يمكننا قبول الفرضية المعدومة بمستوى معنوية 5% و الإقرار بعدم وجود ذاكرة ضمن سلسلة البواقي أي أنها مستقلة عن بعض و لا وجود للارتباط الذاتي.



#### 4. اختبار استقرارية السلسلة Y؛

كما نعلم انه يمكننا استعمال منهجية ديكي فولر لاختبار استقرارية السلسلة، غير انه توجد طريقة أخرى لاختبار فيما إذا كانت السلسلة مستقرة و تتمثل هذه الطريقة في معاينة النماذج الثلاثة لاختبار جذر الوحدة فإذا كان واحد من النماذج يقبل جذر وحدة يمكننا اعتبار السلسلة غير مستقرة، أما إذا كانت كل النماذج لا تملك جذر وحدة فالسلسلة مستقرة و هذا على حسب (Georges Bresson et Alain Pirotte)، أي أنهما يعتبران وجود جذر الوحدة هو السبب الرئيس في عدم الاستقرارية و هما بذلك يهتمان فقط بتحديد درجة تكامل السلسلة.

و عند تطبيق هذه الإستراتيجية يمكننا اعتبار السلسلة Y غير مستقرة حتى عند مستوى معنوية 10% و هذا بسبب وجود جذر الوحدة في النموذجين الأول و الثاني، غير أن إخضاع السلسلة Y للفرق الأول DY يجعل منها مستقرة و عند مستوى معنوية 1% فقط بسبب عدم وجود جذر الوحدة في النماذج الثلاثة.

#### 5. حدد درجة تكامل السلسلة Y

على اعتبار أن السلسلة Y غير مستقرة و إخضاع السلسلة Y للفرق الأول DY جعل منها سلسلة مستقرة فالفرق الأول هو الفرق الضروري و اللازم لجعل السلسلة مستقرة و بالتالي فان درجة تكامل السلسلة هي 1.

$$DY \rightarrow I(1)$$

#### الفرع (2): نمذجة السلسلة المستقرة DY

##### 1. اقترح مجموعة من النماذج الممكنة لبيانات عينة الدراسة مع التبرير

هذه الخطوة تتضمن اقتراح مجموعة من النماذج الممكنة للسلسلة المستقرة DY و المعرفة على نحو الصيرورة ARMA(p,q) و التي تكتب على النحو التالي:

$$DY_t = a_0 + a_1DY_{t-1} + a_2DY_{t-2} + \dots + a_pDY_{t-p} + b_1\varepsilon_{t-1} + b_2\varepsilon_{t-2} + \dots + b_q\varepsilon_{t-q} + \varepsilon_t$$

و بغرض معرفة قيم كل من p و q نلجئ لمنحني دالة الارتباط الذاتي للسلسلة المستقرة DY ، حيث انه بتحليل هذا التمثيل البياني لدالتي الارتباط الذاتي البسيطة و الجزئية للسلسلة DY يمكننا أن نرشح النماذج التالية: MA(1) ، MA(12) ، AR(1) ، AR(2) ، AR(8) ، ARMA(1,1) ، ARMA(2,1) ، ARMA(8,1) ، ARMA(8,12) ، ARMA(2,12) و ARMA(1,12).

حتى نتمكن من تحديد النموذج الأكثر ملائمة لبيانات عينة الدراسة نقترح العنصرين التاليين:

##### 2. ما هو النموذج الذي تراه أكثر ملائمة لبيانات عينة الدراسة؟ برر إجابتك

إن الجدول السابق يلخص معايير الجودة بالنسبة للنماذج ذات المعالم الفردية عالية الجودة و المقبولة إحصائياً، و في هذه المرحلة المهمة نعمل على تمييز النموذج الأمثل للسلسلة المستقرة DY، و ذلك بالمفاضلة بين النماذج المرشحة سلفاً ويكون بالاعتماد على العديد من المعايير نذكر منها: Akaike ، Loglikelihood ، Hannan-Quinn ، Schawrz . ويكون النموذج الأمثل هو الذي يعطي لنا أحسن توفيقاً

بين هذه المعايير، و بعد تفحص النماذج المرشحة السابقة الذكر يمكننا اختيار النموذج  $ARMA(2,1)$ ، وذلك لعدة اعتبارات نذكر منها:

- اقل القيم للمعايير Akaike ، Schawrz و Hannan-Quinn ؛
- أعظم قيمة للمعيار Log likelihood ؛

3. إذا كانت السلسلة المدروسة تتبع صيرورة من نوع  $ARIMA(p,d,q)$ ، حدد قيم  $p$ ،  $d$  و  $q$

$$DY_t \rightarrow ARMA(2,1) ; Y_t \rightarrow ARIMA(2,1,1)$$

$$P=2 , q=1 , d=1$$

الفرع (3): تقييم النموذج المعتمد لبيانات عينة الدراسة

تعتبر هذه المرحلة الأكثر حساسية حيث تتضمن إثبات فعالية و جودة النموذج المعتمد للسلسلة محل الدراسة. و يكون ذلك و فق العديد من الاختبارات الإحصائية و التي تتضمن في البداية إثبات التطابق بين السلسلتين المقدره مع الأصلية و المعنوية الفردية و الكلية للنموذج، ثم ندرس استقرارية النموذج و قابليته للقلب، و في الأخير ندرس بواقي النموذج من حيث عدم وجود ارتباط ذاتي و ثبات التباين أي التحقق من أنها تشويش ابيض، و تعتبر هذه الشروط ضرورية للقيام بالتنبؤ.

1. اختبار المعنوية الفردية للمعالم و المعنوية الكلية للنموذج

بالنسبة للمعنوية الفردية لمعالم النموذج فان الحد الثابت و معامل  $MA(1)$  مقبولين عند مستوي معنوية 1% أما معامل  $AR(2)$  فذو معنوية إحصائية مقبولة عند مستوى 7% فقط و هذا باستعمال اختبار Student. أما عن المعنوية الكلية للنموذج، فباستخدام اختبار فيشر يمكننا القول أن النموذج ذو معنوية كلية مقبولة عند مستوى 1%.

2. علق على القدرة التفسيرية للنموذج

من خلال التمثيل البياني لاختبار التطابق يمكننا ملاحظة التطابق الكبير بين السلسلة الأصلية (Actual) و المقدره (Fitted)، و هذا من شأنه أن يعطينا فكرة عن مدى أهمية تعبير النموذج المقدر  $ARMA(2,1)$  على بيانات السلسلة المدروسة، كما ان البواقي تقع داخل مجال الثقة ماعدا المشاهدات 2001، 2004 و 2006.

و باستعمال معامل التحديد المصحح  $R^2 \text{ óajusté}$  فان 66% من التغيرات الحاصلة في  $DY$  خلال الفترة من 1984 إلى 2017 تتحدد ضمن النموذج المعتمد و هي نسبة يمكننا الاعتماد عليها في التنبؤ بالقيم المستقبلية للسلسلة.

3. اكتب نتيجة التقدير على شكل معادلة خطية

بعدها تما اختيار النموذج الأمثل للسلسلة  $DY$  و هو  $ARMA(2,1)$  و بالاعتماد على نتيجة التقدير السابقة يمكننا صياغة نتيجة التقدير في المعادلة التالية:

$$DY_t = 43.471 - 0.340 \times DY_{t-2} - 1.429 \times e_{t-1} + e_t$$

#### 4. ادرس استقرارية النموذج و قابليته للقلب

من خلال نتيجة التقدير السابقة نلاحظ أن مقلوب جذري كثير الحدود (AR(2) هما عددين مركبين  $(-0.58i, +0.58i)$  أي يقعا داخل الدائرة الوحديوية و طويلتيهما اقل من 1 و بالتالي فان النموذج AR(2) مستقر، أما عن القابلية للقلب فان النموذج AR(2) هو قابل للقلب بالتعريف هذا فيما يخص جزء الانحدار الذاتي، أما جزء الوسط المتحرك MA(1) فهو مستقر بالتعريف غير انه غير قابل للقلب بسبب أن جذر كثير الحدود المرافق له يقع خارج دائرة الوحدة و هو مساوي للقيمة 1.43، و عليه يمكننا القول أن الصيرورة محل الدراسة ARMA(2,1) هي نموذج مستقر غير انه غير قابل للقلب.

#### 5. اختبار إمكانية وجود ارتباط ذاتي ضمن بواقي النموذج؟

نلاحظ من خلال دالة الارتباط الذاتي للبواقي، أن معاملات الارتباط الذاتي المحسوبة من أجل الفجوات  $h=20$  كلها معنوياً معدومة (تقع داخل مجال الثقة) ما عدا قيمة الارتباط البسيط عند التأخير  $h=5$  فهي ملامسة لحد مجال الثقة مما يعني عدم وجود ذاكرة ضمن سلسلة البواقي، و تأكيد هذه النتيجة يكون على أساس اختبار Ljung-Box والإحصائية المحسوبة لهذا الاختبار توافق القيمة الأخيرة في العمود Q-Stat. و من خلال الاحتمال المرافق لهذه الإحصائية يمكننا قبول الفرضية المعدومة بمستوى معنوية 5% و الإقرار بعدم وجود ذاكرة ضمن سلسلة بواقي النموذج و بالتالي عدم وجود ارتباط ذاتي ضمن بواقي النموذج.

6. اختبر ثبات تباين البواقي؛

بالاعتماد على (G. Melard, 1992) فان تحليل دالتي الارتباط الذاتي البسيطة و الجزئية لمربعات البواقي يؤكد على أنها ذات معنوية إحصائية معدومة (تقع داخل مجال الثقة) كما أن الاحتمال المرافق لإحصائية اختبار Ljung-Box يؤكد على قبول الفرضية المعدومة بمستوى معنوية 1%، و عليه فان تباين البواقي ثابت خلال فترة الدراسة.

و يمكننا كذلك تأكيد هذه النتيجة باستعمال اختبار ARCH و الذي يعتمد على الفرضية المعدومة ثبات تباين البواقي:

تقدير النموذج التالي و الذي يمكننا من اختبار إمكانية عدم ثبات التباين الشرطي من الدرجة الثالثة

$$e_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 e_{t-1}^2 + \alpha_2 e_{t-2}^2 + \alpha_3 e_{t-3}^2 + u_t \quad \text{ARCH(3)} \quad (3)$$

حيث أن:  $u_t$  يمثل تشويش ابيض،  $e_t$  بواقي النموذج.

و يعتبر ARCH(3) هو اكبر تأخير يمكننا استعماله لأنه عندما تكون قيمة التأخير اكبر من 3 يتغير

نوع نمذجة حالة عدم ثبات التباين كما سنرى ذلك لاحقاً في الفصل القادم.

$$H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0 \quad \text{ثبات تباين البواقي} \quad \text{الفرضية المعدومة:}$$

و باستعمال اختبار ستودنت للمعنوية يمكننا التأكيد على أن المعلمات  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  غير مقبول

$$e_t^2 = \alpha_0 + u_t = 2179314 + u_t \quad \text{فان: و بالتالي فان: } 1\% \text{ معنوية عند مستوى } 1\%$$

$$\text{Var}(e_t) = E(e_t^2) = 21793.14 + E(u_t) = 21793.14 = \text{يكون:}$$

هذا من جهة و من جهة أخرى يمكننا حساب الإحصائية LM:

$$LM = n \times R^2 \rightarrow \chi^2(3)$$

$$LM = n \times R^2 = 28 * 0.12 = 3.36$$

و الإحصائية المحسوبة لهذا الاختبار عند مستوي معنوية 5% هي:  $\chi^2_{0.05}(3) = 7.815$

$$LM = 3.36 < \chi^2_{0.05}(3) = 7.815 \quad \text{نلاحظ أن:}$$

و بالتالي يمكننا قبول الفرضية المعدومة و القول بثبات تباين البواقي.

و يمكننا كذلك الاعتماد على الاحتمال المرافق لهذا الاختبار (0.3388) و الذي يمكننا من قبول الفرضية المعدومة عند 5% و الإقرار بثبات تباين البواقي خلال فترة الدراسة.

### 7. هل بواقي النموذج تمثل تشويش ابيض؟

من خلال النتائج السابقة توصلنا إلى أن بواقي النموذج بدون ذاكرة وليس بها ارتباط ذاتي كما أنها ذات تباين ثابت مما يعني أنها تشويش ابيض Bruit Blanc.

### 8. هل بواقي النموذج تخضع للتوزيع الطبيعي؟

في البداية نعمل على اختبار كل فرضية على حدي فرضية التناظر و الالتواء (Skewness) ثم فرضية التفلطح (Kurtosis)

$$\beta_1^{1/2} = \frac{\mu_3}{\mu_2^{3/2}} \quad \triangleright \text{ لدينا معامل التناظر و الالتواء (Skewness) هو:}$$

$$\beta_1^{1/2} \rightarrow N(0, 6/n) \quad \text{و هو يخضع للتوزيع الطبيعي:}$$

و عليه تكون إحصائية التناظر و الالتواء هي:

$$V_1 = \frac{|\beta_1^{1/2} - 0|}{\sqrt{6/n}} = \frac{|0.967 - 0|}{\sqrt{6/31}} = 2.198$$

لدينا:  $V_1 = 2.19 > 1.96$  و عليه يمكننا رفض الفرضية المعدومة و القول بان سلسلة البواقي غير متناظرة.

$$\beta_2 = \frac{\mu_4}{\mu_2^2} \quad \triangleright \text{ لدينا معامل التفلطح (Kurtosis) هو:}$$

$$\beta_2 \rightarrow N(3, 24/n) \quad \text{و هو يخضع للتوزيع الطبيعي:}$$

و عليه تكون إحصائية التفلطح هي:

$$V_2 = \frac{|\beta_2 - 3|}{\sqrt{24/n}} = \frac{|4.731 - 3|}{\sqrt{24/31}} = 1.967$$

لدينا:  $V_2 = 1.967 \cong 1.96$  و عليه يمكننا قبول الفرضية المعدومة و القول بان سلسلة البواقي مفلطحة عند حوالي مستوي معنوية 4%. أي أن سلسلة البواقي غير متناظرة و مفلطحة و بالتالي فهي لا تخضع للتوزيع الطبيعي.

✓ اختبار (Jareque Bera, 1984):

يعتمد هذا الاختبار على نفس الفرضية المدومة السابقة، و بدمج الإحصائيتين السابقتين  $V_1 \wedge V_2$  تكون الإحصائية المحسوبة لهذا الاختبار على النحو التالي:

$$S = \frac{n}{6} \beta_1 + \frac{n}{24} (\beta_2 - 3)^2 \rightarrow \chi^2 (2)$$

$$S = \frac{n}{6} \beta_1 + \frac{n}{24} (\beta_2 - 3)^2 = V_1^2 + V_2^2 = 8.70$$

فبمستوي معنوية 5% لدينا:  $S = 8.70 \geq \chi_{0.05}^2 (2) = 5.991$  وعليه نرفض الفرضية المدومة أي

أن سلسلة البواقي لا تخضع للتوزيع الطبيعي.

9. هل يمكنك اعتبار النموذج المعتمد قابل للتنبؤ؟

على أساس النتائج المتحصل عليها فان النموذج المعتمد ARMA(2,1) مقبول من وجهة إحصائية باستعمال اختباري ستيودنت و فيشر كما انه مستقر، بالإضافة إلى ذلك فان بواقي النموذج غير مرتبطة ذاتياً كما أنها ذات تباين ثابت مما يعني أنها تشويش أبيض. و بالتالي فان النموذج المقترح مقبول و قابل للتنبؤ.

الفرع (4): التنبؤ بالقيم المستقبلية لحجم الإنتاج السنوي Y خلال الفترة من 2018 إلى غاية 2023

1. اشرح كيفية حساب القيم المتوقعة DY

بعدما وقفنا في كل الاختبارات الإحصائية السابقة (اختبار التطابق، التقييم الإحصائي و القياسي للنموذج، اختبار التشويش الأبيض للبواقي، اختبار ثبات تباين البواقي) ماعدا الإخفاق في اختبار التوزيع الطبيعي، يمكننا اعتبار أن النموذج المعتمد مقبول من وجهة إحصائية و قياسية و بالتالي يمكننا الاعتماد عليه في التنبؤ على المدى القصير فقط.

و على أساس النموذج ARMA(2,1) لسلسلة الفرق الأول (DY) يكون التنبؤ على حسب المعادلة

$$DY_t = 43.471 - 0.340 \times DY_{t-2} - 1.429 \times e_{t-1} + e_t \quad \text{التالية:}$$

و إذا كانت T هي آخر سنة في السلسلة المدروسة ( في دراستنا هذه هي 2017 ) يكون التوقع للفترة

(T + 1) حسب المعادلة التالية:

$$D\hat{Y}_T(1) = E(DY_{T+1} / I_T) = 43.471 - 0.340 \times DY_{T-1} - 1.429 \times e_T + E(e_{T+1} / I_T)$$

و على اعتبار أننا نأمل أن تكون البواقي للفترة المستقبلية معدومة يكون:  $E(e_{T+1} / I_T) = 0$  ، أي أن:

$$D\hat{Y}_T(1) = E(DY_{T+1} / I_T) = 43.471 - 0.340 \times DY_{T-1} - 1.429 \times e_T$$

والتوقع لفترة إضافية أخرى (T + 2) يعطي بـ :

$$D\hat{Y}_T(2) = E(DY_{T+2} / I_T) = 43.471 - 0.340 \times DY_T - 1.429 \times E(e_{T+1} / I_T)$$

$$= 43.471 - 0.340 \times DY_T$$

والتوقع للفترة (T + h) و ( $h \geq 3$ ) يعطي بـ :

$$D\hat{Y}_T(h) = E(DY_{T+h} / I_T) = 43.471 - 0.340 \times D\hat{Y}_T(h-2)$$

## 2. احسب القيم المتوقعة $DY$ للسنوات من 2018 إلى غاية 2023

التوقع بالقيمة:  $DY_{2018}$

$$D\ddot{Y}_{2017}(1) = D\ddot{Y}_{2018} = 43.471 - 0.340 \times DY_{2016} - 1.429 \times e_{2017}$$

$$DY_{2016} = Y_{2016} - Y_{2015} = 1910 - 1764 = 146 \quad \text{لدينا:}$$

بالتعويض نجد أن:

$$D\ddot{Y}_{2017}(1) = D\ddot{Y}_{2018} = 43.471 - 0.340 \times 146 - 1.429 \times (-134.308) = 185.757$$

التوقع بالقيمة:  $DY_{2019}$

$$D\ddot{Y}_{2017}(2) = D\ddot{Y}_{2019} = 43.471 - 0.340 \times DY_{2017}$$

لدينا:

$$DY_{2017} = Y_{2017} - Y_{2016} = 1475 - 1910 = -435$$

بالتعويض نجد أن:

$$D\ddot{Y}_{2017}(2) = D\ddot{Y}_{2019} = 43.471 - 0.340 \times (-435) = 191.371$$

التوقع بالقيمة:  $DY_{2020}$

$$D\ddot{Y}_{2017}(h) = 43.471 - 0.340 \times D\ddot{Y}_{2017}(h-2)$$

$$D\ddot{Y}_{2017+h} = 43.471 - 0.340 \times D\ddot{Y}_{2017+h-2}$$

$$D\ddot{Y}_{2017+3} = 43.471 - 0.340 \times D\ddot{Y}_{2017+3-2}$$

$$D\ddot{Y}_{2020} = 43.471 - 0.340 \times D\ddot{Y}_{2018}$$

$$D\ddot{Y}_{2020} = 43.471 - 0.340 \times 185.757 = -19.686$$

التوقع بالقيمة:  $DY_{2021}$

$$D\ddot{Y}_{2017+4} = 43.471 - 0.340 \times D\ddot{Y}_{2017+4-2}$$

$$D\ddot{Y}_{2021} = 43.471 - 0.340 \times D\ddot{Y}_{2019}$$

$$D\ddot{Y}_{2020} = 43.471 - 0.340 \times 191.371 = -21.595$$

التوقع بالقيمة:  $DY_{2022}$

$$D\ddot{Y}_{2017+5} = 43.471 - 0.340 \times D\ddot{Y}_{2017+5-2}$$

$$D\ddot{Y}_{2022} = 43.471 - 0.340 \times D\ddot{Y}_{2020}$$

$$D\ddot{Y}_{2022} = 43.471 - 0.340 \times (-19.686) = 50.164$$

التوقع بالقيمة:  $DY_{2023}$

$$D\hat{Y}_{2017+6} = 43.471 - 0.340 \times D\hat{Y}_{2017+6-2}$$

$$D\hat{Y}_{2023} = 43.471 - 0.340 \times D\hat{Y}_{2021}$$

$$D\hat{Y}_{2023} = 43.471 - 0.340 \times (-21.595) = 50.813$$

و نلخص القيم المنتبأ بها للسلسلة DY في الجدول التالي:

وحدة القياس القنطار

السنوات	2018	2019	2020	2021	2022	2023
القيمة المنتبأ بها لـ DY	185.757	191.371	-19.686	-21.595	50.164	50.813

3. القيم المتوقعة لحجم الإنتاج السنوي Y خلال الفترة من 2018 إلى غاية 2023

$$DY_T = Y_T - Y_{T-1} \Rightarrow Y_T = DY_T + Y_{T-1}$$

لدينا:

التوقع بالقيمة:  $Y_{2018}$

$$\hat{Y}_{2018} = D\hat{Y}_{2018} + Y_{2017} = 185.757 + 1475 = 1660.757$$

التوقع بالقيمة:  $Y_{2019}$

$$\hat{Y}_{2019} = D\hat{Y}_{2019} + \hat{Y}_{2018} = 191.371 + 1660.757 = 1852.128$$

التوقع بالقيمة:  $Y_{2020}$

$$\hat{Y}_{2020} = D\hat{Y}_{2020} + \hat{Y}_{2019} = -19.686 + 1852.128 = 1832.442$$

التوقع بالقيمة:  $Y_{2021}$

$$\hat{Y}_{2021} = D\hat{Y}_{2021} + \hat{Y}_{2020} = -21.595 + 1832.442 = 1810.847$$

التوقع بالقيمة:  $Y_{2022}$

$$\hat{Y}_{2022} = D\hat{Y}_{2022} + \hat{Y}_{2021} = 50.164 + 1810.847 = 1861.011$$

التوقع بالقيمة:  $Y_{2023}$

$$\hat{Y}_{2023} = D\hat{Y}_{2023} + \hat{Y}_{2022} = 50.813 + 1861.011 = 1911.824$$

وحدة القياس القنطار

و نلخص القيم المنتبأ بها للسلسلة Y في الجدول التالي:

السنوات	2018	2019	2020	2021	2022	2023
القيمة المنتبأ بها لـ Y	1660.757	1852.128	1832.442	1810.847	1861.011	1911.824

#### 4. اوجد مجال الثقة للقيمة المتوقعة لعام 2018

و بمستوى معنوية قدره  $\alpha = 5\%$  يكون مجال التوقع للأفق  $h$  يعطى بالعلاقة التالية:

$$\begin{aligned} & \left[ \hat{Y}_T(h) \pm 1.96 \times \sqrt{\widehat{Var} [e_T(h)]} \right] \\ & \left[ \hat{Y}_{2017}^{(1)} \pm 1.96 \times Sf_{2018} \right] \\ & \left[ \hat{Y}_{2017}^{(1)} \pm 1.96 \times Sf_{2018} \right] \\ & \left[ \hat{Y}_{2018} \pm 1.96 \times Sf_{2018} \right] \\ & \left[ \hat{Y}_{2018} - 1.96 \times Sf_{2018} ; \hat{Y}_{2018} + 1.96 \times Sf_{2018} \right] \\ & \left[ 1660.757 - 1.96 \times 274.154 ; 1660.757 + 1.96 \times 274.154 \right] \end{aligned}$$

و يكون مجال الثقة للقيمة المتوقعة لعام 2018

$$\left[ 1123.415 ; 2198.098 \right]$$

#### 5. استخراج قيم معايير قياس جودة التوقع

بعد القيام بعملية التوقع نعمل في هذه المرحلة على تقييم جودة القيم المتنبأ بها، و هناك بعض المعايير التي تساعدنا في ذلك وهي مهمة جداً في حالة المقارنة بين عدة نماذج للتنبؤ تساعدنا هذه المعايير على المفاضلة بينها، و من أهم معايير قياس جودة التوقع نذكر:

➤ معيار متوسط القيمة المطلقة لخطأ التنبؤ (Mean Absolute Errors):

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_t |e_t(h)| = 113.33$$

➤ معيار متوسط مربع خطأ التنبؤ (Mean Squared Errors):

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_t (e_t(h))^2 = 27312520$$

➤ معيار جذر متوسط مربع خطأ التنبؤ (Root Mean Squared Errors):

$$RMSE = \sqrt{MSE} = 165.265$$

➤ معيار تايل (Theil):

$$U = \frac{\sqrt{\sum_{t=2}^n \left( \frac{Y_t - \hat{Y}_t}{Y_{t-1}} \right)^2}}{\sqrt{\sum_{t=2}^n \left( \frac{Y_t - Y_{t-1}}{Y_{t-1}} \right)^2}} = 0.061$$

حيث أن:  $\hat{Y}_t$  تمثل القيمة المتنبأ بها و  $0 < U < 1$



## 6. ادرس جودة القيم المتنبأ بها

اغلب معايير قياس جودة التنبؤ تستعمل للمفاضلة بين مجموعة من طرق التنبؤ او مجموعة من النماذج المتنبأ بها، غير انه يمكننا فقط استعمال معيار (Theil) لأخذ نظرة عن جودة القيم المتنبأ بها. فإذا كانت قيمة معيار تايل (Theil) قريبة من الصفر يعبر ذلك عن جودة القيم المتنبأ بها، أما في الحالة العكسية أي لما تكون قيمة هذا المعيار قريبة من الواحد فان ذلك يدل على فشل عملية التنبؤ. و على حسب قيمة هذا المعيار المتحصل عليها (  $U = 0.061$  ) و هي قريبة من الصفر نسبياً و بالتالي يمكننا اعتبار عملية التنبؤ التي قمنا بها مقبولة و القيم المتوقعة ذات جودة عالية. ويعبر معيار تايل عن نسبة الخطأ في التنبؤ و التي تقدر بـ 6.1% و هي نسبة ضعيفة.

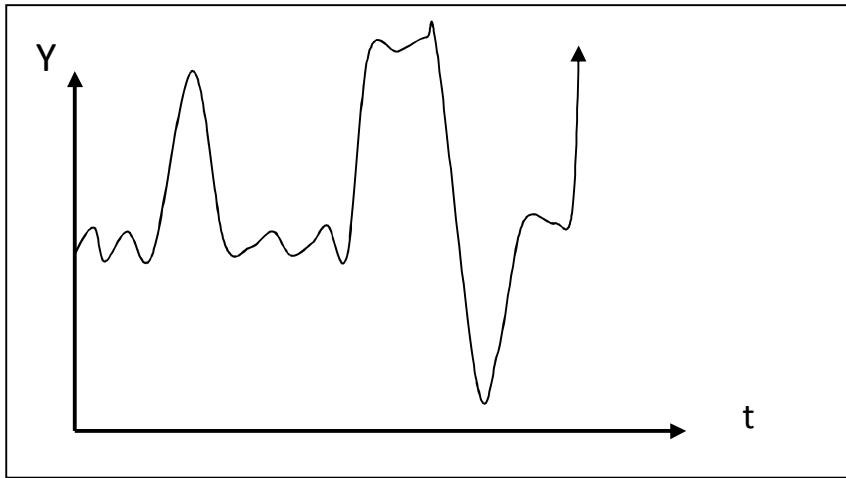
## الفصل الخامس: مشكلة عدم ثبات التباين

### تمهيد

إن النماذج الكلاسيكية ARIMA و SARIMA التي تطرقنا لها في الفصول السابقة تعتمد على فرضية ثبات تباين بواقي النموذج أو تجانس التباين (Homoscedasticity) بالنسبة لكل مشاهدات العينة أو عند كل فترات الدراسة، غير انه في بعض الحالات تكون هذه الفرضية الأساسية (ثبات تباين البواقي) غير محققة عملياً، مما يؤدي إلى حجب الكثير من المعلومات المتوفرة في بواقي السلسلة المدروسة و التي لها أهمية كبيرة في تحديد صفة عدم التأكد لدراسة سلوك و حركية الظاهرة المدروسة.

ففي الدراسات المتعلقة بالمالية خصوصاً تكون الظاهرة تخضع لتقلبات كبيرة (Volatility) مرتبطة بالأخطاء لفترات سابقة، حيث تتجمع الأخطاء على شكل أخطاء مرتفعة تكون متبوعة بأخطاء ضعيفة أي حالة من الاضطراب تليها حالة من الاستقرار و هذه الاضطرابات الكبيرة في السلسلة تؤدي إلى عدم ثبات تباين الأخطاء (Heteroscedasticity).

الشكل (1.5): سلسلة تخضع لتقلبات كبيرة



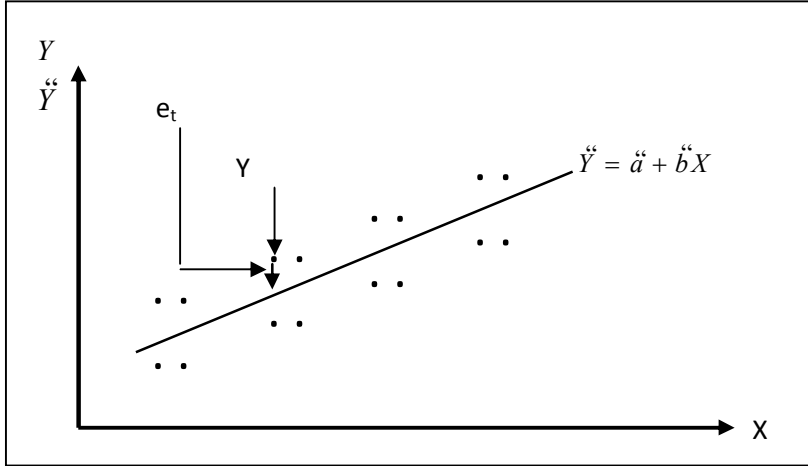
و عندئذٍ تكون التنبؤات بالقيم المستقبلية للسلسلة مرتبطة بالقيم السابقة للأخطاء و المتضمنة لمعلومات جد مفيدة تكون متوفرة في تباينات الأخطاء، و هذا أدى بالنظرية الاقتصادية القياسية إلى الاهتمام بالمتوسط الشرطي بدل المتوسط غير الشرطي و التباين الشرطي بدل التباين غير الشرطي.

و سنعمل في هذا الفصل على دراسة هذا السلوك و المعروف بعدم تجانس التباين، وسوف نبدأ بالتعريف بمشكلة عدم ثبات التباين، أسبابها، المشاكل المترتبة عنها، ثم أهم اختبارات الكشف عنها، آليات تصحيح مشكلة عدم ثبات التباين، وفي الأخير نهتم بعملية نمذجة عدم ثبات التباين المشروط.

### 1. التعريف بمشكلة عدم ثبات التباين

تعتمد طريقة المربعات الصغرى العادية (OLS) في أحد أهم افتراضاتها على ثبات تباين الحد العشوائي، وهذا يعني أن تشتت القيم المشاهدة للمتغير التابع  $Y$  حول الخط المقدر  $\hat{Y}$  يكون ثابتاً، والشكل التالي يوضح ذلك:

الشكل (2.5): حالة تجانس التباين



نلاحظ في الشكل أعلاه أن تشتت البواقي ثابت و لا يرتبط بالملاحظات  $X$  أي تحقق فرضية تجانس تباين البواقي و عندئذ يكون:

$$Var(\zeta_t) = E(\zeta_t^2) = \sigma_\zeta^2$$

$$E(\zeta\zeta') = \sigma_\zeta^2 \times I_n$$

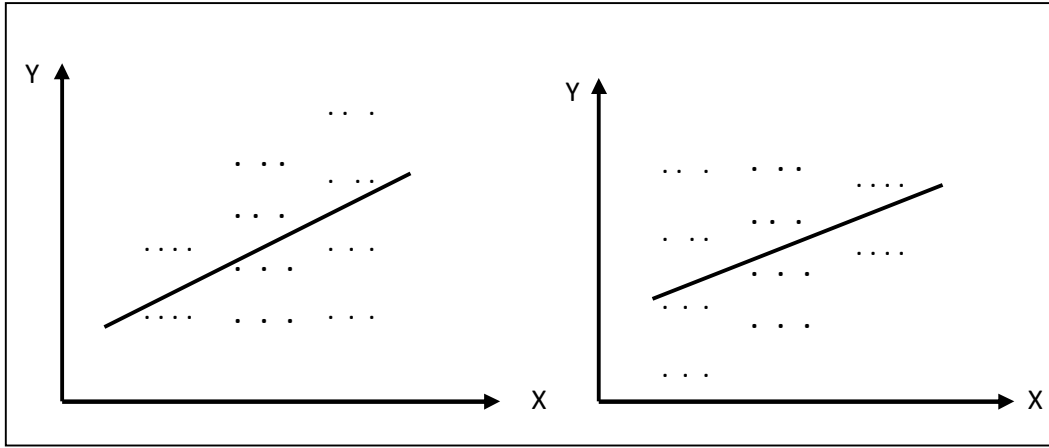
أي أن:

حيث أن  $n$  يمثل عدد المشاهدات و تكون هذه العبارة محققة فقط في حالة عدم وجود ارتباط ذاتي بين الأخطاء  $(E(\zeta_i\zeta_j) = 0 \wedge i \neq j)$  و ثبات التباين  $(E(\zeta_i^2) = \sigma_\zeta^2)$ ، و تكون مصفوفة التباين و التباين المشترك أو التغاير للأخطاء على النحو التالي:

$$\Omega_\zeta = E(\zeta\zeta') = \sigma_\zeta^2 \times I_n = \begin{bmatrix} \sigma_\zeta^2 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_\zeta^2 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \sigma_\zeta^2 \end{bmatrix}$$

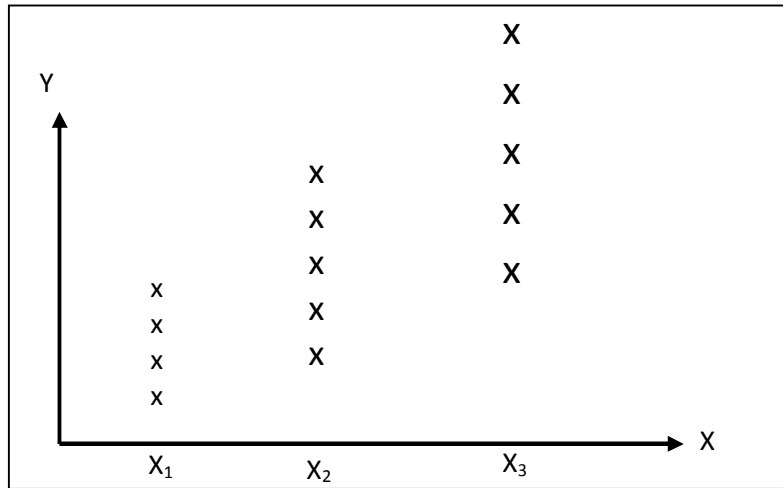
غير أن افتراض ثبات تباين الخطأ لا يكون بالضرورة قائم على أسس موضوعية بالنسبة لأغلب البيانات الإحصائية الخاصة بالمتغيرات الاقتصادية، فغياب فرضية ثبات التباين تعني أن تشتت البواقي ليس ثابت بالنسبة لمشاهدات عينة الدراسة و يرتبط بالملاحظات  $X$ ، والشكل التالي يوضح ذلك:

الشكل(3.5): حالة عدم تجانس التباين



و كمثال على حالة عدم تجانس التباين يمكننا تعريف إنفاق العائلات على أساس الدخل لكل عائلة، حيث نجد أن العائلات ذات الدخل المرتفعة تتمتع بمرونة كبيرة في الإنفاق، إذ بمقدورها الإنفاق بحدود كبيرة تفوق معدل إنفاق فنتها إن وجدت إلى ذلك الرغبة والضرورة. أما إنفاق العائلات ذات الدخل الضعيف فإنه عادةً يقع ضمن حدود ضيقة، فالمغالاة في الإنفاق بالنسبة لهذه الفئة أمرٌ غير ممكن بسبب ضآلة ميزانيتها، كما أن خفض الاستهلاك يكون إلى حد يضمن لها توفير ضروريات الحياة من أجل البقاء. وعليه فإن التشتت، وبالتالي التباين عند قيم الدخل ( $X_i$ ) الكبيرة يكون أكبر من التشتت عند القيم الصغيرة ( $X_i$ )، وهكذا تصبح فرضية تجانس تباين حد الخطأ غير مقبولة و الشكل التالي يبين اختلاف التشتت على حسب مستويات الدخل:

الشكل(4.5): إنفاق العائلات حسب الدخل



و بغياب فرضية ثبات التباين تكون الفرضية الأنسب هي عدم تجانس تباينات الأخطاء و التي تعني أن هناك تبايناً للخطأ خاص بكل مشاهدة في حد ذاتها و نكتب:

$$E(\zeta_t^2) = \sigma_{\zeta_t}^2$$

## 2. أسباب مشكلة عدم ثبات التباين

- غالباً ما تظهر هذه المشكلة في البيانات المقطعية غير أن هذا لا ينفي وجودها في البيانات السلاسل الزمنية، و يمكننا تلخيص أهم أسباب مشكلة عدم ثبات التباين في العناصر التالية:
- ✓ وجود اضطرابات و صدمات كبيرة و غير منتظمة في السلسلة و يحدث هذا خصوصاً في الدراسات المتعلقة بالمالية مثل مؤشرات الأسواق المالية؛
  - ✓ خطأ في تحديد نوع العلاقة بين متغيرات النموذج؛
  - ✓ إذا كان هناك مشاهدات متماثلة في المتغير التابع غير أن قيم المتغيرات التفسيرية الموافقة لها مختلفة؛
  - ✓ إذا كانت قيم البواقي ترتبط بقيم بعض المتغيرات التفسيرية؛
  - ✓ وجود مشاهدة شاذة عن باقي أفراد العينة و يكون هذا في البيانات المقطعية.

## 3. المشاكل المترتبة عن عدم ثبات التباين

- كما هو معلوم لدينا أن طريقة المربعات الصغرى العادية (OLS) تمنحنا أفضل مقدر خطي غير متحيز (BLUE) - Best Linear Unbiased Estimator - و هذا في ظل الفرضيات الأساسية لهذه الطريقة و من بينها فرضية ثبات التباين (Homoscedasticity)، و بغياب هذا الفرض تظهر مشكلة تغير تباين الحد العشوائي التي تسمى (Heteroscedasticity) و ينتج عن ذلك العديد من المشاكل نذكر منها:
- ✓ تبقى مقدرات المعلم تتصف بالاتساق و عدم التحيز ولكنها تفقد خاصية اقل تباين و بالتالي فهي ليست الأفضل (LUE) - Linear Unbiased Estimator - مما يفقدها خاصية الكفاءة؛
  - ✓ تصبح التباينات و التباينات المشتركة (Covariance) لمقدرات المعالم متحيزة و غير متنسقة، ولذا فإن الاختبارات الإحصائية مثل اختبارات المعنوية t لا تصبح صحيحة أو ملائمة و لا يمكننا الاعتماد عليها؛
  - ✓ بالرغم من أن التوقعات المحسوبة على أساس المعلمات المقدر باستخدام طريقة (OLS) تظل غير متحيزة إلا أنها تفقد صفة الكفاءة، وهو ما يعني أنها تكون أقل مصداقية من التوقعات الأخرى التي تُبنى على طرق تخلو من مشكلة عدم ثبات التباين.

## 4. أهم اختبارات الكشف عن حالات عدم ثبات التباين

- يوجد العديد من الاختبارات للكشف عن مشكلة عدم ثبات تباين بواقي النموذج غير أننا نتعرف على البعض منها فقط فيما يلي:

### 1.4 اختبار ARCH

- يهدف هذا الاختبار إلى اختبار وجود مشكلة عدم ثبات تباين البواقي، و كما رأينا هذا الاختبار سابقاً فإنه يقترح نمذجة خطية لتباين البواقي على أساس تباين البواقي للفترة السابقة، و نكتب:

$$e_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 e_{t-1}^2 + \alpha_2 e_{t-2}^2 + \dots + \alpha_p e_{t-p}^2 + u_t$$

$$E(e_t^2) = \alpha_0 + \alpha_1 E(e_{t-1}^2) + \alpha_2 E(e_{t-2}^2) + \dots + \alpha_p E(e_{t-p}^2)$$

$$\sigma_{\zeta_t}^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \sigma_{\zeta_{t-1}}^2 + \alpha_2 \sigma_{\zeta_{t-2}}^2 + \dots + \alpha_p \sigma_{\zeta_{t-p}}^2$$

و يمكننا قبول فرضية عدم تجانس تباين البواقي إذا كان  $LM = n \times R^2 > \chi^2(p)$  ، وعندئذ يكون لاختبار ARCH فائدة في تحديد رتبة نماذج ARCH عند النمذجة.

#### 2.4. اختبار White

يعتمد اختبار White على نمذجة عدم ثبات تباين البواقي على أساس المتغيرات التفسيرية لنموذج الدراسة، فإذا كان النموذج على النحو التالي:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{1t} + \beta_2 X_{2t} + \dots + \beta_k X_{kt} + \zeta_t$$

حيث أن:

$(X_1, X_2, \dots, X_k)$  : تمثل المتغيرات التفسيرية و  $\zeta_t$  : يمثل حد الخطأ العشوائي.

و بوضع  $e_t$  تمثل بواقي النموذج، فإن White يقترح النموذج التالي:

$$e_t^2 = a_0 + a_1 X_{1t} + b_1 X_{1t}^2 + a_2 X_{2t} + b_2 X_{2t}^2 + \dots + a_k X_{kt} + b_k X_{kt}^2 + \dots + c_k X_{kt} \times X_{k't} + \dots + u_t$$

$k \neq k'$

$$E(e_t^2) = \sigma_{\zeta_t}^2$$

$$= a_0 + a_1 X_{1t} + b_1 X_{1t}^2 + a_2 X_{2t} + b_2 X_{2t}^2 + \dots + a_k X_{kt} + b_k X_{kt}^2 + \dots + c_k X_{kt} \times X_{k't} + \dots$$

$k \neq k'$

الفرضية المعدومة: ثبات تباين البواقي

$$H_0 : a_1 = b_1 = a_2 = b_2 = \dots = a_k = b_k = \dots = c_k = 0$$

و على أساس هذه الفرضية لاحظ أن:

$$E(e_t^2) = \sigma_{\zeta_t}^2 = a_0.$$

و هذا يعني ثبات تباين البواقي بالنسبة لكل فترات الدراسة.

فإذا كان  $n$  يمثل حجم العينة و  $R^2$  يمثل معامل التحديد المضاعف للنموذج المقترح من طرف White.

فان الإحصائية المحسوبة لهذا الاختبار هي:

$$LM = n \times R^2 \rightarrow \chi^2(p)$$

فإذا كان  $LM < \chi^2_T(p)$  بمستوي معنوية  $\alpha\%$  نقبل الفرضية المعدومة أي أن سلسلة البواقي ذات

تباين ثابت، أما في الحالة العكسية فان تباين البواقي غير ثابت عبر الزمن.

و تمثل  $p$  عدد معاملات النموذج المقترح من طرف White و هي تعبر عن درجة الحرية، حيث أن:

$$p = 2k + \frac{k(k-1)}{2}$$

#### 3.4. اختبار Breusch-Pagan-Godfrey

يعتبر هذا الاختبار هو الأقوى على الإطلاق من بين كل الاختبارات لأنه لا يفرض نوع محدد لنمذجة عدم تجانس التباين بل يسمح للباحث باختيار المتغيرات التي تفسر و تشرح عدم تجانس التباين، فيمكننا

اختيار بعض المتغيرات التفسيرية أو المتغير التابع أو البواقي مع اختيار الأس المناسب أو متغيرات أخرى يفترضها الباحث في نمذجة تباين البواقي. و نكتب:

$$e_t^2 = f[(X_1, X_2, \dots, X_k), e_t; Y_t; Z]$$

و الفرضية المدومة لهذا الاختبار هي ثبات تباين البواقي، فإذا كان  $n$  يمثل حجم العينة و  $R^2$  يمثل معامل التحديد المضاعف للنموذج المقترح من طرف الباحث. فان الإحصائية المحسوبة لهذا الاختبار هي من مضاعف لاغرانج:

$$LM = n \times R^2 \rightarrow \chi^2(p)$$

فإذا كان  $LM < \chi^2_T(p)$  بمستوي معنوية  $\alpha\%$  نقبل الفرضية المدومة أي أن سلسلة البواقي ذات تباين ثابت، أما في الحالة العكسية فان تباين البواقي غير ثابت عبر الزمن. و تمثل  $p$  درجة الحرية و هي عدد معاملات النموذج المقترح.

### 5. آليات تصحيح مشكلة عدم ثبات التباين

لا توجد طريقة محددة لتصحيح مشكلة عدم ثبات التباين، و إنما يتم تحديد الطريقة على أساس الأسباب التي أدت إلى مشكل عدم ثبات التباين، و نميز الحالات التالية:

✓ ففي نماذج الاقتصاد القياسي، إذا كنا نعلم سبب مشكل عدم ثبات التباين، فمثلاً قد تكون البواقي مفسرة على أساس احد المتغيرات التفسيرية  $X_j$  و عندئذ يكون هناك مشكل عدم ثبات التباين، و لتصحيح هذا المشكل نعمل على إحداث تحويل للبيانات و يكون ذلك بقسمة كل المتغيرات التابع و التفسيرية على المتغير  $\sqrt{X_j}$  و تسمى هذه الطريقة بطريقة المربعات الصغرى المرجحة WLS (Weighted)؛

- ✓ تصحيح العلاقة بين المتغير التابع و المتغيرات التفسيرية فمثلاً قد تكون العلاقة لوغاريتم الخطي؛
- ✓ استعمال طريقة المتغيرات المساعدة كآلية لتصحيح مشكلة عدم تجانس تباين البواقي؛
- ✓ أما في نماذج السلاسل الزمنية فإننا نعمل على نمذجة حالات عدم ثبات التباين المشروط.

### 6. نمذجة مشكلة عدم ثبات التباين

إن التوقعات التي تعتمد على النماذج الكلاسيكية ARIMA أو SARIMA و التي تركز على فرضية تجانس التباين تلغي الكثير من المعلومات المفيدة و المتوفرة في سلسلة البواقي ويحدث هذا خصوصاً في الدراسات المتعلقة بالمالية، فاستعمال المتوسط الشرطي و التباين الشرطي في التنبؤ يحسن من جودة التوقعات حسب (Engle, 1982)، و الذي افترض أن تباين الأخطاء غير ثابت و يرتبط بكل المعلومات المتوفرة و الممكنة و هذا يسمح باستيعاب كل الاضطرابات المفاجأة و التي تحدث خصوصاً في السلاسل الزمنية المتعلقة بالمالية. و على حسب طريقة نمذجة عدم تجانس التباين يمكننا تقسيم هذا النوع من النماذج إلى خطية و غير خطية.

و على الرغم من وجود عدة طرق في تقدير هذا النوع من النماذج مثل طريقة المربعات الصغرى المعممة (GLS)، غير أن أفضل طريقة في تقدير هذا النوع من النماذج هي طريقة المعقولية العظمى باستعمال خوارزمية BHHH (Berndt Hall, Robert Hall et Jerry Hausman) والتي تمنحنا مقدر تقاربي و كفو.

### 1.6. النماذج الخطية

إن النمذجة الخطية لعدم تجانس التباين تعتمد على الصياغة التربيعية (Quadratique) و المتناظرة في كتابة معادلة التباين المشروط للأخطاء أي أنها لا تعطي أي أهمية لإشارة الأخطاء، و من أهم النماذج الخطية نذكر: ARCH، GARCH، ARCH-M، GARCH-M، IGARCH، GARCH-DM و GARCH-DLM و فيما يلي سنتناول هذه النماذج بشكل من التفصيل:

#### A. نموذج ARCH

يعتبر (Robert Engle, 1982) هو أول من قام بنمذجة عدم ثبات التباين المشروط و اقتراح نوع جديد من النماذج سمي بنماذج ARCH (Auto Regressive Conditional Heteroscedasticity) وهذا في مقال علمي نشر في مجلة "Econometrica" تحت عنوان :

"Conditional Heteroscedasticity with Estimates Of the Variance Of U.K Inflation"

و في إطار صياغة هذا النموذج، نفترض  $Y$  صيرورة تتبع النموذج  $AR(p)$  أو  $(Y = XB + \zeta)$  حيث أن بواقي النموذج ذات تباين غير ثابت، و نكتب:

$$\zeta_t = u_t \times h_t \quad \text{مع أن: } u_t \rightarrow BBN(0,1)$$

$$h_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \zeta_{t-1}^2 + \alpha_2 \zeta_{t-2}^2 + \dots + \alpha_p \zeta_{t-p}^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \zeta_{t-i}^2 = \alpha_0 + \alpha(L) \zeta_t^2$$

$$\text{مع أن: } \alpha_0 > 0 \wedge \alpha_i \geq 0$$

و عليه يمكننا القول أن النموذج المدروس ذو أخطاء من نوع  $ARCH(p)$

و يكون التوقع و التباين غير شرطين للأخطاء على النحو التالي:

$$E(\zeta_t) = E(u_t) \times E(h_t) = 0 \quad \bullet \text{ التوقع غير شرطي:}$$

$$Var(\zeta_t) = \sigma_{\zeta}^2 \quad \bullet \text{ التباين غير شرطي:}$$

أما التوقع و التباين الشرطين للأخطاء فهما على النحو التالي:

$$E(\zeta_t / I_{t-1}) = E(u_t / I_{t-1}) \times E(h_t / I_{t-1}) = 0 \quad \bullet \text{ التوقع شرطي:}$$

$$Var(\zeta_t / I_{t-1}) = Var(u_t / I_{t-1}) \times Var(h_t / I_{t-1}) = Var(h_t / I_{t-1}) = E(h_t^2 / I_{t-1}) = h_t^2 \quad \bullet \text{ التباين شرطي:}$$

$$\text{لان: } Var(u_t / I_{t-1}) = Var(u_t) = \sigma_u^2 = 1$$

$$Var(\zeta_t / I_{t-1}) = h_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \zeta_{t-i}^2$$



و حتى يكون التباين محدود و النموذج مستقر يجب أن يكون:  $\sum_{i=1}^p \alpha_i < 1$

و من خلال هذا التحليل يمكننا القول أن النموذج يحافظ على نفس المسار لان التوقع الشرطي للأخطاء مساوي للتوقع غير الشرطي و هو معدوم. غير أن التباين المشروط لكل المعلومات المتوفرة  $I_{t-1}$  يختلف عن سابقه، فهو غير متجانس و يرتبط بمربعات الأخطاء للفترات السابقة و هذا مقبول جداً في الظواهر المتعلقة بالمالية حيث يكون احتمال المخاطرة يختلف من فترة إلى أخرى بسبب وجود فترات اضطراب مصحوبة بفترات استقرارية بالتناوب.

و كمثال نفترض صيرورة  $Y$  و بأخطاء  $\zeta_t$  من نوع  $ARCH(1)$ ، و نكتب:

$$\zeta_t = u_t \times h_t \quad \text{مع أن: } u_t \rightarrow BBN(0,1)$$

$$\text{و يكون: } h_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \zeta_{t-1}^2 \quad \text{مع أن: } \alpha_0 > 0 \wedge \alpha_1 \geq 0$$

$$\zeta_t = u_t \times \sqrt{\alpha_0 + \alpha_1 \zeta_{t-1}^2}$$

و يكون التوقع و التباين غير شرطين للأخطاء على النحو التالي:

$$E(\zeta_t) = E(u_t) \times E(h_t) = 0 \quad \bullet \text{ التوقع غير شرطي:}$$

$$Var(\zeta_t) = \sigma_{\zeta}^2 = E(\zeta_t^2) = E(u_t^2 \times (\alpha_0 + \alpha_1 \zeta_{t-1}^2)) = E(u_t^2) \times E(\alpha_0 + \alpha_1 \zeta_{t-1}^2) \quad \bullet \text{ التباين غير شرطي:}$$

$$\text{و لدينا على أساس الفرض أن: } Var(u_t) = \sigma_u^2 = E(u_t^2) = 1$$

كما أن التباين غير شرطي للأخطاء  $\zeta_t$  ثابت و لا يرتبط بالزمن أي أن:  $E(\zeta_t^2) = E(\zeta_{t-i}^2)$ ، يكون:

$$Var(\zeta_t) = \alpha_0 + \alpha_1 E(\zeta_{t-1}^2) \Rightarrow Var(\zeta_t) = \alpha_0 / (1 - \alpha_1)$$

أي أن التوقع و التباين غير شرطين للأخطاء لا يرتبطان بالزمن.

أما التوقع و التباين الشرطين للأخطاء فهما على النحو التالي:

$$E(\zeta_t / I_{t-1}) = E(u_t / I_{t-1}) \times E(h_t / I_{t-1}) \quad \bullet \text{ التوقع شرطي:}$$

$$I_{t-1} = (\zeta_{t-1}, \zeta_{t-2}, \dots) \quad \text{لدينا المعلومات المتوفرة هي:}$$

$$E(\zeta_t / (\zeta_{t-1}, \zeta_{t-2}, \dots)) = E(u_t) \times E(h_t / (\zeta_{t-1}, \zeta_{t-2}, \dots)) = E(u_t) \times E\left(\left(\alpha_0 + \alpha_1 \zeta_{t-1}^2\right)^{1/2}\right) = 0$$

$$\text{لان: } E(u_t) = 0$$

$$Var(\zeta_t / (\zeta_{t-1}, \zeta_{t-2}, \dots)) = E(h_t^2 / (\zeta_{t-1}, \zeta_{t-2}, \dots)) = h_t^2 \quad \bullet \text{ التباين شرطي:}$$

$$Var(\zeta_t^2 / (\zeta_{t-1}, \zeta_{t-2}, \dots)) = h_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \zeta_{t-1}^2$$

و حتى يكون التباين محدود و النموذج مستقر يجب أن يكون:  $\sum_{i=1}^p \alpha_i < 1$  أي أن:  $\alpha_1 < 1$

## ملاحظة

يتم تحديد رتبة النماذج  $ARCH(p)$  عن طريق اختبار ARCH المذكور سابقاً، فقيمة التأخير  $p$  هي عدد المعاملات المقبولة في شرح و تفسير مربعات البواقي. غير أن أكبر قيمة يمكننا اعتمادها هي  $p=3$  و عندما تكون القيمة أكبر من 3 فإننا نلجئ إلى نماذج GARCH.

## B. نموذج GARCH

يعتبر (Bollerslev, 1986) هو أول من استحدث نماذج GARCH و هي تعميم (Generalized) لنماذج ARCH، و يكتب هذا النموذج على النحو التالي:

$$Y = XB + \zeta$$

$$\zeta_t = u_t \times h_t \quad \text{مع أن: } u_t \rightarrow BBN(0,1)$$

$$h_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \zeta_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j h_{t-j}^2 = \alpha_0 + \alpha(L)\zeta_t^2 + \beta(L)h_t^2 \quad \text{و يكون:}$$

$$\text{حيث أن: } \alpha_0 > 0 \quad \text{و} \quad \alpha_i \wedge \beta_j \geq 0$$

$$\text{و يكون تباين الأخطاء المشروط هو: } \text{Var}(\zeta_t^2 / I_{t-1}) = h_t^2$$

$$\text{أما التوقع الشرطي: } E(\zeta_t / I_{t-1}) = 0$$

و عليه يمكننا القول أن النموذج المدروس ذو أخطاء من نوع  $GARCH(p,q)$ ، و من خلال الصياغة السابقة يمكننا القول أن التباين المشروط مفسر على أساس مربعات الأخطاء و التباين المشروط للفترات السابقة.

و حتى تكون الأخطاء من نوع  $GARCH(p,q)$  مستقرة يجب أن يكون:

$$\sum_{i=1}^p \alpha_i + \sum_{j=1}^q \beta_j < 1 \Leftrightarrow \alpha(1) + \beta(1) < 1$$

## ملاحظات

- لاحظ أن:  $GARCH(p,0) = ARCH(p)$ ؛
- يتم تحديد قيم  $p$  و  $q$  في نماذج  $GARCH(p,q)$  عن طريق (Correlogamme) لدالتي الارتباط الذاتي البسيطة و الجزئية لمربعات بواقي النموذج مثل نماذج ARMA، فالقيمة  $q$  تتحدد من دالة الارتباط البسيط أما القيمة  $p$  فتتحدد على أساس دالة الارتباط الجزئي؛
- عند التأكد من عدم تجانس تباين البواقي نعمل في البداية على نمذجة التباين من نوع ARCH من رتب 1 ثم 2 ثم 3 و في كل مرة نختبر مشكلة عدم ثبات التباين و إذا لم يُصحح مشكل عدم تجانس التباين ننقل إلى نماذج GARCH، و بنفس الطريقة إذا لم يُحل المشكل ننقل إلى طرق أخرى للنمذجة و هذا ما سنراه لاحقاً.

### C. نماذج ARCH-M و GARCH-M

تما استحداث هذا النوع من النماذج من طرف (Engle, Lilien et Robin, 1987) و هي تعتبر امتداد للنماذج السابقة، غير أنها تعمل على إظهار التباين الشرطي كمتغير تفسيري للتوقع الشرطي للظاهرة المدروسة (ARCH in Mean) ARCH-M، و هذا مقبول في اغلب الدراسات المتعلقة بالمالية فالمستوي المتوقع للظاهرة يكون على أساس التقلبات الحاصلة في السلسلة مثل توقعات الأرباح في أسعار الأسهم التي تكون بدلالة التغيرات و الاضطرابات الحاصلة، و يكتب نموذج ARCH-M على النحو التالي:

$$Y = XB + f(h_t^2) + \zeta$$

$$u_t \rightarrow N(0,1) \quad \text{مع أن: } \zeta_t = u_t \times h_t$$

$$h_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \zeta_{t-i}^2 = \alpha_0 + \alpha(L)\zeta_t^2 \quad \text{و يكون:}$$

$$(Y_t / I_{t-1}) \rightarrow N(\mu_t, h_t^2) \quad \text{و يكون التوقع و التباين الشرطيين للسلسلة:}$$

$$\mu_t = E(Y_t / I_{t-1}) = XB + f(h_t^2)$$

$$\text{Var}(Y_t / I_{t-1}) = h_t^2$$

بالنسبة للنموذج GARCH-M فانه يحافظ على نفس الخصائص السابقة مع تغيير عبارة التباين

الشرطي فقط:

$$h_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \zeta_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j h_{t-j}^2 = \alpha_0 + \alpha(L)\zeta_t^2 + \beta(L)h_t^2$$

### D. نموذج IGARCH

تما استحداث هذا النوع من النماذج من طرف (Engle et Bollerslev, 1987) و التي تهدف إلى نمذجة كل تأثيرات الصمود في التباين، و التي تعني أن حدوث صدمة في التباين الشرطي للفترة الحالية يؤدي إلى استمرار هذه الصدمة للفترات المستقبلية.

و هذه الظاهرة إحصائياً تعني و جود جذر وحدة في كثير الحدود:  $[\alpha(L) + \beta(L)]$  ضمن التباين

الشرطي:

$$h_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \zeta_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j h_{t-j}^2 = \alpha_0 + \alpha(L)\zeta_t^2 + \beta(L)h_t^2$$

أي حتى يمكننا القول أن النموذج GARCH متكامل (Integrated) IGARCH يجب أن يكون:

$$\sum_{i=1}^p \alpha_i + \sum_{j=1}^q \beta_j = 1$$

### E. نماذج GARCH-DM، GARCH-DLM

اقترح كل من (Cocco et Paruolo, 1987) نوع من النماذج يعتمد على إدراج معدل نمو التقلبات الحاصلة في السلسلة (و ليس قيمة التقلبات في حد ذاتها) كمتغير تفسيري للقيمة المتوقعة للظاهرة المدروسة GARCH-DM (Difference in Mean)، و بالتالي استعمال الفرق الأولى للتباين الشرطي كمتغير تفسيري للتوقع الشرطي للسلسلة، و نكتب النموذج GARCH-DM على النحو التالي:

$$Y = XB + f(h_t^2 - h_{t-1}^2) + \zeta$$

يمكننا أيضاً إدراج الآثار الماضية للتقلبات الحاصلة في السلسلة ضمن التوقع الشرطي للظاهرة المدروسة GARCH-DLM (Distributed Lag in Mean) و نكتب النموذج على النحو التالي:

$$Y = XB + \nabla(L)(h_t^2 - h_{t-1}^2) + \zeta$$

و على الرغم من أن هذا النوع من النمذجة قدم لنا أول إسهام في صياغة عدم تجانس التباين إلا انه واجه العديد من الانتقادات، نذكر منها:

- إن النمذجة الخطية تفترض أن البواقي الموجبة أو السالبة لها نفس التأثير على المتغير التابع، وذلك لأنها متعلقة بمربعات البواقي للفترة السابقة. لكن في الواقع بعض السلاسل الزمنية تستجيب حتماً لتغير إشارة البواقي عكس فرض النموذج خاصة منها السلاسل المالية .
- هذا النوع من النمذجة لا يمدنا إلا بالتغيرات الميكانيكية التي تحدث في التباين المشروط، ولا يبين الأسباب الدافعة لهاته التغيرات.
- تطبيقياً تما التأكيد من أن النماذج الخطية غير قادرة على استيعاب كل التغيرات التي تطرأ في السلسلة الزمنية، وذلك بسبب أنها تستجيب بصفة متباطئة للتغيرات المعزولة لبواقي السلسلة الزمنية.

### 2.6. النماذج غير خطية

أما النمذجة غير خطية لعدم تجانس التباين فتعتمد على الصياغة غير المتناظرة مع الأخذ في الحسبان إشارة و طول فترة التأخير بالنسبة للأخطاء في عملية النمذجة، و من أهم النماذج غير الخطية نذكر: TARCH، TGARCH و EGARCH، و فيما يلي سنتناول هذه النماذج بشكل من التفصيل:

#### A. نموذج TARCH

يسمى هذا النوع من النماذج بنماذج ذات العتبة TARCH (Threshold) و المستحدثة من طرف (Engle et Bollerslev, 1986)، و تعتمد هذه الصياغة على فكرة أن استجابة التباين الشرطي في حالة الصدمات العشوائية ذات القيمة السالبة ( $\zeta_t^-$ ) تختلف عن الاستجابة في حالة الصدمات العشوائية ذات القيمة الموجبة ( $\zeta_t^+$ ) و هذا ما يلغي فرضية التناظر في النماذج السابقة. أي انه يجب شرح التباين على أساس تجزئة الأخطاء على حسب الإشارة و هذا مقبول على اعتبار أن استجابة العديد من الظواهر في حالة حدوث صدمة يختلف على حسب الاضطراب السابق هل هو بالزيادة أو بالنقصان.

فمثلاً حدوث انخفاض في قيمة الأسهم يؤدي إلى ارتفاع نسبة الاستدانة متبوعاً بارتفاع في مخاطر الإفلاس الذي يحدث بسبب تزايد في سرعة التقلبات المستقبلية، مما يعني وجود علاقة عكسية بين المردودية الحالية للأسهم و المخاطر المستقبلية. و هذا يثبت أن لإشارة الصدمات الحاصلة اثر في تحديد التقلبات المستقبلية أي التباين الشرطي و بالتالي يلغي فرضية التناظر و تصبح النماذج غير خطية و فير متناظرة الأكثر ملائمة لهذا النوع من النماذج. و عليه يكتب التباين الشرطي على النحو التالي:

$$h_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i^+ (\zeta_{t-i}^+)^2 - \sum_{i=1}^p \alpha_i^- (\zeta_{t-i}^-)^2 \quad ; \quad \zeta_{t-i}^+ = \max(\zeta_t, 0) \quad ; \quad \zeta_{t-i}^- = \min(\zeta_t, 0)$$

$$\alpha_0 > 0 \quad ; \quad \alpha_i^+ \geq 0 \quad ; \quad \alpha_i^- \geq 0$$

### B. نموذج TGARCH

و لقد تم تعميم النموذج TARCH من طرف (Rabemananjara et Zakoian, 1991) ليصبح التباين الشرطي للنماذج TGARCH على النحو التالي:

$$h_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i^+ (\zeta_{t-i}^+)^2 - \sum_{i=1}^p \alpha_i^- (\zeta_{t-i}^-)^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j h_{t-j}^2 \quad ; \quad \beta_j \geq 0$$

و هذه الصياغة تعني أن التباين الشرطي يتأثر بإشارة الصدمات الحاصلة و بمدى هذه الصدمات.

### C. نموذج EGARCH

يسمى هذا النوع من النماذج بالنماذج الأسية (Exponential) EGARCH و التي تما استحدثتها من طرف (Nelson, 1991)، و تعتمد هذه النماذج على فكرة أن إلغاء فرضيتي التناظر و الصياغة الخطية للتباين الشرطي عن طريق نمذجة التباين الشرطي على الشكل الآسي مع عدم و جود قيود على إشارة المعاملات  $\alpha_i$  و  $\beta_j$ ، و نكتب:

$$\ln(h_t^2) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i [\gamma Z_{t-i} + \lambda (|Z_{t-i}| + E(|Z_{t-i}|))] + \sum_{j=1}^q \beta_j \ln(h_{t-j}^2) \quad ; \quad Z_{t-i} = \frac{\zeta_{t-i}}{h_{t-i}}$$

حيث أن: Ln تمثل اللوغاريتم النيبيري، و المعاملات  $\gamma$  و  $\lambda$  تحدد آثار إشارة الصدمات و مداها على التوالي،  $Z_{t-i}$  تعبر عن نسبة الصدمات إلى الانحراف المعياري المشروط لنفس الفترة.

#### ملاحظة

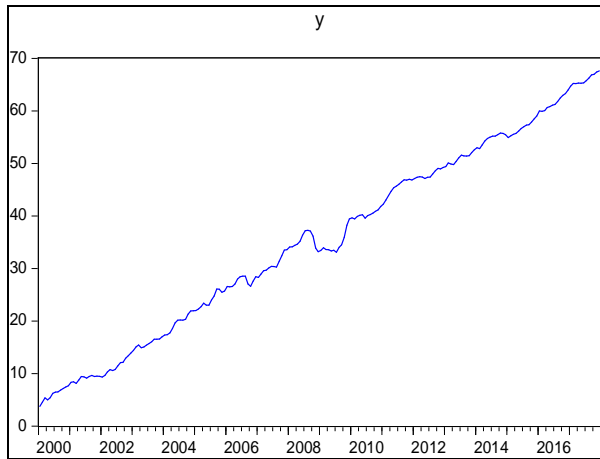
إن عملية نمذجة عدم ثبات التباين الشرطي التي تطرقنا لها في هذا الفصل لا تقتصر على النماذج التي تما ذكرها فقط بل يوجد العديد من النماذج الأخرى، و يعتبر هذا المجال غني جداً بالأبحاث الحديثة و ذلك لأهمية مشكلة عدم ثبات التباين.

## سلسلة التمارين (7)

بغرض التنبؤ بحجم المبيعات الشهرية لدى شركة متخصصة في إنتاج المواد الغذائية بإحدى ولايات الوطن (الوحدة بالمليون دينار) للسداسي الأول من عام 2018، نعمل في البداية على بناء نموذج للسلسلة المدروسة خلال الفترة من شهر جانفي 2000 إلى غاية ديسمبر 2017 بعدد مشاهدات قدره 216 و نسمي السلسلة الخام بـ  $Y$  و نسجل المراحل التالية:

### الفرع (1): تحليل بيانات السلسلة و دراسة استقراريتها

بهدف تتبع تطور السلسلة المدروسة  $Y$  و تحليل مركبتها نقترح العنصرين التاليين:



Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.985	0.985	212.63	0.000
		2	0.971	-0.010	419.89	0.000
		3	0.956	0.004	621.99	0.000
		4	0.941	-0.019	818.82	0.000
		5	0.927	-0.001	1010.5	0.000
		6	0.913	0.005	1197.3	0.000
		7	0.899	-0.005	1379.2	0.000
		8	0.884	-0.014	1556.2	0.000
		9	0.870	-0.010	1728.3	0.000
		10	0.855	-0.009	1895.6	0.000
		11	0.841	-0.014	2058.0	0.000
		12	0.826	-0.003	2215.6	0.000
		13	0.813	0.016	2368.8	0.000
		14	0.799	0.004	2517.7	0.000
		15	0.786	-0.013	2662.3	0.000
		16	0.772	-0.003	2802.6	0.000
		17	0.759	0.001	2938.9	0.000
		18	0.746	-0.010	3071.1	0.000
		19	0.732	-0.018	3199.2	0.000
		20	0.718	-0.009	3323.2	0.000
		21	0.705	-0.010	3443.1	0.000
		22	0.691	-0.010	3559.0	0.000
		23	0.677	-0.012	3670.8	0.000
		24	0.663	-0.014	3778.7	0.000

1. اشرح الشكلين السابقين مع تقديم بعض النتائج المهمة فيما يتعلق بمركبات السلسلة المدروسة و مدى استقراريتها؛

و بغرض اختبار استقرارية السلسلة  $Y$  استعملنا الاختبارين ديكي فولر المطور ADF و فليبيس بيرون PP مع استعمال الاختيار الآلي و معيار AIC في تحديد عدد التأخيرات اللازمة لتصحيح الارتباط الذاتي و عدم ثبات التباين المحتمل في بواقي نماذج جذر الوحدة، و الجدول الموجود على اليمين يلخص نتائج اختبارات جذر الوحدة بالنسبة للنماذج الثلاثة لكلي الاختبارين، أما العنصر الموجود على اليسار فيمثل دالتي الارتباط الذاتي البسيطة و الجزئية للسلسلة  $DY$ :

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.391	0.391	33.295	0.000
		2	-0.032	-0.218	33.522	0.000
		3	-0.081	0.025	34.957	0.000
		4	-0.003	0.024	34.959	0.000
		5	-0.061	-0.108	35.786	0.000
		6	-0.048	0.031	36.297	0.000
		7	-0.030	-0.037	36.498	0.000
		8	-0.071	-0.078	37.628	0.000
		9	-0.037	0.036	37.931	0.000
		10	0.056	0.047	38.642	0.000
		11	-0.047	-0.141	39.157	0.000
		12	-0.507	-0.533	98.291	0.000
		13	-0.365	0.078	129.07	0.000
		14	-0.062	-0.054	129.96	0.000
		15	0.182	0.188	137.70	0.000
		16	0.157	0.049	143.45	0.000
		17	0.120	-0.007	146.84	0.000
		18	0.060	-0.005	147.69	0.000
		19	0.041	-0.002	148.09	0.000
		20	-0.008	-0.119	148.11	0.000
		21	-0.011	-0.015	148.14	0.000
		22	-0.068	-0.026	149.27	0.000
		23	-0.174	-0.160	156.61	0.000
		24	-0.021	-0.216	156.72	0.000

	At Level	PP	ADF
		Y	Y
With Constant	t-Statistic	-0.1128	0.4393
	Prob.	<b>0.9454</b>	0.9842
		n0	n0
With Constant & Trend	t-Statistic	-3.5729	-2.5441
	Prob.	<b>0.0345</b>	0.3067
		**	n0
Without Constant & Trend	t-Statistic	5.8567	3.7878
	Prob.	<b>1.0000</b>	1.0000
		n0	n0
	<b>At First Difference</b>		
		d(Y)	d(Y)
With Constant	t-Statistic	-9.2751	-4.6290
	Prob.	<b>0.0000</b>	0.0002
		***	***
With Constant & Trend	t-Statistic	-9.2505	-4.6411
	Prob.	<b>0.0000</b>	0.0012
		***	***
Without Constant & Trend	t-Statistic	-7.6291	-1.5514
	Prob.	<b>0.0000</b>	0.1133
		***	

Notes: (\*)Significant at the 10%; (\*\*)Significant at the 5%; (\*\*\*) Significant at the 1%. and (no) Not Significant  
\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

2. اختبر استقرارية السلسلة Y باستعمال ADF و PP؛

3. بالاعتماد على دالتي AC و PAC بالنسبة للسلسلة DY ماذا تستنتج فيما يخص المركبة الموسمية؟

4. اقترح طريقة لتصحيح هذا المشكل.

بعد التأكد من وجود المركبة الموسمية ضمن السلسلة DY، نعمل الآن على إخضاع السلسلة DY للفروق الموسمية من الدرجة S=12 و نسمي السلسلة عندئذ SDY، و الجدولين التاليين يمثلان اختبارات الاستقرارية و دالتي الارتباط الذاتي البسيطة و الجزئية للسلسلة SDY:

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.403	0.403	33.447	0.000
		2	-0.011	-0.207	33.474	0.000
		3	-0.107	-0.023	35.878	0.000
		4	-0.032	0.033	36.097	0.000
		5	-0.064	-0.103	36.951	0.000
		6	-0.033	0.035	37.182	0.000
		7	-0.020	-0.030	37.266	0.000
		8	-0.042	-0.051	37.643	0.000
		9	0.014	0.070	37.683	0.000
		10	0.062	0.017	38.510	0.000
		11	-0.110	-0.198	41.146	0.000
		12	-0.651	-0.663	133.62	0.000
		13	-0.442	0.110	176.34	0.000
		14	-0.104	-0.093	178.74	0.000
		15	0.173	0.187	185.33	0.000
		16	0.179	0.098	192.46	0.000
		17	0.157	-0.010	197.98	0.000
		18	0.074	0.021	199.22	0.000
		19	0.044	-0.037	199.65	0.000
		20	-0.005	-0.141	199.66	0.000
		21	-0.034	-0.045	199.92	0.000
		22	-0.087	-0.013	201.65	0.000
		23	-0.136	-0.200	205.93	0.000
		24	0.126	-0.367	209.63	0.000

	At Level	PP SDY
With Constant	t-Statistic Prob.	-8.7112 0.0000 ***
With Constant & Trend	t-Statistic Prob.	-8.6812 0.0000 ***
Without Constant & Trend	t-Statistic Prob.	-8.7386 0.0000 ***
	At Level	ADF SDY
With Constant	t-Statistic Prob.	-5.0582 0.0000 ***
With Constant & Trend	t-Statistic Prob.	-5.0402 0.0003 ***
Without Constant & Trend	t-Statistic Prob.	-5.0663 0.0000 ***

Notes: (\*) Significant at the 10%; (\*\*) Significant at the 5%; (\*\*\*) Significant at the 1%. and (no) Not Significant  
\*Mackinnon (1996) one-sided p-values.

5. تأكد من أن السلسلة SDY مستقرة؛

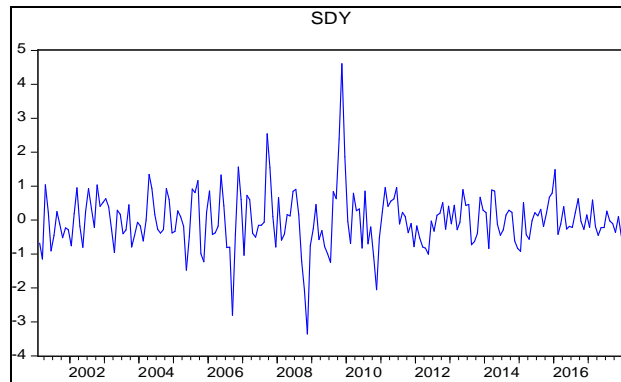
6. ماذا يسمى هذا النوع من النماذج الذي تخضع له السلسلة SDY.

الفرع (2): نمذجة السلسلة المستقرة SDY

بغرض معرفة بعض المعلومات المفيدة قبل البدء في عملية النمذجة للسلسلة SDY نقترح العناصر

التالية:

Dimension	BDS Statistic	Std. Error	z-Statistic	Prob.
2	0.025068	0.005757	4.354541	0.0000
3	0.047606	0.009174	5.189384	0.0000
4	0.060384	0.010953	5.512765	0.0000
5	0.065545	0.011447	5.725933	0.0000
6	0.060772	0.011069	5.490532	0.0000
7	0.052328	0.010170	5.145492	0.0000
8	0.044268	0.009012	4.912200	0.0000
9	0.036185	0.007773	4.655015	0.0000
10	0.029103	0.006566	4.432101	0.0000
11	0.023429	0.005455	4.294641	0.0000
12	0.017945	0.004471	4.013447	0.0001



1. من خلال ملاحظتك للتطور التاريخي للسلسلة SDY المستقرة و المصححة بالنسبة للمركبة الموسمية، ما

هي أهم ملاحظة تسجلها؟

2. باستعمال اختبار BDS، هل مشاهدات السلسلة SDY مستقلة عن بعض، ماذا تستنتج؟

3. بالاعتماد على دالتي الارتباط الذاتي البسيطة و الجزئية للسلسلة SDY اقترح مجموعة من النماذج الممكنة

لبينات عينة الدراسة مع التبرير؛

4. نسجل نتائج تقدير النماذج الممكنة للسلسلة SDY، لخص أهم معايير جودة هذه النماذج في الجدول التالي:

معنوية المعامل	R <sup>2</sup> -Ajust	SCR	قابلية AR للاستقرارية	قابلية MA للقلب	LMV	HQ	SIC	AIC	المعيار النماذج المرشحة

5. ما هو النموذج الذي تراه أكثر ملائمة لبيانات عينة الدراسة؟ برر إجابتك؛

6. إذا كانت السلسلة المدروسة Y تتبع صيرورة من نوع SARIMA(p,d,q) (P,D,Q)<sub>12</sub> ، حدد قيم p ، q ، d ، P ، Q ، D ،

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	0.577394	0.327685	1.762038	0.0796
AR(2)	-0.243350	0.158518	-1.535154	0.1263
MA(1)	-0.095554	0.327357	-0.291894	0.7707
SIGMASQ	0.542320	0.042610	12.72751	0.0000
R-squared	0.199472	Mean dependent var	-0.004724	
Adjusted R-squared	0.187404	S.D. dependent var	0.825110	
S.E. of regression	0.743788	Akaike info criterion	2.266694	
Sum squared resid	110.0910	Schwarz criterion	2.331979	
Log likelihood	-226.0695	Hannan-Quinn criter.	2.293106	
Durbin-Watson stat	1.991118			
Inverted AR Roots	.29+.40i	.29-.40i		
Inverted MA Roots	.10			

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.005335	0.075112	-0.071023	0.9435
AR(1)	0.577386	0.335074	1.723159	0.0864
AR(2)	-0.243312	0.159352	-1.526890	0.1284
MA(1)	-0.095555	0.333787	-0.286276	0.7750
SIGMASQ	0.542305	0.044463	12.19672	0.0000
R-squared	0.199495	Mean dependent var	-0.004724	
Adjusted R-squared	0.183323	S.D. dependent var	0.825110	
S.E. of regression	0.745654	Akaike info criterion	2.276518	
Sum squared resid	110.0879	Schwarz criterion	2.358124	
Log likelihood	-226.0666	Hannan-Quinn criter.	2.309533	
F-statistic	12.33596	Durbin-Watson stat	1.991191	
Prob(F-statistic)	0.000000			
Inverted AR Roots	.29+.40i	.29-.40i		
Inverted MA Roots	.10			

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	0.485919	0.065077	7.466787	0.0000
AR(2)	-0.206596	0.080854	-2.555168	0.0114
SIGMASQ	0.542570	0.042507	12.76439	0.0000
R-squared	0.199103	Mean dependent var	-0.004724	
Adjusted R-squared	0.191094	S.D. dependent var	0.825110	
S.E. of regression	0.742097	Akaike info criterion	2.257297	
Sum squared resid	110.1417	Schwarz criterion	2.306261	
Log likelihood	-226.1156	Hannan-Quinn criter.	2.277106	
Durbin-Watson stat	2.000063			
Inverted AR Roots	.24+.38i	.24-.38i		

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	0.148506	0.159282	0.932348	0.3523
MA(1)	0.327636	0.146470	2.236877	0.0264
SIGMASQ	0.549254	0.042985	12.77767	0.0000
R-squared	0.189237	Mean dependent var	-0.004724	
Adjusted R-squared	0.181129	S.D. dependent var	0.825110	
S.E. of regression	0.746655	Akaike info criterion	2.269377	
Sum squared resid	111.4986	Schwarz criterion	2.318341	
Log likelihood	-227.3418	Hannan-Quinn criter.	2.289186	
Durbin-Watson stat	1.977399			
Inverted AR Roots	.15			
Inverted MA Roots	-.33			

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	0.290831	0.075457	3.854253	0.0002
AR(2)	-0.115191	0.067277	-1.712191	0.0884
AR(12)	-0.678680	0.066209	-10.25056	0.0000
AR(24)	-0.315578	0.066611	-4.737591	0.0000
MA(1)	0.205602	0.063211	3.252651	0.0013
MA(12)	-0.794398	0.348968	-2.276418	0.0239
SIGMASQ	0.133320	0.016293	8.182589	0.0000
R-squared	0.803204	Mean dependent var	-0.004724	
Adjusted R-squared	0.797179	S.D. dependent var	0.825110	
S.E. of regression	0.371594	Akaike info criterion	1.065071	
Sum squared resid	27.06403	Schwarz criterion	1.119320	
Log likelihood	-101.1047	Hannan-Quinn criter.	1.111291	
Durbin-Watson stat	1.951090			
Inverted AR Roots	.94+.18i	.94-.18i	.91+.31i	.91-.31i
	.73+.63i	.73-.63i	.63+.72i	.63-.72i
	.33-.91i	.33+.91i	.19-.93i	.19+.93i
	-.16-.95i	-.16+.95i	-.30-.89i	-.30+.89i
	-.61-.74i	-.61+.74i	-.71+.61i	-.71-.61i
	-.88-.33i	-.88+.33i	-.92-.17i	-.92+.17i
Inverted MA Roots	.97	.83-.49i	.83+.49i	.47-.85i
	.47+.85i	-.02-.98i	-.02+.98i	-.51+.85i
	-.51-.85i	-.87+.49i	-.87-.49i	-1.00

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	0.474399	0.069299	6.845699	0.0000
AR(2)	-0.189418	0.075555	-2.507041	0.0130
AR(12)	-0.349645	0.045724	-7.646923	0.0000
MA(1)	-0.000200	0.105923	-0.001889	0.9985
MA(12)	-0.999800	742.9353	-0.001346	0.9989
SIGMASQ	0.135153	3.433372	0.039364	0.9686
R-squared	0.800499	Mean dependent var	-0.004724	
Adjusted R-squared	0.795435	S.D. dependent var	0.825110	
S.E. of regression	0.373188	Akaike info criterion	1.111099	
Sum squared resid	27.43601	Schwarz criterion	1.209026	
Log likelihood	-106.7766	Hannan-Quinn criter.	1.150717	
Durbin-Watson stat	2.071441			

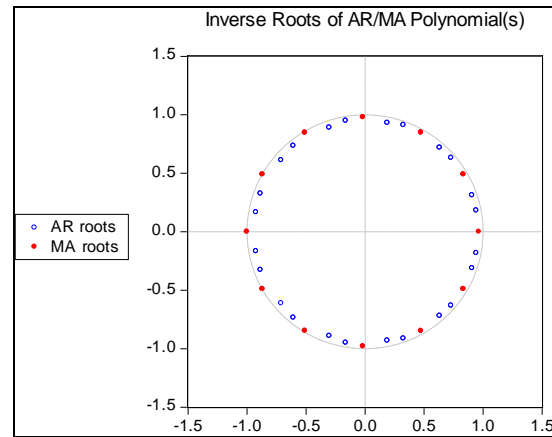
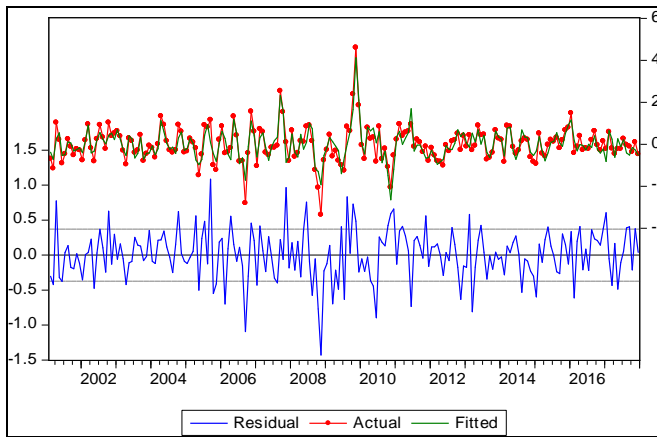


Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	0.274091	0.054137	5.062890	0.0000
AR(24)	-0.443507	0.049721	-8.919983	0.0000
AR(2)	-0.104688	0.058004	-1.804821	0.0726
AR(12)	-0.912570	0.045938	-19.86521	0.0000
SIGMASQ	0.219189	0.015579	14.06959	0.0000
R-squared	0.676452	Mean dependent var	-0.004724	
Adjusted R-squared	0.669916	S.D. dependent var	0.825110	
S.E. of regression	0.474050	Akaike info criterion	1.433957	
Sum squared resid	44.49527	Schwarz criterion	1.515563	
Log likelihood	-140.5466	Hannan-Quinn criter.	1.466971	
Durbin-Watson stat	1.752869			
Inverted AR Roots	.96-.20i	.96+.20i	.92+.31i	.92-.31i
	.74+.65i	.74-.65i	.65+.72i	.65-.72i
	.32-.93i	.32+.93i	.20+.94i	.20-.94i
	-.17+.96i	-.17-.96i	-.30-.90i	-.30+.90i
	-.62+.74i	-.62-.74i	-.72+.63i	-.72-.63i
	-.90-.32i	-.90+.32i	-.94+.18i	-.94-.18i

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	0.357330	0.063639	5.614908	0.0000
AR(12)	-0.388123	0.052063	-7.454901	0.0000
MA(1)	0.113936	0.092124	1.236760	0.2176
MA(12)	-0.886064	1.016169	-0.871965	0.3843
SIGMASQ	0.155115	0.027456	5.649490	0.0000
R-squared	0.771033	Mean dependent var	-0.004724	
Adjusted R-squared	0.766407	S.D. dependent var	0.825110	
S.E. of regression	0.398788	Akaike info criterion	1.170776	
Sum squared resid	31.48829	Schwarz criterion	1.252382	
Log likelihood	-113.8337	Hannan-Quinn criter.	1.203790	
Durbin-Watson stat	1.931852			
Inverted AR Roots	.93-.24i	.93+.24i	.69-.65i	.69+.65i
	.27+.89i	.27-.89i	-.21+.89i	-.21-.89i
	-.63-.65i	-.63+.65i	-.87+.24i	-.87-.24i
Inverted MA Roots	.98	.85+.49i	.85-.49i	.49+.86i
	.49-.86i	-.01+.99i	-.01-.99i	-.50-.86i
	-.50+.86i	-.87+.49i	-.87-.49i	-1.00

### الفرع (3): تقييم النموذج المعتمد لبيانات عينة الدراسة

بغرض اختبار صلاحية النموذج الذي تم اختياره نقترح في البداية العناصر التالية:



1. اختبر المعنوية الفردية للمعامل و المعنوية الكلية للنموذج؛

2. علق على القدرة التفسيرية للنموذج؛

3. اكتب نتيجة التقدير على شكل معادلة خطية؛

4. ادرس استقرارية النموذج و قابليته للقلب.

5. علق على منحني تغير البواقي خلال فترة الدراسة، ما هي أهم ملاحظة تسجلها؟

و بهدف دراسة مدى توافق بواقي النموذج مع الفرضيات الأساسية للنموذج نقترح:

### اختبار ثبات التباين ARCH(3)

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.126388	0.023060	5.480856	0.0000
RESID <sup>2</sup> (-1)	0.052060	0.070783	0.735488	0.4629
RESID <sup>2</sup> (-2)	-0.002746	0.070879	-0.038741	0.9691
RESID <sup>2</sup> (-3)	-0.015035	0.070796	-0.212368	0.8320
R-squared	0.002992	Mean dependent var	0.130973	
Adjusted R-squared	-0.012268	S.D. dependent var	0.234920	
S.E. of regression	0.236357	Akaike info criterion	-0.027153	
Sum squared resid	10.94943	Schwarz criterion	0.038813	
Log likelihood	6.715321	Hannan-Quinn criter.	-0.000458	
F-statistic	0.196066	Durbin-Watson stat	1.991458	
Prob(F-statistic)	0.898989			

### Correlogramme مربعات البواقي

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob.
1	0.054	0.054	0.5902	0.442	
2	-0.002	-0.005	0.5915	0.744	
3	-0.015	-0.015	0.6407	0.887	
4	0.070	0.071	1.6547	0.799	
5	0.175	0.168	8.0739	0.152	
6	-0.016	-0.033	8.1256	0.229	
7	0.090	0.099	9.8646	0.196	
8	-0.036	-0.046	10.137	0.256	
9	0.093	0.079	12.000	0.213	
10	-0.042	-0.080	12.386	0.260	
11	0.121	0.135	15.542	0.159	
12	0.310	0.286	36.474	0.000	
13	-0.063	-0.096	37.355	0.000	
14	0.053	0.051	37.974	0.001	
15	-0.049	-0.031	38.498	0.001	
16	0.027	-0.075	38.661	0.001	
17	-0.019	-0.093	38.745	0.002	
18	-0.029	-0.023	38.931	0.003	
19	0.089	0.070	40.730	0.003	
20	-0.014	0.001	40.777	0.004	
21	0.087	0.062	42.498	0.004	
22	-0.070	-0.009	43.610	0.004	
23	0.045	-0.054	44.072	0.005	
24	0.077	-0.003	45.468	0.005	

### Correlogramme البواقي

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob.
1	0.022	0.022	0.1028		
2	0.002	0.001	0.1033		
3	0.004	0.003	0.1059		
4	0.069	0.069	1.1081		
5	-0.100	-0.104	3.2267		
6	-0.063	-0.059	4.0548		
7	-0.004	-0.001	4.0587	0.044	
8	-0.062	-0.067	4.8820	0.087	
9	-0.042	-0.025	5.2578	0.154	
10	-0.039	-0.039	5.5791	0.233	
11	0.104	0.096	7.9252	0.160	
12	-0.104	-0.107	10.261	0.114	
13	0.028	0.026	10.432	0.165	
14	-0.053	-0.067	11.057	0.198	
15	0.139	0.124	15.363	0.081	
16	0.023	0.039	15.483	0.115	
17	0.051	0.036	16.068	0.139	
18	0.025	0.019	16.214	0.162	
19	0.054	0.039	16.873	0.205	
20	-0.061	-0.061	17.726	0.220	
21	-0.026	-0.003	18.775	0.269	
22	0.028	0.016	18.057	0.321	
23	-0.090	-0.056	19.933	0.278	
24	-0.161	-0.157	25.939	0.101	

اختبار ثبات التباين

اختبار ثبات التباين White

اختبار ثبات التباين ARCH(12)

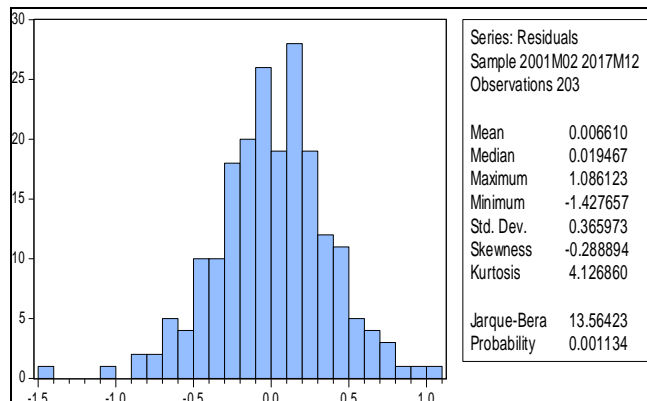
Breusch-Pagan-Godfrey

Heteroskedasticity Test: Breusch-Pagan-Godfrey				
F-statistic	4.458074	Prob. F(18,160)	0.0000	
Obs*R-squared	59.78852	Prob. Chi-Square(18)	0.0000	
Scaled explained SS	93.78698	Prob. Chi-Square(18)	0.0000	
Test Equation:				
Dependent Variable: RESID^2				
Method: Least Squares				
Date: 03/24/18 Time: 15:32				
Sample (adjusted): 2003M02 2017M12				
Included observations: 179 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.103846	0.022689	4.576973	0.0000
SDY(-1)	-0.021818	0.033470	-0.651878	0.5154
SDY(-2)	-0.016152	0.023044	-0.700920	0.4844
SDY(-12)	0.072294	0.043873	1.647811	0.1014
SDY(-24)	0.067230	0.036000	1.857501	0.0637
SDY(-1)^2	-0.063000	0.021760	-2.895258	0.0043
SDY(-2)^2	-0.009991	0.016496	-0.605646	0.5456
SDY(-12)^2	0.005422	0.016123	0.336251	0.7371
SDY(-24)^2	-0.005517	0.011714	-0.470929	0.6383
E	-0.082816	0.046850	-1.767694	0.0790
E(-1)	-0.056280	0.059006	-0.953797	0.3416
E(-12)	0.093407	0.066103	1.413050	0.1596
E(-1)^2	-0.023534	0.087636	-0.268541	0.7886
E(-12)^2	0.275292	0.091102	3.021799	0.0029
SDY(-1)*SDY(-2)	0.093698	0.035726	2.622697	0.0096
SDY(-1)*SDY(-12)	-0.079968	0.034675	-2.306224	0.0224
SDY(-1)*SDY(-24)	-0.118971	0.042337	-2.810079	0.0056
SDY(-2)*SDY(-12)	-0.004816	0.053908	-0.089333	0.9289
SDY(-2)*SDY(-24)	-0.057664	0.048825	-1.181027	0.2393
R-squared	0.334014	Mean dependent var	0.138211	
Adjusted R-squared	0.259091	S.D. dependent var	0.245262	
S.E. of regression	0.211112	Akaike info criterion	-0.172778	
Sum squared resid	7.130922	Schwarz criterion	-0.165548	
Log likelihood	34.48360	Hannan-Quinn criter.	-0.035589	
F-statistic	4.458074	Durbin-Watson stat	1.817573	

Heteroskedasticity Test: White				
F-statistic	12.35109	Prob. F(21,181)	0.0000	
Obs*R-squared	119.5639	Prob. Chi-Square(21)	0.0000	
Scaled explained SS	173.0539	Prob. Chi-Square(21)	0.0000	
Test Equation:				
Dependent Variable: RESID^2				
Method: Least Squares				
Date: 03/24/18 Time: 15:31				
Sample: 2001M02 2017M12				
Included observations: 203				
Collinear test regressors dropped from specification				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.077930	0.014504	5.373158	0.0000
GRADF_01^2	4.43E-05	3.29E-05	0.134590	0.8931
GRADF_01*GRADF_02	1.04E-05	0.000128	0.081136	0.9354
GRADF_01*GRADF_05	-0.022325	0.024121	-0.925517	0.3559
GRADF_01*GRADF_06	-0.117482	0.139480	-0.842287	0.4007
GRADF_01*GRADF_07	-0.002061	0.010962	-0.188016	0.8511
GRADF_02^2	8.79E-06	0.000122	0.071793	0.9428
GRADF_02*GRADF_05	0.021597	0.021550	1.002185	0.3176
GRADF_02*GRADF_06	0.106316	0.122550	0.867528	0.3868
GRADF_02*GRADF_07	0.007122	0.009201	0.773968	0.4400
GRADF_03*GRADF_05	-0.045322	0.028426	-1.594380	0.1126
GRADF_03*GRADF_06	-0.239457	0.161706	-1.480816	0.1404
GRADF_03*GRADF_07	0.012755	0.010565	1.207276	0.2289
GRADF_04*GRADF_05	0.005844	0.005466	1.069113	0.2864
GRADF_04*GRADF_06	0.026009	0.031381	0.828803	0.4083
GRADF_04*GRADF_07	0.003929	0.002656	1.478948	0.1409
GRADF_05^2	0.027510	0.016897	1.647549	0.1012
GRADF_05*GRADF_06	0.277396	0.186312	1.488881	0.1383
GRADF_05*GRADF_07	-0.019870	0.012100	-1.625577	0.1058
GRADF_06^2	0.693912	0.519493	1.335749	0.1833
GRADF_06*GRADF_07	-0.106449	0.065988	-1.613158	0.1085
GRADF_07^2	0.012428	0.004683	2.653874	0.0087
R-squared	0.588985	Mean dependent var	0.133320	
Adjusted R-squared	0.541298	S.D. dependent var	0.235513	

Heteroskedasticity Test: ARCH				
F-statistic	2.817827	Prob. F(12,178)	0.0015	
Obs*R-squared	30.49120	Prob. Chi-Square(12)	0.0024	
Test Equation:				
Dependent Variable: RESID^2				
Method: Least Squares				
Date: 03/24/18 Time: 15:30				
Sample (adjusted): 2002M02 2017M12				
Included observations: 191 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.058760	0.030965	1.897601	0.0594
RESID^2(-1)	0.030361	0.071868	0.422464	0.6732
RESID^2(-2)	-0.020369	0.071347	-0.285488	0.7756
RESID^2(-3)	-0.024088	0.071083	-0.338872	0.7351
RESID^2(-4)	0.050503	0.070762	0.778147	0.4375
RESID^2(-5)	0.159823	0.070588	2.264159	0.0248
RESID^2(-6)	-0.036316	0.071475	-0.508096	0.6120
RESID^2(-7)	0.049371	0.071514	0.690360	0.4909
RESID^2(-8)	-0.058173	0.070710	-0.822702	0.4118
RESID^2(-9)	0.087860	0.070829	1.240450	0.2164
RESID^2(-10)	-0.077623	0.070340	-1.103541	0.2713
RESID^2(-11)	0.111525	0.070635	1.578997	0.1161
RESID^2(-12)	0.287763	0.071325	4.034549	0.0001
R-squared	0.159640	Mean dependent var	0.134684	
Adjusted R-squared	0.102986	S.D. dependent var	0.239513	
S.E. of regression	0.226845	Akaike info criterion	-0.063466	
Sum squared resid	9.159623	Schwarz criterion	0.157893	
Log likelihood	19.06097	Hannan-Quinn criter.	0.026195	
F-statistic	2.817827	Durbin-Watson stat	1.940808	
Prob(F-statistic)	0.001480			

Hypothesis Testing for RESID		
Date: 03/28/18 Time: 22:54		
Sample (adjusted): 2001M02 2017M12		
Included observations: 203 after adjustments		
Test of Hypothesis: Mean = 0.000000		
Sample Mean = 0.006610		
Sample Std. Dev. = 0.365973		
Method	Value	Probability
t-statistic	0.257341	0.7972



6. اختبر إمكانية وجود ارتباط ذاتي ضمن بواقي النموذج؟
7. اختبر ثبات تباين البواقي؛
8. اختبر فرضية أن متوسط البواقي معدوم؟
9. هل بواقي النموذج تمثل تشويش ابيض؟
10. اختبر فرضيتي التناظر و التقلطح بالنسبة لسلسلة البواقي، ثم استنتج هل سلسلة البواقي تخضع للتوزيع الطبيعي؟
11. باستعمال الخواص السابقة لتوزيع البواقي، ماذا تستنتج؛
12. هل يمكنك اعتبار النموذج المعتمد قابل للتنبؤ؟



النموذج (8)

GARCH = C(7)*RESID(-1)^2 + (1 - C(7))*GARCH(-1)				
Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
@SQRT(GARCH)	1.79E-23	9.76E-24	1.830859	0.0671
AR(1)	0.162183	0.100231	1.618082	0.1056
AR(2)	-0.179658	0.095918	-1.873038	0.0611
AR(12)	-0.771971	0.120662	-6.397782	0.0000
AR(24)	-0.401286	0.132466	-3.029363	0.0025
MA(1)	7.10E+22	1.31E+22	5.413130	0.0000
Variance Equation				
RESID(-1)^2	0.145195	0.073215	1.983131	0.0474
GARCH(-1)	0.854805	0.073215	11.67531	0.0000
R-squared	1.000000	Mean dependent var	-0.004724	
Adjusted R-squared	1.000000	S.D. dependent var	0.825110	
S.E. of regression	1.67E-23	Akaike info criterion	-102.0015	
Sum squared resid	5.47E-44	Schwarz criterion	-101.8873	
Log likelihood	10360.16	Hannan-Quinn criter.	-101.9553	
Durbin-Watson stat	0.295421			

النموذج (7)

GARCH = C(6)*RESID(-1)^2 + (1 - C(6))*GARCH(-1)				
Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
AR(1)	0.215661	0.040570	5.315734	0.0000
AR(2)	0.137142	0.032527	4.216187	0.0000
AR(12)	-0.419475	0.014861	-28.22715	0.0000
AR(24)	-0.185853	0.010887	-17.07151	0.0000
MA(12)	-4.8E+148	3.5E+147	-13.84532	0.0000
Variance Equation				
RESID(-1)^2	0.478899	0.017486	27.38734	0.0000
GARCH(-1)	0.521101	0.017486	29.80077	0.0000
R-squared	1.000000	Mean dependent var	-0.004724	
Adjusted R-squared	1.000000	S.D. dependent var	0.825110	
S.E. of regression	1.3E-149	Akaike info criterion	-682.4840	
Sum squared resid	3.3E-296	Schwarz criterion	-682.3861	
Log likelihood	69278.13	Hannan-Quinn criter.	-682.4444	
Durbin-Watson stat	1.624918			

النموذج (10)

LOG(GARCH) = C(8) + C(9)*ABS(RESID(-1))/SQRT(GARCH(-1)) + C(10)*RESID(-1)/SQRT(GARCH(-1)) + C(11)*LOG(GARCH(-1))				
Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
LOG(GARCH)	-1.11E-07	3.97E-08	-2.799460	0.0051
AR(1)	0.163035	0.023664	6.889500	0.0000
AR(2)	-0.093858	0.018177	-5.163619	0.0000
AR(12)	-0.819080	0.040348	-20.30050	0.0000
AR(24)	-0.469963	0.045844	-10.25126	0.0000
MA(1)	6988.532	1917.876	3.643893	0.0003
MA(12)	-41166.08	2910.425	-14.14435	0.0000
Variance Equation				
C(8)	-4.861569	1.205700	-4.032155	0.0001
C(9)	-0.308136	0.031750	-9.705054	0.0000
C(10)	-0.435494	0.026723	-16.29652	0.0000
C(11)	0.777377	0.053966	14.40497	0.0000
R-squared	1.000000	Mean dependent var	-0.004724	
Adjusted R-squared	1.000000	S.D. dependent var	0.825110	
S.E. of regression	1.25E-05	Akaike info criterion	-13.47603	
Sum squared resid	3.05E-08	Schwarz criterion	-13.29650	
Log likelihood	1378.817	Hannan-Quinn criter.	-13.40340	
Durbin-Watson stat	1.618232			

النموذج (9)

LOG(GARCH) = C(7) + C(8)*ABS(RESID(-1))/SQRT(GARCH(-1)) + C(9)*RESID(-1)/SQRT(GARCH(-1)) + C(10)*LOG(GARCH(-1))				
Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
AR(1)	0.163932	0.019007	8.624862	0.0000
AR(2)	-0.055147	0.011900	-4.634110	0.0000
AR(12)	-0.800756	0.037291	-21.47310	0.0000
AR(24)	-0.490657	0.036409	-13.47628	0.0000
MA(1)	20502.11	4062.079	5.047195	0.0000
MA(12)	-104742.0	7431.061	-14.09517	0.0000
Variance Equation				
C(7)	-4.988326	0.739898	-6.741908	0.0000
C(8)	-0.307077	0.019111	-16.06793	0.0000
C(9)	-0.430555	0.020305	-21.20445	0.0000
C(10)	0.786074	0.030627	25.66642	0.0000
R-squared	1.000000	Mean dependent var	-0.004724	
Adjusted R-squared	1.000000	S.D. dependent var	0.825110	
S.E. of regression	4.88E-06	Akaike info criterion	-14.78640	
Sum squared resid	4.69E-09	Schwarz criterion	-14.62318	
Log likelihood	1510.819	Hannan-Quinn criter.	-14.72037	
Durbin-Watson stat	1.707553			

النموذج (12)

LOG(GARCH) = C(7) + C(8)*ABS(RESID(-1))/SQRT(GARCH(-1)) + C(9)*RESID(-1)/SQRT(GARCH(-1)) + C(10)*LOG(GARCH(-1))				
Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
LOG(GARCH)	1.09E-08	2.17E-09	5.035497	0.0000
AR(1)	0.389903	0.022081	17.65785	0.0000
AR(2)	-0.152309	0.017757	-8.577406	0.0000
AR(12)	-0.573490	0.020319	-28.22472	0.0000
MA(1)	-93480.72	12150.35	-7.693664	0.0000
MA(12)	-342584.8	24278.75	-14.11048	0.0000
Variance Equation				
C(7)	-4.916965	0.039273	-125.1985	0.0000
C(8)	-0.218800	0.030941	-7.071547	0.0000
C(9)	-0.459525	0.024568	-18.70427	0.0000
C(10)	0.806746	1.0E-103	8.1E+102	0.0000
R-squared	1.000000	Mean dependent var	-0.004724	
Adjusted R-squared	1.000000	S.D. dependent var	0.825110	
S.E. of regression	1.68E-06	Akaike info criterion	-14.81777	
Sum squared resid	5.53E-10	Schwarz criterion	-14.65456	
Log likelihood	1514.004	Hannan-Quinn criter.	-14.75174	
Durbin-Watson stat	1.656043			

النموذج (11)

LOG(GARCH) = C(6) + C(7)*ABS(RESID(-1))/SQRT(GARCH(-1)) + C(8)*RESID(-1)/SQRT(GARCH(-1)) + C(9)*LOG(GARCH(-1))				
Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
AR(1)	0.443192	0.025730	17.22487	0.0000
AR(2)	-0.138156	0.025364	-5.446941	0.0000
AR(12)	-0.503716	0.020695	-24.34055	0.0000
MA(1)	-897.5232	112.7109	-7.963056	0.0000
MA(12)	-2903.667	212.2110	-13.68292	0.0000
Variance Equation				
C(6)	-1.919983	0.285646	-6.721557	0.0000
C(7)	-0.114896	0.024571	-4.675999	0.0000
C(8)	-0.332044	0.026694	-12.43872	0.0000
C(9)	0.882811	0.017007	51.90972	0.0000
R-squared	1.000000	Mean dependent var	-0.004724	
Adjusted R-squared	1.000000	S.D. dependent var	0.825110	
S.E. of regression	0.000197	Akaike info criterion	-9.488805	
Sum squared resid	7.69E-06	Schwarz criterion	-9.341914	
Log likelihood	972.1137	Hannan-Quinn criter.	-9.429379	
Durbin-Watson stat	1.804316			

و للمفاضلة بين النماذج السابقة نقترح الجدول التالي و الذي يلخص بعض المعايير المهمة في انتقاء النموذج الأمثل:

معنوية و شروط معالم التباين الشرطي	معنوية معالم النموذج	S C R	L M V	S I C	A I C	إحصائية <sup>4</sup> ARCH-LM		إحصائية اختبار <sup>3</sup> Breusch-Pagan-Godfrey		إحصائية Ljung-BOX لمربعات البواقي <sup>2</sup>		إحصائية Ljung-BOX لللبواقي <sup>1</sup>		المعيار النموذج
						الاحتمال	الإحصائية	الاحتمال	الإحصائية	الاحتمال	الإحصائية	الاحتمال	الإحصائية	
						0.46	11.82	0.03	30.32	0.62	21.27	0.00	42.13	النموذج (1)
						0.91	5.96	0.00	35.10	0.99	10.44	0.00	41.22	النموذج (2)
						1.00	0.07	0.30	18.32	1.00	0.16	0.98	8.41	النموذج (3)
						0.99	2.43	0.00	76.11	1.00	3.47	0.00	63.31	النموذج (4)
						0.56	10.59	0.00	39.05	0.80	17.87	0.00	44.11	النموذج (5)
						1.00	0.45	0.00	126.61	1.00	0.65	0.18	24.34	النموذج (6)
						0.03	22.67	0.00	34.54	0.14	31.35	0.00	100.1	النموذج (7)
						0.17	16.42	0.00	45.65	0.49	23.41	0.00	59.09	النموذج (8)
						1.00	0.09	0.07	27.05	1.00	0.17	0.75	13.63	النموذج (9)
						1.00	0.07	0.06	27.55	1.00	0.16	0.84	12.10	النموذج (10)
						1.00	0.10	0.58	12.26	1.00	0.26	0.34	20.90	النموذج (11)
						1.00	0.08	0.42	14.30	1.00	0.16	0.79	13.76	النموذج (12)

1 و 2 يتم حساب إحصائية Ljung-BOX لللبواقي و مربعات البواقي عند تأخير قدره  $h=24$ ؛

3 يتم استعمال كل المتغيرات التفسيرية في النموذج و مربعات المتغيرات التفسيرية و الجاء بينهم مثنى مثنى لشرح و تفسير التباين المشروط؛

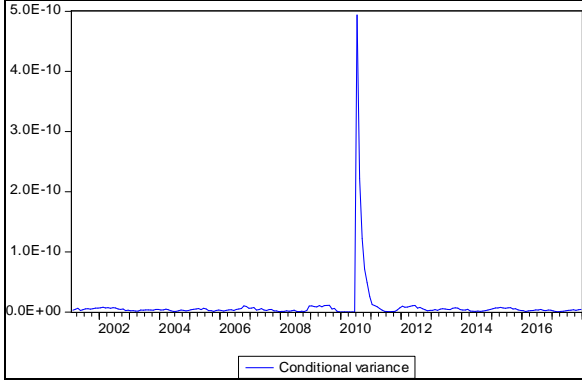
4 يحسب هذا الاختبار عند تأخير قدره  $h=12$  كأكبر حد ممكن.

4. أكمل الجدول أعلاه؛

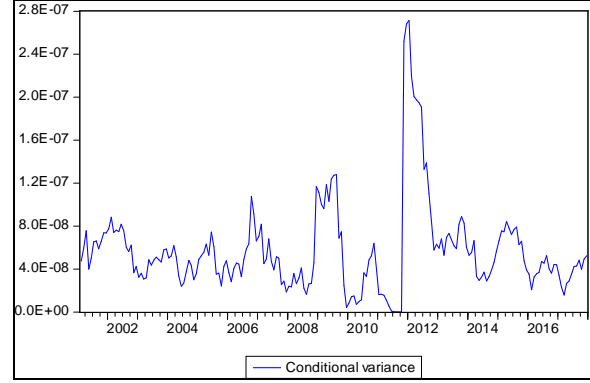
5. باستعمال معايير المفاضلة السابقة حدد النماذج التي تراها مقبولة في شرح و تفسير الظاهرة المدروسة؛

6. قارن بين التباين الشرطي للنموذج (11) و (12).

التباين الشرطي للنموذج (12)



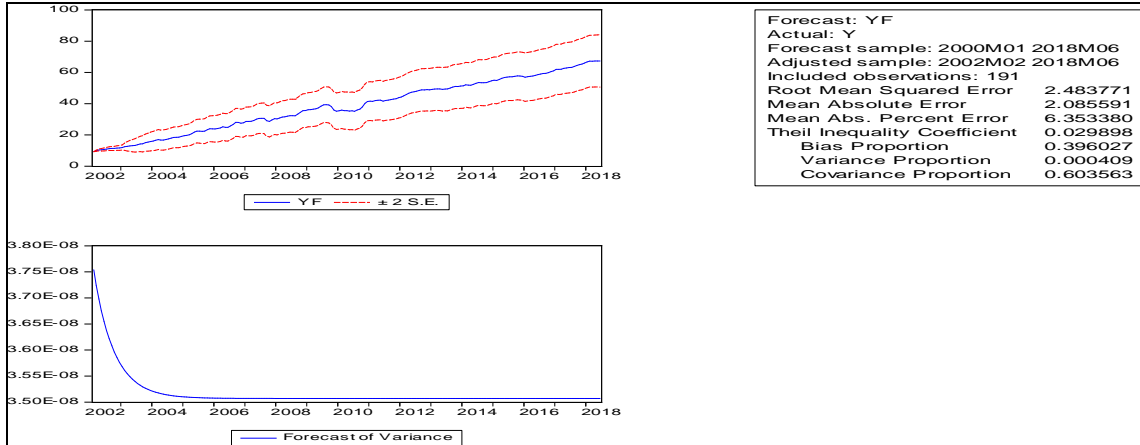
التباين الشرطي للنموذج (11)



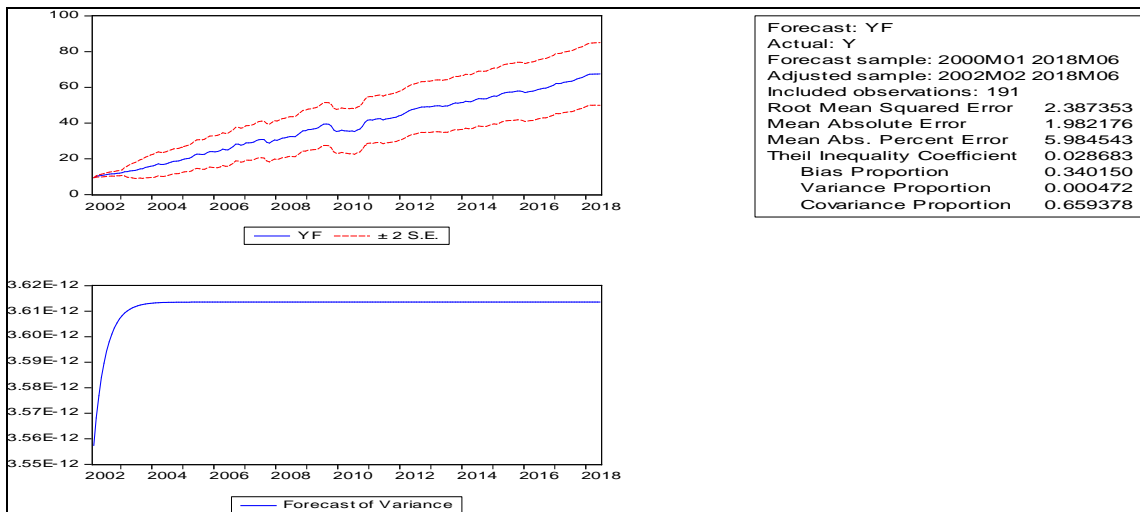
الفرع (5): التنبؤ بالقيم المستقبلية للسلسلة Y للفترة من شهر جانفي 2018 إلى غاية شهر جوان 2018

بعد ترشيح النموذجين 11 و 12 لإجراء عملية التوقع بالقيم المستقبلية للسلسلة Y نسجل النتائج التالية:

التنبؤ باستخدام النموذج (11)



التنبؤ باستخدام النموذج (12)



باستعمال معايير قياس جودة التوقع، من هو النموذج الذي تراها أفضل للتنبؤ بقيم السلسلة Y.

## تصحيح سلسلة التمارين (7)

### الفرع (1): تحليل بيانات السلسلة و دراسة استقراريتها

1. اشرح الشكلين السابقين مع تقديم بعض النتائج المهمة فيما يتعلق بمركبات السلسلة المدروسة و مدى استقراريتها

فيما يتعلق بالتطور التاريخي لسلسلة حجم المبيعات الشهرية للشركة، نلاحظ ان متوسط السلسلة في تزايد مستمر و بوتيرة عالية خلال كل فترة الدراسة و هذا يدل على الطلب المتزايد على منتجات هذه الشركة، و عليه فان هذا التحليل يوحي لنا بوجود مركبة الاتجاه العام ضمن السلسلة و هذا مؤشر على عدم استقراريتها.

أما تحليل دالة الارتباط الذاتي البسيطة للسلسلة المدروسة فيوحي بوجود مركبة الاتجاه العام و بالتالي عدم استقرارية السلسلة، أما فيما يخص المركبة الموسمية فان تحليل دالة الارتباط الذاتي البسيطة لا يظهر وجود المركبة الموسمية بوضوح بسبب إطفاء مركبة الاتجاه العام على ذلك.

### 2. اختبر استقرارية السلسلة Y باستعمال ADF و PP

و عند تطبيق هذه الإستراتيجية يمكننا اعتبار السلسلة Y غير مستقرة حتى عند مستوى معنوية 10% و هذا بسبب وجود جذر الوحدة في النماذج الثلاثة بالنسبة للاختبار ADF و وجود جذر وحدة في النموذجين الأول و الثاني عند مستوى معنوية 5% بالنسبة لاختبار PP، غير أن إخضاع السلسلة Y للفرق الأول DY يجعل منها مستقرة و عند مستوى معنوية 1% فقط بسبب عدم وجود جذر الوحدة في النماذج الثلاثة باستعمال اختبار PP، غير أن استعمال اختبار ADF لنفس السلسلة DY يؤكد على عدم استقراريتها بسبب وجود جذر وحدة في النموذج الأول. و عليه يمكننا القول أن السلسلة DY غير مستقرة.

### 3. بالاعتماد على دالتي AC و PAC بالنسبة للسلسلة DY ماذا تستنتج فيما يخص المركبة الموسمية

من خلال ملاحظة دالة الارتباط الذاتي نسجل وجود ارتباط ذاتي قوي جداً عند التأخير  $h=1$  و  $h=12$  بالنسبة للارتباط البسيط، أما بالنسبة للارتباط الجزئي فعند التأخيرات  $h=1$  و  $h=12$  و  $h=24$ . و هذه التأخيرات كلها من رتب درجة الموسمية مما يوحي بوجود المركبة الموسمية ضمن السلسلة المدروسة DY.

### 4. اقترح طريقة لتصحيح هذا المشكل

على الرغم من تعرفنا على وجود طرق عديدة تساعدنا في تصحيح السلسلة من المركبة الموسمية، يمكننا كذلك إخضاع السلسلة للفروق الموسمية كآلية للتخلص من اثر المركبة الموسمية و جعل السلسلة مستقرة.

### 5. تأكد من أن السلسلة SDY مستقرة

إن السلسلة SDY مستقرة عند مستوى معنوية 1% بسبب عدم وجود جذر وحدة في النماذج الثلاثة و باستعمال الاختبارين ADF و PP.

## 6. ماذا يسمى هذا النوع من النماذج الذي تخضع له السلسلة SDY؟

يسمى هذا النوع من النماذج الذي تخضع له السلسلة SDY بالنماذج الموسمية المختلطة. ويحدث هذا عندما تكون السلسلة المدروسة  $Y$  غير مستقرة و يلزمها عدد من الفروق غير موسمية قدره  $d$  و عدد من الفروق الموسمية قدره  $D$  لجعل السلسلة مستقرة و تكون عندئذ السلسلة  $(\nabla_S^D \nabla^d Y_t)$  مستقرة، و نكتب:

$$X_t = \nabla_S^D \nabla^d Y_t \rightarrow SARMA(p, q) \times (P, Q)_S$$

$$Y_t \rightarrow SARIMA(p, d, q) \times (P, D, Q)_S \quad \text{يكون:}$$

حيث أن  $S$  يعبر عن طول الموسم في حالتنا هذه 12 أما قيم  $(P, Q)$  فتتحدد بنفس طريقة  $(p, q)$  و لكن على حسب عدد تكرارات طول الموسم.

و يعتبر هذا النموذج هو الأعم و الأشمل لأنه يعبر عن دمج العمليتين  $ARIMA(p, d, q)$  و  $SARIMA(P, D, Q)_S$  في نموذج موحد.

### الفرع (2): نمذجة السلسلة المستقرة SDY

1. من خلال ملاحظتك للتطور التاريخي للسلسلة SDY المستقرة و المصححة بالنسبة للمركبة الموسمية، ما هي أهم ملاحظة تسجلها؟

من خلال تتبعنا للتطور التاريخي للسلسلة SDY نلاحظ انه تما التخلص من مركبة الاتجاه العام و المركبة الموسمية من السلسلة الأصلية  $Y$ ، و بالتالي فان السلسلة SDY مستقرة إلا أنها تخضع لتقلبات كبيرة حيث بلغت اكبر قيمة و هي 4.6 بتاريخ 2009/11 وسجلت اقل قيمة و هي -3.4 بتاريخ 2008/11.

2. باستعمال اختبار BDS، هل مشاهدات السلسلة SDY مستقلة عن بعض، ماذا تستنتج؟

### أولا التعريف باختبار BDS

لقد تما اقتراح هذا الاختبار من طرف (Brock, Dechert and Scheinkman, 1987) و هو من أقوى الاختبارات غير معلميه و الذي يركز على الفرضية المعدومة التي تنص على أن مشاهدات السلسلة محل الاختبار مستقلة عن بعض و تخضع لنفس التوزيع ضد الفرضية البديلة التي تعني وجود ارتباط خطي أو غير خطي بين مشاهدات السلسلة، و الإحصائية المحسوبة لهذا الاختبار Z-Stat تتوزع حسب التوزيع الطبيعي. ففي حالة Z-Stat اكبر من 1.96 نرفض الفرضية المعدومة و يعني ذلك وجود علاقة بين مشاهدات السلسلة محل الدراسة و بالتالي وجود ذاكرة تسمح لنا بإمكانية بناء نموذج قياسي انطلاقاً من بيانات السلسلة فقط يصف صيرورة الظاهرة المدروسة و يسمح لنا بالتنبؤ على المدى القصير.

و عند تطبيق اختبار BDS بالنسب للسلسلة SDY أعطى إحصائية محسوبة اكبر من 1.96 بالنسب لكل التأخيرات من 1 إلى 12 كما أن الاحتمال المرافق للإحصائية المحسوبة Z-Stat اقل من 1% مما يسمح لنا برفض الفرضية المعدومة و التأكيد على وجود علاقة بين مشاهدات السلسلة SDY، و عليه نستنتج انه انطلاقاً من بيانات هذه السلسلة يمكننا بناء نموذج يصف صيرورة السلسلة و يسمح لنا بالتنبؤ على المدى القصير.



3. بالاعتماد على دالتي الارتباط الذاتي البسيطة و الجزئية للسلسلة SDY اقترح مجموعة من النماذج الممكنة لبيانات عينة الدراسة مع التبرير؛

بناءً على دالتي الارتباط الذاتي البسيطة و الجزئية للسلسلة SDY يمكننا أن نقترح النماذج التالية:

،ARMA(2,1) ،ARMA(1,1) ،AR(2) ،SARMA(2,1)(1,1)<sub>12</sub> ،SARMA(2,1)(2,1)<sub>12</sub> ،SARMA(1,1)(1,1)<sub>12</sub> و SARMA(2,0)(2,0)<sub>12</sub>.

4. نسجل نتائج تقدير النماذج الممكنة للسلسلة SDY في الصفحة الموالية، لخص أهم معايير جودة النماذج السابقة في الجدول التالي

معنوية المعالم	R <sup>2</sup> -Ajust	SCR	قابلية AR للاستقرارية	قابلية MA للقلب	LMV	HQ	SIC	AIC	المعيار النماذج المرشحة
سيئة	0.18	110.08	مستقر	قابل للقلب	-226.06	2.30	2.35	2.27	ARMA(2,1)
سيئة	0.18	110.09	مستقر	قابل للقلب	-226.06	2.29	2.33	2.26	ARMA(2,1)
متوسطة	0.18	111.49	مستقر	قابل للقلب	-227.34	2.28	2.31	2.26	ARMA(1,1)
جيدة	0.19	110.14	مستقر	/	-226.11	2.27	2.30	2.25	AR(2)
متوسطة	0.79	27.43	/	/	-106.77	1.15	1.20	1.11	SARMA(2,1)(1,1) <sub>12</sub>
جيدة	0.79	27.06	مستقر	قابل للقلب	-101.10	1.11	1.17	1.06	SARMA(2,1)(2,1) <sub>12</sub>
متوسطة	0.76	31.48	مستقر	قابل للقلب	-113.83	1.20	1.25	1.17	SARMA(1,1)(1,1) <sub>12</sub>
جيدة	0.66	44.49	مستقر	/	-140.54	1.46	1.51	1.43	SARMA(2,0)(2,0) <sub>12</sub>

5. ما هو النموذج الذي تراه أكثر ملائمة لبيانات عينة الدراسة؟ برر إجابتك

النموذج الأكثر ملائمة لبيانات عينة الدراسة هو النموذج SARMA(2,1)(2,1)<sub>12</sub> لأنه يعطينا اقل القيم للمعايير: AIC، SIC، HQ و SCR كما انه يعظم كل من LMV و R<sup>2</sup>-Ajust. بالإضافة إلى ذلك فان هذا النموذج قابل للقلب و مستقر و كل معالم النموذج ذات معنوية جيدة.

6. إذا كانت السلسلة المدروسة Y تتبع صيرورة من نوع SARIMA(p,d,q) (P,D,Q)<sub>12</sub> ، حدد قيم p، d، q، D و Q

SARIMA(2,1,1)(2,1,1)<sub>12</sub>

تحديد القيم: p=2، d=1، q=1، P=2، D=1 و Q=1.

### الفرع (3): تقييم النموذج المعتمد لبيانات عينة الدراسة

#### 1. اختبار المعنوية الفردية للمعالم و المعنوية الكلية للنموذج

بالنسبة للمعنوية الفردية لمعالم النموذج فان مقدرات معاملات AR(1)، AR(12)، AR(24) و MA(1) ذات معنوية إحصائية مقبولة عند مستوي معنوية 1% فقط أما معامل MA(12) فذو معنوية إحصائية مقبولة عند مستوى 3% غير أن معامل AR(2) فهو مقبول فقط عند مستوى معنوية 9% و هذا باستعمال اختبار Student. أما عن المعنوية الكلية للنموذج، فعلى أساس عدم وجود ثابت ضمن النموذج وكل المعاملات السابقة مقبولة يمكننا القول أن النموذج ذو معنوية كلية مقبولة عند مستوى 1%.

#### 2. علق على القدرة التفسيرية للنموذج

من خلال التمثيل البياني لاختبار التطابق يمكننا ملاحظة التطابق الكبير بين السلسلة الأصلية (Actual) و المقدر (Fitted)، و هذا من شأنه أن يعطينا فكرة عن مدى أهمية تعبير النموذج المقدر SARMA(2,1)(2,1)<sub>12</sub> على بيانات السلسلة المدروسة، و باستعمال معامل التحديد المصحح R<sup>2</sup> óajusté فان 79% من التغيرات الحاصلة في SDY خلال الفترة من شهر جانفي 2000 إلى غاية شهر ديسمبر 2017 تتحدد ضمن النموذج المعتمد و هي نسبة معتبرة.

#### 3. اكتب نتيجة التقدير على شكل معادلة خطية

بعدما تما اختيار النموذج الأمثل للسلسلة SDY و هو SARMA(2,1)(2,1)<sub>12</sub> و بالاعتماد على نتيجة التقدير السابقة يمكننا صياغة نتيجة التقدير في المعادلة التالية:

$$SDY_t = 0.290 \times SDY_{t-1} - 0.115 \times SDY_{t-2} - 0.678 \times SDY_{t-12} - 0.315 \times SDY_{t-24} + 0.205 \times e_{t-1} - 0.794 \times e_{t-12} + e_t$$

#### 4. ادرس استقرارية النموذج و قابليته للقلب

من خلال نتيجة التقدير السابقة نلاحظ أن مقلوب جذور كثير الحدود المرافق للانحدار الذاتي AR(24) كلها تقع داخل الدائرة الوحدوية و طوليلتها اقل من 1 و بالتالي فان النموذج AR(24) مستقر، أما عن القابلية للقلب فان النموذج AR(24) هو قابل للقلب بالتعريف هذا فيما يخص جزء الانحدار الذاتي، أما جزء الوسط المتحرك MA(12) فهو مستقر بالتعريف و قابل للقلب لان كل جذور كثير الحدود المرافق له تقع داخل دائرة الوحدة، و عليه يمكننا القول أن الصيرورة محل الدراسة SARMA(2,1)(2,1)<sub>12</sub> هي نموذج مستقر و قابل للقلب.

#### 5. علق على منحنى تغير البواقي خلال فترة الدراسة، ما هي أهم ملاحظة تسجلها

من خلال تتبع منحنى تغير البواقي خلال فترة الدراسة نلاحظ أن البواقي تخضع لتغيرات و اضطرابات كبيرة مما يوحي بإمكانية عدم ثبات تباين البواقي.

## 6. اختبر إمكانية وجود ارتباط ذاتي ضمن بواقي النموذج

نلاحظ من خلال دالة الارتباط الذاتي للبواقي، أن معاملات الارتباط الذاتي المحسوبة من أجل الفجوات  $h=24$  كلها معنوياً معدومة (تقع داخل مجال الثقة) ما عدا قيمتي الارتباط البسيط عند التأخير  $h=15$  و  $h=24$  فهي تقع خارج مجال الثقة، و باستعمال الاحتمال المرافق لاختبار Ljung-Box يمكننا قبول الفرضية المعدومة بمستوى معنوية 5% و بالتالي قبول فرضية عدم وجود ارتباط ذاتي ضمن بواقي النموذج. غير انه يمكننا رفض هذه الفرضية عند مستوى معنوية 11% فقط، و هذا دليل على ضعف و هشاشة هذه الفرضية.

## 7. اختبر ثبات تباين البواقي

بالاعتماد على (G. Melard,1992) فان تحليل دالتي الارتباط الذاتي البسيطة و الجزئية لمربعات البواقي يؤكد على أنها ذات معنوية إحصائية معدومة (تقع داخل مجال الثقة) ما عدا عند التأخيرين  $h=5$  و  $h=12$  فهي ذات معنوية إحصائية غير معدومة (تقع خارج مجال الثقة) مما يجعل من الاحتمال المرافق لإحصائية اختبار Ljung-Box اقل من 1% و عليه نرفض الفرضية المعدومة بمستوى معنوية 1% و نؤكد على أن تباين البواقي غير ثابت خلال فترة الدراسة.

و يمكننا كذلك تأكيد هذه النتيجة باستعمال اختبار ARCH و بالاعتماد على الاحتمال المرافق لهذا الاختبار (0.00) و الذي يمكننا من رفض الفرضية المعدومة عند 1% و القول بعدم ثبات تباين البواقي خلال فترة الدراسة.

و باستعمال اختبار White و بالاعتماد على الاحتمال المرافق لهذا الاختبار (0.00) و الذي يمكننا من رفض الفرضية المعدومة عند 1% و القول بعدم ثبات تباين البواقي خلال فترة الدراسة.

كما أن استعمال اختبار Breusch-Pagan-Godfrey و الذي يسمح لنا باختيار كل المتغيرات الممكنة في شرح و تفسير تباين البواقي و بالأس المراد اقتراحه، حيث أننا اقترحنا كل المتغيرات التفسيرية الموجودة في النموذج بالأس 1 و بالأس 2 بالإضافة إلى التوليفات الممكنة بين المتغيرات التفسيرية مثنى مثنى، و الفرضية المعدومة لهذا الاختبار هي أن كل المتغيرات المقترحة في شرح تباين البواقي غير مقبولة و بالتالي التباين ثابت. و عند تطبيق هذا الاختبار كان الاحتمال المرافق للإحصائية المحسوبة هو (0.00) و الذي يمكننا من رفض الفرضية المعدومة عند 1% و القول بعدم ثبات تباين البواقي خلال فترة الدراسة.

و بالتالي فان كل الاختبارات المستعملة تؤكد على أن تباين البواقي غير ثابت أو غير متجانس.

## 8. اختبر فرضية أن متوسط البواقي معدوم؟

بالاعتماد على الاحتمال المرافق للإحصائية المحسوبة t-statistic لاختبار المتوسط و هو 0.79 اكبر من 0.10 كأكبر حد و بالتالي يمكننا قبول الفرضية المعدومة حتى عند 10% و عليه فان متوسط بواقي النموذج معدوم.

## 9. هل بواقي النموذج تمثل تشويش ابيض؟

من خلال النتائج السابقة توصلنا إلى أن بواقي النموذج ليس بها ارتباط ذاتي على الرغم من ضعف و هشاشة هذه الفرضية كما أنها ذات متوسط معدوم غير أنها ذات تباين غير ثابت أو غير متجانس مما يعني أنها ليست تشويش ابيض.

10. اختبر فرضيتي التناظر و التفلطح بالنسبة لسلسلة البواقي، ثم استنتج هل سلسلة البواقي تخضع للتوزيع الطبيعي؟

في البداية نعمل على اختبار كل فرضية على حدي فرضية التناظر و الالتواء (Skewness) ثم فرضية التفلطح (Kurtosis).

➤ اختبار فرضية التناظر و الالتواء (Skewness)

$$V_1 = \frac{|\beta_1^{1/2} - 0|}{\sqrt{6/n}} = \frac{|-0.288 - 0|}{\sqrt{6/203}} = 1.67$$

لدينا إحصائية التناظر و الالتواء هي:

و على أساس أن:  $V_1 = 1.67 < 1.96$  يمكننا قبول الفرضية المعدومة و القول بان سلسلة البواقي متناظرة عند مستوي معنوية 5%.

➤ اختبار فرضية التفلطح (Kurtosis)

$$V_2 = \frac{|\beta_2 - 3|}{\sqrt{24/n}} = \frac{|4.126 - 3|}{\sqrt{24/203}} = 3.27$$

لدينا إحصائية التفلطح هي:

و على اعتبار أن:  $V_2 = 3.27 > 1.96$  يمكننا رفض الفرضية المعدومة و القول بان سلسلة البواقي غير مفلطحة عند مستوي معنوية 5%.

و عليه فان سلسلة البواقي متناظرة و لكن غير مفلطحة و بالتالي فهي لا تخضع للتوزيع الطبيعي.

➤ اختبار (Jareque Bera, 1984)

يعتمد هذا الاختبار على نفس الفرضية المعدومة السابقة، و بدمج الإحصائيتين السابقتين  $V_1 \wedge V_2$  تكون الإحصائية المحسوبة لهذا الاختبار على النحو التالي:

$$S = \frac{n}{6} \beta_1 + \frac{n}{24} (\beta_2 - 3)^2 \rightarrow \chi^2 (2)$$

$$S = \frac{n}{6} \beta_1 + \frac{n}{24} (\beta_2 - 3)^2 = V_1^2 + V_2^2 = 13.48$$

فبمستوي معنوية 5% لدينا:  $S = 13.48 \geq \chi_{0.05}^2 (2) = 5.991$  و عليه نرفض الفرضية المعدومة أي أن سلسلة البواقي لا تخضع للتوزيع الطبيعي. و بالاعتماد كذلك على الاحتمال المرافق لإحصائية JB يمكننا رفض الفرضية المعدومة عند مستوي معنوية 1% و التأكيد على نفس النتيجة السابقة.

11. باستعمال الخواص السابقة لتوزيع البواقي، ماذا تستنتج

من خلال نتائج اختبار التوزيع الطبيعي للبواقي يتضح أن معامل الالتواء او التناظر (Skewness=-0.28) سالب و هذا يدل على أن توزيع البواقي له ذيل طويل بجهة اليسار أي ملتوي نحو

اليسار. كما أن معامل التفلطح (Kurtosis=4.16) أكبر من القيمة 3 المميزة للتوزيع الطبيعي مما يدل على أن البواقي ذات قمة أعلى من قمة التوزيع الطبيعي و عليه فان توزيع البواقي مدبب حيث تكون أطراف التوزيع أكبر سمكاً. وهذه المواصفات توافق حالة عدم تجانس التباين حيث السلسلة تخضع لتقلبات كبيرة دون معرفة اتجاه تغييرها و عندئذٍ تكون الوسيلة الأنجع هي نمذجة عدم تجانس التباين المشروط و التي تمكننا من إبراز الخصائص المميزة لهذه الظاهرة و هي:

✓ و جود قمة أعلى من قمة التوزيع الطبيعي Leptokurtic حيث تكون أطراف أو أذيال التوزيع أكبر سمكاً من التوزيع الطبيعي مما يجعل من القيم غير العادية و الشاذة أكثر تكراراً و هذا يوافق الاضطرابات الحاصلة في السلسلة؛

✓ التقلبات المتجمعة Volatility Clustering؛

✓ كما أن عدم التناظر يكون في بعض الأحيان احد السمات المميزة لهذا النوع من الظواهر.

## 12. هل يمكنك اعتبار النموذج المعتمد قابل للتنبؤ؟

على أساس النتائج المتحصل عليها فان النموذج المعتمد SARMA(2,1)(2,1)<sub>12</sub> مقبول من وجهة إحصائية باستعمال اختباري ستيودنت و فيشر كما انه مستقر و قابل للقلب، بالإضافة إلى ذلك فان بواقي النموذج غير مرتبطة ذاتياً إلى حد ما وذات متوسط معدوم غير أنها ذات تباين غير ثابت مما يعني أنها ليست تشويش ابيض، و بالتالي فان النموذج المقترح غير مقبول و غير قابل للتنبؤ و حتى يكون كذلك يجب نمذجة عدم ثبات تباين البواقي.

الفرع (4): نمذجة عدم ثبات التباين

بالنسبة للنموذج (1)

✓ نوع نموذج السلسلة Y هو SARIMA(2,1,1)(2,1,1)<sub>12</sub> مع أخطاء من نوع: ARCH(1)

✓ كتابة معادلة التباين المشروط:

لدينا في حالة أخطاء من نوع ARCH(p):  $\zeta_t = u_t \times h_t$  مع أن:  $u_t \rightarrow BBN(0,1)$

و يكون: 
$$h_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \zeta_{t-1}^2 + \alpha_2 \zeta_{t-2}^2 + \dots + \alpha_p \zeta_{t-p}^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \zeta_{t-i}^2$$

مع أن:  $\alpha_0 > 0 \wedge \alpha_i \geq 0$

حيث أن  $\zeta_t$  يمثل بواقي النموذج محل الدراسة و  $h_t^2$  يمثل التباين الشرطي.

و حتى يكون التباين محدود و النموذج مستقر يجب أن يكون:  $\sum_{i=1}^p \alpha_i < 1$

و في حالتنا هذه الصيرورة Y مع أخطاء  $\zeta_t$  من نوع ARCH(1)، و نكتب:

يكون:  $h_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \zeta_{t-1}^2$  مع أن:  $\alpha_0 > 0 \wedge 0 \leq \alpha_1 < 1$

$$\zeta_t = u_t \times \sqrt{\alpha_0 + \alpha_1 \zeta_{t-1}^2}$$

و على أساس نتائج تقدير النموذج (1) تكون معادلة التباين الشرطي على النحو التالي:

$$h_t^2 = 2.72 \times 10^{-16} + 2.868 \zeta_{t-1}^2$$

و تكتب بواقي النموذج على النحو:

$$\zeta_t = u_t \times \sqrt{2.72 \times 10^{-16} + 2.868 \zeta_{t-1}^2}$$

### ✓ دراسة معادلة التباين المشروط

من خلال هذا التحليل يمكننا القول أن النموذج يحافظ على نفس المسار لان التوقع الشرطي للأخطاء مساوي للتوقع غير الشرطي و هو معدوم غير أن التباين المشروط لكل المعلومات المتوفرة  $I_{t-1}$  يختلف عن سابقه، فهو غير متجانس و يرتبط بمربع الخطأ للفترة السابقة و بعلاقة موجبة أي في نفس الاتجاه كما أن للأخطاء السالبة أو الموجبة نفس الأثر على التباين الشرطي، بمعنى آخر في هذا النوع من النماذج يكون للصدمة سواءً كانت بالسلب (انخفاض قيم السلسلة) أو بالإيجاب (ارتفاع قيم السلسلة) نفس الأثر على الاضطراب الحاصل و المتجسد في التباين الشرطي للبواقي و هذا ما يعرف بالنماذج المتناظرة.

و من وجهة إحصائية و باستعمال اختبار ستيوندت فان الحد الثابت ذو معنوية إحصائية معدومة حتى عند 10% أما معامل  $\zeta_{t-1}^2$  فذو معنوية إحصائية مقبولة عند 1% و ذو إشارة موجبة. غير أن  $\alpha_1 = 2.868 > 1$  مما يجعل من التباين الشرطي غير محدود و بالتالي فالنموذج غير مستقر. و عليه فان هذا النموذج مرفوض.

### بالنسبة للنموذج (2)

✓ نوع نموذج السلسلة  $Y$  هو  $SARIMA(2,1,1)(2,1,1)_{12}$  مع أخطاء من نوع: ARCH(2)

### ✓ كتابة معادلة التباين المشروط

بنفس الطريقة السابقة تكون عبارة التباين الشرطي:

$$h_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \zeta_{t-1}^2 + \alpha_2 \zeta_{t-2}^2$$

مع أن:  $\alpha_0 > 0 \wedge \alpha_1, \alpha_2 \geq 0$

و حتى يكون التباين محدود و النموذج مستقر يجب أن يكون:  $\alpha_1 + \alpha_2 < 1$

و على أساس نتائج تقدير النموذج (2) تكون معادلة التباين الشرطي على النحو التالي:

$$h_t^2 = 4.50 \times 10^{-16} + 1.452 \zeta_{t-1}^2 + 0.475 \zeta_{t-2}^2$$

### ✓ دراسة معادلة التباين المشروط

في هذا النموذج يكون تباين البواقي الشرطي و غير متجانس مرتبط بمربع الخطأ للفترة السابقة و التي قبلها و بعلاقة موجبة أي في نفس الاتجاه لكلي الفترتين كما أن للأخطاء السالبة أو الموجبة نفس الأثر على التباين الشرطي.

و من وجهة إحصائية و باستعمال اختبار ستيوندت فان الحد الثابت ذو معنوية إحصائية معدومة حتى عند 10% أما معامل  $\zeta_{t-1}^2$  و  $\zeta_{t-2}^2$  فذو معنوية إحصائية مقبولة عند 1% و ذو إشارات موجبة. غير أن  $\alpha_1 + \alpha_2 = 1.927 > 1$  مما يجعل من التباين الشرطي غير محدود و بالتالي فالنموذج غير مستقر. و عليه فان هذا النموذج مرفوض.

### بالنسبة للنموذج (3)

✓ نوع نموذج السلسلة Y هو SARIMA(2,1,0)(2,1,1)<sub>12</sub> مع أخطاء من نوع: ARCH(2)

✓ كتابة معادلة التباين المشروط

$$h_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \zeta_{t-1}^2 + \alpha_2 \zeta_{t-2}^2$$

بنفس الطريقة السابقة تكون عبارة التباين الشرطي

$$\text{مع أن: } \alpha_0 > 0 \wedge \alpha_1, \alpha_2 \geq 0$$

و حتى يكون التباين محدود و النموذج مستقر يجب أن يكون:  $\alpha_1 + \alpha_2 < 1$

و على أساس نتائج تقدير النموذج (3) تكون معادلة التباين الشرطي على النحو التالي:

$$h_t^2 = 4.29 \times 10^{-15} + 1.779 \zeta_{t-1}^2 + 1.204 \zeta_{t-2}^2$$

✓ دراسة معادلة التباين المشروط

في هذا النموذج يكون تباين البواقي الشرطي و غير متجانس مرتبط بمرجع الخطأ للفترة السابقة و التي قبلها و بعلاقة موجبة أي في نفس الاتجاه لكلي الفترتين كما أن للأخطاء السالبة أو الموجبة نفس الأثر على التباين الشرطي. و من وجهة إحصائية و باستعمال اختبار ستيودنت فان الحد الثابت و معاملي  $\zeta_{t-1}^2$  و  $\zeta_{t-2}^2$  ذو معنوية إحصائية مقبولة عند 1% و ذو إشارات موجبة. غير أن  $\alpha_1 + \alpha_2 = 2.983 > 1$  مما يجعل من التباين الشرطي غير محدود و بالتالي فالنموذج غير مستقر. و عليه فان هذا النموذج مرفوض.

### بالنسبة للنموذج (4)

✓ نوع نموذج السلسلة Y هو SARIMA(2,1,0)(2,1,1)<sub>12</sub> مع أخطاء من نوع: GARCH(1,1)

✓ كتابة معادلة التباين المشروط

لدينا في حالة أخطاء من نوع  $GARCH(p, q)$ :  $\zeta_t = u_t \times h_t$  مع أن:  $u_t \rightarrow N(0, 1)$

$$h_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \zeta_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j h_{t-j}^2$$

و يكون:

حيث أن  $\zeta_t$  يمثل بواقي النموذج محل الدراسة و  $h_t^2$  يمثل التباين الشرطي و  $\alpha_i \wedge \beta_j \geq 0$

و حتى يكون التباين محدود و النموذج مستقر يجب أن يكون:  $\sum_{i=1}^p \alpha_i + \sum_{j=1}^q \beta_j < 1$

و من خلال الصياغة السابقة يمكننا القول أن التباين المشروط مفسر على أساس مربعات الأخطاء

و التباين المشروط للفترات السابقة.

و في حالتنا هذه الصيرورة Y مع أخطاء  $\zeta_t$  من نوع GARCH(1,1)

$$\text{يكون: } h_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \zeta_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}^2 \quad \text{مع أن: } \alpha_0 > 0, \alpha_1 \wedge \beta_1 \geq 0$$

و حتى يكون التباين محدود و النموذج مستقر يجب أن يكون:  $\alpha_1 + \beta_1 < 1$

و على أساس نتائج تقدير النموذج (4) تكون معادلة التباين الشرطي على النحو التالي:

$$h_t^2 = 3.79 \times 10^{-5} + 0.099 \zeta_{t-1}^2 - 0.674 h_{t-1}^2$$

### ✓ دراسة معادلة التباين المشروط

و من خلال هذا التحليل يمكننا القول كذلك أن النموذج يحافظ على نفس المسار لان التوقع الشرطي للأخطاء مساوي للتوقع غير الشرطي و هو معدوم غير أن التباين المشروط لكل المعلومات المتوفرة  $I_{t-1}$  يختلف عن سابقه، فهو غير متجانس و يرتبط بمربع الخفاء للفترة السابقة و بعلاقة موجبة أي في نفس الاتجاه وبعلاقة عكسية مع التباين الشرطي للفترة السابقة، كما أن للأخطاء السالبة أو الموجبة نفس الأثر على التباين الشرطي، بمعنى آخر في هذا النوع من النماذج يكون للصدمات سواءاً كانت بالسلب (انخفاض قيم السلسلة) أو بالإيجاب (ارتفاع قيم السلسلة) نفس الأثر على الاضطراب الحاصل و المتجسد في التباين الشرطي للوقاي و هذا ما يعرف بالنماذج المتناظرة.

و من وجهة إحصائية و باستعمال اختبار ستيدونت فان الحد الثابت و معاملي  $\zeta_{t-1}^2$  و  $h_{t-1}^2$  ذو معنوية إحصائية مقبولة عند 1% غير أن إشارة مقدره معامل  $h_{t-1}^2$  سالبة (-0.674) و هذا لا يتوافق مع الطرح النظري مما يجعل من التباين الشرطي غير محدود و بالتالي فالنموذج غير مستقر. و عليه فان هذا النموذج مرفوض.

### بالنسبة للنموذج (5)

✓ نوع نموذج السلسلة Y هو SARIMA(2,1,0)(2,1,1)<sub>12</sub> مع أخطاء من نوع: GARCH(1,1) in Mean

### ✓ كتابة معادلة التباين المشروط

إن نماذج (GARCH(1,1) in Mean) أو GARCH(1,1)-M تعمل على إدراج التباين الشرطي  $h_t^2$  كمتغير تفسيري للتوقع الشرطي للظاهرة المدروسة، و هذا مقبول في الكثير من الدراسات الاقتصادية فالمستوي المتوقع للظاهرة يكون على أساس التقلبات الحاصلة في السلسلة مثل توقعات الأرباح في مبيعات بعض الشركات الاقتصادية التي تكون بدلالة التغيرات و الاضطرابات الحاصلة. أما عبارة التباين الشرطي و شروط النموذج فإنها تبقى توافق النموذج GARCH(1,1).

و في حالتنا هذه الصيرورة Y مع أخطاء  $\zeta_t$  من نوع GARCH(1,1) in Mean

يكون:  $h_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \zeta_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}^2$  مع أن:  $\alpha_0 > 0, \alpha_1 \wedge \beta_1 \geq 0$

و حتى يكون التباين محدود و النموذج مستقر يجب أن يكون:  $\alpha_1 + \beta_1 < 1$

و على أساس نتائج تقدير النموذج (5) تكون معادلة التباين الشرطي على النحو التالي:

$$h_t^2 = 3.47 \times 10^{-17} + 0.169 \zeta_{t-1}^2 + 0.800 h_{t-1}^2$$

### ✓ دراسة معادلة التباين المشروط

و من وجهة إحصائية و باستعمال اختبار ستيدونت فان معاملي  $\zeta_{t-1}^2$  و  $h_{t-1}^2$  ذو معنوية إحصائية مقبولة عند 1% كما أن إشارة مقدرتي  $(\alpha_1 \wedge \beta_1)$  موجبة و هذا يتوافق مع الطرح النظري بالإضافة إلى ذلك فان:  $\alpha_1 + \beta_1 = 0.969 < 1$  مما يجعل من التباين الشرطي محدود و بالتالي فالنموذج مستقر. و بمعنى آخر عندما يكون  $\alpha_1 + \beta_1 < 1$  فان هذا يشير إلى أن اثر الصدمات يتناقص مع مرور الزمن،



فحدوث صدمة في التباين الشرطي الحالي  $h_t^2$  لا يكون لها اثر كبير على التباينات المستقبلية أي أنها تضمحل.

غير أن الاحتمال المرافق لاختبار ستيودنت للحد الثابت هو 0.98 مما يؤكد على أن الحد الثابت ذو معنوية إحصائية معدومة و هذا يعارض الفرضيات الأساسية للنموذج و عليه فان هذا النموذج مرفوض.

### بالنسبة للنموذج (6)

✓ نوع نموذج السلسلة Y هو SARIMA(2,1,0)(2,1,1)<sub>12</sub> مع أخطاء من نوع: TGARCH(1,1)

✓ كتابة معادلة التباين المشروط

تعتمد هذه الصياغة على فكرة أن استجابة التباين الشرطي في حالة الصدمات العشوائية ذات القيمة السالبة ( $\zeta_t^-$ ) تختلف عن الاستجابة في حالة الصدمات العشوائية ذات القيمة الموجبة ( $\zeta_t^+$ ) و هذا ما يلغي فرضية التناظر في النماذج السابقة. أي انه يجب شرح التباين على أساس تجزئة الأخطاء على حسب الإشارة و هذا مقبول على اعتبار أن استجابة العديد من الظواهر الاقتصادية في حالة حدوث صدمة يختلف على حسب الاضطراب السابق هل هو بالزيادة أو بالنقصان.

و عندئذ يكون التباين الشرطي للنماذج TGARCH(p,q) على النحو التالي:

$$h_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i^+ (\zeta_{t-i}^+)^2 - \sum_{i=1}^p \alpha_i^- (\zeta_{t-i}^-)^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j h_{t-j}^2 \quad ; \quad \zeta_{t-i}^+ = \max(\zeta_t, 0) \quad ; \quad \zeta_{t-i}^- = \min(\zeta_t, 0)$$

$$\alpha_0 > 0 \quad ; \quad \alpha_i^+ \geq 0 \quad ; \quad \alpha_i^- \geq 0 \quad ; \quad \beta_j \geq 0$$

و في حالتنا هذه الصيرورة Y مع أخطاء  $\zeta_t$  من نوع TGARCH(1,1)

$$h_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1^+ (\zeta_{t-1}^+)^2 - \alpha_1^- (\zeta_{t-1}^-)^2 + \beta_1 h_{t-1}^2 \quad \text{يكون:}$$

$$\alpha_0 > 0, \quad \alpha_1^+, \alpha_1^- \wedge \beta_1 \geq 0 \quad \text{مع أن:}$$

و على أساس نتائج تقدير النموذج (6) تكون معادلة التباين الشرطي على النحو التالي:

$$h_t^2 = 8.74 \times 10^{-6} - 0.080 (\zeta_{t-1}^+)^2 + 0.093 (\zeta_{t-1}^-)^2 - 0.945 h_{t-1}^2$$

✓ دراسة معادلة التباين المشروط

إن هذه الصياغة تعني أن التباين الشرطي  $h_t^2$  يتأثر بإشارة الصدمات الحاصلة و بمدى هذه الصدمات فهو نموذج غير متناظر، و بغرض اختبار صلاحية هذا النموذج فانه من وجهة إحصائية و باستعمال اختبار ستيودنت كانت مقدرات المعالم ( $\alpha_0, \alpha_1^+, \alpha_1^- \wedge \beta_1$ ) كلها ذات معنوية إحصائية مقبولة عند 1% غير أن إشارات المقدرات ( $\alpha_1^+, \alpha_1^- \wedge \beta_1$ ) لا تتوافق مع الطرح النظري و الفرضيات الأساسية للنموذج و عليه فان هذا النموذج مرفوض.

### بالنسبة للنموذج (7)

✓ نوع نموذج السلسلة Y هو SARIMA(2,1,0)(2,1,1)<sub>12</sub> مع أخطاء من نوع: IGARCH(1,1)  
✓ كتابة معادلة التباين المشروط

نهدف من خلال الصياغة IGARCH(p,q) إلى نمذجة كل تأثيرات الصمود في التباين، و التي تعني أن حدوث صدمة في التباين الشرطي للفترة الحالية يؤدي إلى استمرار هذه الصدمة للفترة المستقبلية. و هذه الظاهرة إحصائياً تعني و جود جذر وحدة في كثير الحدود:  $[\alpha(L) + \beta(L)]$  ضمن التباين الشرطي:

$$h_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \zeta_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j h_{t-j}^2 = \alpha_0 + \alpha(L) \zeta_t^2 + \beta(L) h_t^2$$

أي حتى يمكننا القول أن النموذج GARCH متكامل IGARCH (Integrated) يجب أن يكون:

$$\sum_{i=1}^p \alpha_i + \sum_{j=1}^q \beta_j = 1$$

و في حالتنا هذه الصيرورة Y مع أخطاء  $\zeta_t$  من نوع IGARCH(1,1)

$$h_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \zeta_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}^2$$

يكون:

$$\alpha_0 > 0, \alpha_1 \wedge \beta_1 \geq 0 \wedge \alpha_1 + \beta_1 = 1$$

مع أن:

و على أساس نتائج تقدير النموذج (7) تكون معادلة التباين الشرطي على النحو التالي:

$$h_t^2 = 0.479 \zeta_{t-1}^2 + 0.521 h_{t-1}^2$$

✓ دراسة معادلة التباين المشروط:

و من وجهة إحصائية و باستعمال اختبار ستيودنت فان معاملي  $\zeta_{t-1}^2$  و  $h_{t-1}^2$  ذو معنوية إحصائية مقبولة عند 1% كما أن إشارة مقدرتي  $(\alpha_1 \wedge \beta_1)$  موجبة و هذا يتوافق مع الطرح النظري، بالإضافة إلى ذلك فان  $\alpha_1 + \beta_1 = 1$  مما يجعل من التباين الشرطي  $h_t^2$  متكامل من الدرجة الأولى و هو مقبول، و عندئذٍ يمكننا القول أن حدوث صدمة في التباين الشرطي للفترة الحالية يؤدي إلى استمرار هذه الصدمة للفترات المستقبلية مما يعني توفر ظاهرة الصمود في التباين الشرطي.

### بالنسبة للنموذج (8):

✓ نوع نموذج السلسلة Y هو: SARIMA(2,1,1)(2,1,0)<sub>12</sub> مع أخطاء من نوع: in Mean  
IGARCH(1,1)

✓ كتابة معادلة التباين المشروط:

يعتمد هذا النوع من النماذج على إدراج معدل نمو التقلبات الحاصلة في السلسلة (و ليس قيمة التقلبات في حد ذاتها) كمتغير تفسيري للقيمة المتوقعة للظاهرة المدروسة (Difference in Mean)

IGARCH-DM، و بالتالي استعمال الفرق الأولى للتباين الشرطي كمتغير تفسيري للتوقع الشرطي للسلسلة، و نكتب النموذج IGARCH-DM على النحو التالي:

$$Y = g(Y, \zeta) + f(h_t^2 - h_{t-1}^2) + \zeta$$

و في حالتنا هذه الصيرورة Y مع أخطاء  $\zeta_t$  من نوع IGARCH(1,1)-DM

$$h_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \zeta_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}^2$$

يكون:

$$\alpha_0 > 0, \alpha_1 \wedge \beta_1 \geq 0 \wedge \alpha_1 + \beta_1 = 1$$

مع أن:

و على أساس نتائج تقدير النموذج (8) تكون معادلة التباين الشرطي على النحو التالي:

$$h_t^2 = 0.145 \zeta_{t-1}^2 + 0.855 h_{t-1}^2$$

### ✓ دراسة معادلة التباين المشروط

و من وجهة إحصائية و باستعمال اختبار ستينودنت فان معاملي  $\zeta_{t-1}^2$  و  $h_{t-1}^2$  ذو معنوية إحصائية مقبولة عند 1% كما أن إشارة مقدرتي  $(\alpha_1 \wedge \beta_1)$  موجبة و هذا يتوافق مع الطرح النظري، بالإضافة إلى ذلك فان  $\alpha_1 + \beta_1 = 1$  مما يجعل من التباين الشرطي  $h_t^2$  متكامل من الدرجة الأولى و هو مقبول، و عندئذٍ يمكننا القول أن حدوث صدمة في التباين الشرطي للفترة الحالية يؤدي إلى استمرار هذه الصدمة للفترات المستقبلية مما يعني توفر ظاهرة الصمود في التباين الشرطي. كما انه تما إدراج الانحراف المعياري الشرطي  $h_t$  كمتغير تفسيري للقيمة المتوقعة للظاهرة المدروسة (Root Difference in Mean)، و بالتالي استعمال جذر الفرق الأولى للتباين الشرطي كمتغير تفسيري للتوقع الشرطي للسلسلة المدروسة أي ادراج جذر معدل نمو التقلبات الحاصلة ضمن المتوسط الشرطي للسلسلة.

### بالنسبة للنموذج (9)

✓ نوع نموذج السلسلة Y هو SARIMA(2,1,1)(2,1,1)<sub>12</sub> مع أخطاء من نوع: EGARCH(1,1)

### ✓ كتابة معادلة التباين المشروط

يسمى هذا النوع من النماذج بالنماذج الأسية (Exponential) EGARCH و التي تعتمد على إلغاء فرضيتي التناظر و الصياغة الخطية للتباين الشرطي عن طريق نمذجة التباين الشرطي على الشكل الأسّي مع عدم و جود قيود على إشارة المعاملات  $\alpha_i$ ،  $\gamma_i$  و  $\beta_j$ ، و يكتب النموذج EGARCH(p,q) على النحو التالي:

$$Ln(h_t^2) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p (\alpha_i |Z_{t-i}| + \gamma_i Z_{t-i}) + \sum_{j=1}^q \beta_j Ln(h_{t-j}^2) \quad ; \quad Z_{t-i} = \frac{\zeta_{t-i}}{h_{t-i}}$$

و في حالتنا هذه الصيرورة Y مع أخطاء  $\zeta_t$  من نوع EGARCH(1,1)

$$Ln(h_t^2) = \alpha_0 + \alpha_1 \frac{|\zeta_{t-1}|}{h_{t-1}} + \gamma_1 \frac{\zeta_{t-1}}{h_{t-1}} + \beta_1 Ln(h_{t-1}^2)$$

يكون:

و عند التأكد من أن المعلمة  $\gamma_1$  ذات معنوية إحصائية مقبولة و تختلف عن الصفر فإن ذلك يعني قبول فرضية عدم التناظر ضمن النموذج المدروس.

و على أساس نتائج تقدير النموذج (9) تكون معادلة التباين الشرطي على النحو التالي:

$$\ln(h_t^2) = -4.988 - 0.307 \times \frac{|z_{t-1}|}{h_{t-1}} - 0.430 \times \frac{z_{t-1}}{h_{t-1}} + 0.786 \times \ln(h_{t-1}^2)$$

#### ✓ دراسة معادلة التباين المشروط

من وجهة إحصائية و باستعمال اختبار ستيودنت نلاحظ أن كل المعاملات  $\alpha_1$ ،  $\gamma_1$  و  $\beta_1$  ذات معنوية إحصائية مقبولة عند 1%، و على اعتبار أن المعلمة  $\gamma_1$  ذات معنوية إحصائية مقبولة و تختلف عن الصفر كما أنها لا تساوي  $\alpha_1$  فإن ذلك يعني أن تأثير الصدمات الموجبة والسالبة على التباين الشرطي يختلف و بالتالي قبول فرضية عدم التناظر ضمن النموذج المدروس.

وبما أن  $\gamma_1 = -0.43 < 0$  فإن هذا يعني أن الصدمات الموجبة المترافقة مع الأخبار الجيدة تنتج تقلبات أقل حدة من تلك الصدمات السالبة المترافقة مع الأخبار السيئة.

#### بالنسبة للنموذج (10)

✓ نوع نموذج السلسلة Y هو SARIMA(2,1,1)(2,1,1)<sub>12</sub> مع أخطاء من نوع: EGARCH(1,1) in Mean

#### ✓ كتابة معادلة التباين المشروط

إن صياغة معادلة التباين الشرطي للنموذج EGARCH(1,1) in Mean لا تختلف عن النموذج EGARCH(1,1)، غير أننا في هذا النموذج قمنا بإدراج لوغاريتم التباين الشرطي  $\ln h_t^2$  كمتغير تفسيري للتوقع الشرطي للظاهرة المدروسة، و هذا مقبول في الكثير من الدراسات الاقتصادية فالمستوي المتوقع للظاهرة المدروسة يكون على أساس التقلبات الحاصلة في السلسلة مثل توقعات الأرباح في مبيعات بعض الشركات الاقتصادية التي تكون بدلالة التغيرات و الاضطرابات الحاصلة.

و على أساس نتائج تقدير النموذج (10) تكون معادلة التباين الشرطي على النحو التالي:

$$\ln(h_t^2) = -4.861 - 0.308 \times \frac{|z_{t-1}|}{h_{t-1}} - 0.435 \times \frac{z_{t-1}}{h_{t-1}} + 0.777 \times \ln(h_{t-1}^2)$$

#### ✓ دراسة معادلة التباين المشروط

من وجهة إحصائية و باستعمال اختبار ستيودنت نلاحظ أن كل المعاملات  $\alpha_1$ ،  $\gamma_1$  و  $\beta_1$  ذات معنوية إحصائية مقبولة عند 1%، و على اعتبار أن المعلمة  $\gamma_1$  ذات معنوية إحصائية مقبولة و تختلف عن الصفر كما أنها لا تساوي  $\alpha_1$  فإن ذلك يعني أن تأثير الصدمات الموجبة والسالبة على التباين الشرطي يختلف و بالتالي قبول فرضية عدم التناظر ضمن النموذج المدروس.

وبما أن  $\gamma_1 = -0.435 < 0$  فإن هذا يعني أن الصدمات الموجبة المترافقة مع الأخبار الجيدة تنتج تقلبات أقل حدة من تلك الصدمات السالبة المترافقة مع الأخبار السيئة.

### بالنسبة للنموذج (11)

✓ نوع نموذج السلسلة Y هو SARIMA(2,1,1)(1,1,1)<sub>12</sub> مع أخطاء من نوع: EGARCH(1,1) ✓ كتابة معادلة التباين المشروط

و على أساس نتائج تقدير النموذج (10) تكون معادلة التباين الشرطي على النحو التالي:

$$\ln(h_t^2) = -1.919 - 0.114 \times \frac{|\zeta_{t-1}|}{h_{t-1}} - 0.332 \times \frac{\zeta_{t-1}}{h_{t-1}} + 0.882 \times \ln(h_{t-1}^2)$$

### ✓ دراسة معادلة التباين المشروط

من وجهة إحصائية و باستعمال اختبار ستيودنت نلاحظ أن كل المعاملات  $\alpha_1$ ،  $\gamma_1$  و  $\beta_1$  ذات معنوية إحصائية مقبولة عند 1%، و على اعتبار أن المعلمة  $\gamma_1$  ذات معنوية إحصائية مقبولة و تختلف عن الصفر كما أنها لا تساوي  $\alpha_1$  فان ذلك يعني أن تأثير الصدمات الموجبة والسالبة على التباين الشرطي يختلف و بالتالي قبول فرضية عدم التناظر ضمن النموذج المدروس.

وبما أن  $\gamma_1 = -0.332 < 0$  فان هذا يعني أن الصدمات الموجبة المترافقة مع الأخبار الجيدة تنتج تقلبات أقل حدة من تلك الصدمات السالبة المترافقة مع الأخبار السيئة.

### بالنسبة للنموذج (12)

✓ نوع نموذج السلسلة Y هو: SARIMA(2,1,1)(1,1,1)<sub>12</sub> مع أخطاء من نوع: EGARCH(1,1) in Mean ✓ كتابة معادلة التباين المشروط

في هذا النموذج قمنا بإدراج لوغاريتم التباين الشرطي  $\ln h_t^2$  كمتغير تفسيري للتوقع الشرطي للظاهرة المدروسة، و هذا بغرض شرح و تفسير التوقع الشرطي للمبيعات على أساس الصدمات و التقلبات الحاصلة في السلسلة.

و على أساس نتائج تقدير النموذج (12) تكون معادلة التباين الشرطي على النحو التالي:

$$\ln(h_t^2) = -4.916 - 0.218 \times \frac{|\zeta_{t-1}|}{h_{t-1}} - 0.459 \times \frac{\zeta_{t-1}}{h_{t-1}} + 0.806 \times \ln(h_{t-1}^2)$$

### ✓ دراسة معادلة التباين المشروط

من وجهة إحصائية و باستعمال اختبار ستيودنت نلاحظ أن كل المعاملات  $\alpha_1$ ،  $\gamma_1$  و  $\beta_1$  ذات معنوية إحصائية مقبولة عند 1%، و على اعتبار أن المعلمة  $\gamma_1$  ذات معنوية إحصائية مقبولة و تختلف عن الصفر كما أنها لا تساوي  $\alpha_1$  فان ذلك يعني أن تأثير الصدمات الموجبة والسالبة على التباين الشرطي يختلف و بالتالي قبول فرضية عدم التناظر ضمن النموذج المدروس.

وبما أن  $\gamma_1 = -0.459 < 0$  فان هذا يعني أن الصدمات الموجبة المترافقة مع الأخبار الجيدة تنتج تقلبات أقل حدة من تلك الصدمات السالبة المترافقة مع الأخبار السيئة.

## 1. أكمل الجدول

معنوية و شروط معالم التباين الشرطي	معنوية معالم النموذج	S C R	L M V	S I C	A I C	إحصائية <sup>4</sup> ARCH-LM		إحصائية اختبار <sup>3</sup> Breusch-Pagan-Godfrey		إحصائية Ljung-BOX لمربعات البواقي <sup>2</sup>		إحصائية Ljung-BOX لللبواقي <sup>1</sup>		المعيار النموذج
						الاحتمال	الإحصائية	الاحتمال	الإحصائية	الاحتمال	الإحصائية	الاحتمال	الإحصائية	
مرفوضة	جيدة	$8.89 \cdot 10^{-13}$	3041.55	-29.73	-29.87	0.46	11.82	0.03	30.32	0.62	21.27	0.00	42.13	النموذج (1)
مرفوضة	متوسطة	$1.06 \cdot 10^{-12}$	3020.44	-29.49	-29.65	0.91	5.96	0.00	35.10	0.99	10.44	0.00	41.22	النموذج (2)
مرفوضة	جيدة	$9.17 \cdot 10^{-11}$	1793.68	-17.46	-17.59	1.00	0.07	0.30	18.32	1.00	0.16	0.98	8.41	النموذج (3)
مرفوضة	جيدة	$4.47 \cdot 10^{-3}$	712.42	-6.80	-6.94	0.99	2.43	0.00	76.11	1.00	3.47	0.00	63.31	النموذج (4)
مرفوضة	ضعيفة	$3.23 \cdot 10^{-12}$	2920.92	-28.54	-28.68	1.00	0.45	0.00	126.61	1.00	0.65	0.18	24.34	النموذج (5)
مرفوضة	جيدة	$8.16 \cdot 10^{-4}$	770.92	-7.35	-7.50	0.56	10.59	0.00	39.05	0.80	17.87	0.00	44.11	النموذج (6)
مقبولة	جيدة	$3.3 \cdot 10^{-296}$	69278.1	-682.3	-682.4	0.03	22.67	0.00	34.54	0.14	31.35	0.00	100.1	النموذج (7)
مقبولة	متوسطة	$5.47 \cdot 10^{-44}$	10360.1	-101.8	-102.0	0.17	16.42	0.00	45.65	0.49	23.41	0.00	59.09	النموذج (8)
مقبولة	جيدة	$4.69 \cdot 10^{-9}$	1510.81	-14.62	-14.78	1.00	0.09	0.07	27.05	1.00	0.17	0.75	13.63	النموذج (9)
مقبولة	جيدة	$3.05 \cdot 10^{-8}$	1378.81	-13.29	-13.47	1.00	0.07	0.06	27.55	1.00	0.16	0.84	12.10	النموذج (10)
مقبولة	جيدة	$7.69 \cdot 10^{-6}$	972.11	-9.34	-9.48	1.00	0.10	0.58	12.26	1.00	0.26	0.34	20.90	النموذج (11)
مقبولة	جيدة	$5.53 \cdot 10^{-10}$	1514.00	-14.65	-14.81	1.00	0.08	0.42	14.30	1.00	0.16	0.79	13.76	النموذج (12)

1 و 2 يتم حساب إحصائية Ljung-BOX لللبواقي و مربعات البواقي عند تأخير قدره  $h=24$ ؛

3 يتم استعمال كل المتغيرات التفسيرية في النموذج و مربعات المتغيرات التفسيرية و الجاء بينهم متنى مثنى لشرح و تفسير التباين المشروط إن وجد؛

4 يحسب هذا الاختبار عند تأخير قدره  $h=12$  كأكبر حد ممكن.

## 2. باستعمال معايير المفاضلة السابقة حدد النماذج التي تراها مقبولة في شرح و تفسير الظاهرة المدروسة

بالاعتماد على الجدول أعلاه فإن النماذج من 1 إلى 6 مرفوضة لان معالم التباين الشرطي لا تحقق شروط و فرضيات النموذج. أما النماذج من 7 إلى 10 فإن معالم التباين الشرطي تحقق فرضيات النموذج فهي مقبولة، غير أن النموذجين 7 و 8 مرفوضين بسبب وجود الارتباط الذاتي للبواقي و عدم ثبات التباين أما النموذجين 9 و 10 فهما مرفوضين بسبب عدم ثبات تباين البواقي و هذا على حسب اختبار Breusch-Pagan-Godfrey.

و عليه فإننا نقبل النموذجين 11 و 12 و ذلك على اعتبار أن معالم التباين الشرطي مقبولة كما أن بواقي النموذج مستقلة عن بعض و ذات تباين ثابت فهي تمثل تشويش ابيض BB. و بالاعتماد على معايير الجودة يمكننا القول أن النموذج 12 هو الأفضل على أساس انه يمنحنا اقل القيم للمعايير: AIC ، SIC و SCR كما انه يعظم من قيمة الاحتمال الأعظم LMV.

### 3. قارن بين التباين الشرطي للنموذج (11) و (12)

كلى النموذجين 11 و 12 ذات أخطاء من نوع EGARCH(1,1) غير أننا في النموذج 12 اعتمدنا على تفسير التوقع الشرطي للمبيعات على أساس الصدمات و التقلبات الحاصلة في السلسلة. و من خلال التمثيل البياني للتباين الشرطي لكلى النموذجين نلاحظ أن التباين الشرطي للنموذج 11 يخضع لتقلبات كبيرة خلال كل فترة الدراسة بينما التباين الشرطي للنموذج 12 فهو أكثر استقراراً من سابقه و خلال كل فترة الدراسة ماعدا وجود اضطراب وحيد بتاريخ 2010/07 حيث بلغ التباين الشرطي القيمة  $4.9 \times 10^{-10}$  كما أن قيم التباين الشرطي تكاد تكون معدومة، و هذا يدل على قوة النموذج 12.

### الفرع (5): التنبؤ بالقيم المستقبلية للسلسلة Y للفترة من شهر جانفي 2018 إلى غاية شهر جوان 2018

باستعمال معايير قياس جودة التوقع، من هو النموذج الذي تراه أفضل للتنبؤ بقيم السلسلة Y.

من اجل المقارنة بين النموذجين 11 و 12 نسجل قيم معايير جودة التنبؤ للنموذجين في الجدول التالي:

المعيار	النموذج	RMSE	MAE	MAPE	THEIL
	النموذج(11): EGARCH(1,1)	2.48	2.08	6.35	0.029
	النموذج(12): EGARCH(1,1) in Mean	2.38	1.98	5.98	0.028

من خلال معايير جودة التنبؤ يمكننا القول النموذج 12 هو الأفضل لأنه يعطينا اقل القيم لكل معايير جودة التنبؤ و هذا يتوافق كذلك مع توقعاتنا السابقة بان النموذج 12 هو الأفضل، و على حسب قيمة معيار تايل بالنسبة للنموذج 12 فان هذا النموذج يعطينا تنبؤات بخطأ قدره 2.8% و هو خطأ ضعيف جداً يمكننا السماح به. و عليه فان النموذج EGARCH(1,1) in Mean هو الأفضل و الأكثر ملائمة لبيانات عينة الدراسة.

و عند مشاهدة التمثيل البياني لتوقعات التباين (Forecast of Variance) فانه بالنسبة للنموذج 11 يبدأ من القيمة  $3.75 \times 10^{-8}$  ثم ينخفض ليصل القيمة حوالي  $3.5 \times 10^{-8}$  عند السنة 2005 و يستقر عند ذلك حتى نهاية فترة الدراسة 2018/6. أما بالنسبة للنموذج 12 فان توقعات التباين تبدأ من القيمة  $3.56 \times 10^{-12}$  لترتفع حتى تصل القيمة حوالي  $3.61 \times 10^{-12}$  بتاريخ 2004 ثم يستقر عند هذه القيمة حتى نهاية فترة الدراسة 2018/6. و بالمقارنة بين النموذجين فان توقعات التباين في النموذج 12 اقل بكثير من توقعات التباين في النموذج 11 و هذا يدل على ان مجالات التوقع في النموذج 12 أضيق و بالتالي أكثر مصداقية مما يدعم الأفضلية في استعمال النموذج 12.



## سلسلة التمارين (8)

### الجزء النظري

في النماذج القياسية عموماً نعلم انه في حالة عدم ثبات تباين الأخطاء تكون قيمة معيار التقلطح (Kurtosis) اكبر من العدد 3، برهن ذلك من اجل نموذج مع أخطاء من نوع ARCH(1).

### الجزء التطبيقي

بغرض نمذجة المعدلات الشهرية للتضخم في الولايات المتحدة USA نستعمل مؤشر أسعار الاستهلاك IPC خلال الفترة من شهر جانفي 2000 إلى غاية ديسمبر 2017 و بعدد مشاهدات قدره 216، و تطبيقاً لمنهجية بوكس و جينكينز فانه في البداية تما تحديد السلسلة المستقرة و هي SDIPC وذلك بعد إخضاع السلسلة الأصلية لفرق عادي و فرق موسمي، و بعد اقتراح مجموعة من النماذج الممكنة للسلسلة SDIPC نعمل في المراحل التالية على تحديد النموذج الأمثل:

الفرع (1): نمذجة السلسلة و تقييم النموذج المعتمد لبيانات عينة الدراسة  
نقترح نتيجتي التقدير التاليتين:

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	0.290831	0.075457	3.854253	0.0002
AR(2)	-0.115191	0.067277	-1.712191	0.0884
AR(12)	-0.678680	0.066209	-10.25056	0.0000
AR(24)	-0.315578	0.066611	-4.737592	0.0000
MA(1)	0.205602	0.063211	3.252651	0.0013
MA(12)	-0.794398	0.348968	-2.276418	0.0239
SIGMASQ	0.133320	0.016293	8.182589	0.0000
R-squared	0.803204	Mean dependent var	-0.004724	
Adjusted R-squared	0.797179	S.D. dependent var	0.825110	
S.E. of regression	0.371594	Akaike info criterion	1.065071	
Sum squared resid	27.06403	Schwarz criterion	1.179319	
Log likelihood	-101.1047	Hannan-Quinn criter.	1.111291	
Durbin-Watson stat	1.951090			
Inverted AR Roots	.94+.18i .73+.63i .33-.91i -.16-.95i -.61-.74i -.88-.33i	.94-.18i .73-.63i .19-.93i -.30-.89i -.71+.61i -.92-.17i	.91+.31i .63+.72i .19+.93i -.30+.89i -.71+.61i -.92+.17i	.91-.31i .63-.72i .19-.93i -.30+.89i -.71-.61i -.92+.17i
Inverted MA Roots	.97 .47+.85i -.51-.85i	.83-.49i -.02-.98i -.87+.49i	.83+.49i -.02+.98i -.87-.49i	.47-.85i -.51+.85i -1.00

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	0.289024	0.068174	4.239515	0.0000
AR(2)	-0.115305	0.066095	-1.744540	0.0826
AR(12)	-0.814758	0.077386	-10.52847	0.0000
AR(24)	-0.539124	0.095590	-5.639975	0.0000
AR(36)	-0.217455	0.081589	-2.665264	0.0083
MA(1)	0.175631	0.059183	2.967595	0.0034
MA(12)	-0.824369	0.399975	-2.061050	0.0406
SIGMASQ	0.120481	0.014696	8.198318	0.0000
R-squared	0.822156	Mean dependent var	-0.004724	
Adjusted R-squared	0.815772	S.D. dependent var	0.825110	
S.E. of regression	0.354152	Akaike info criterion	1.022470	
Sum squared resid	24.45766	Schwarz criterion	1.153040	
Log likelihood	-95.78074	Hannan-Quinn criter.	1.075294	
Durbin-Watson stat	1.851689			
Inverted AR Roots	.95-.15i .90-.35i .68+.68i .35+.91i .15-.94i -.23+.92i -.59-.76i -.75-.59i -.91+.25i	.95+.15i .90+.35i .68-.68i .35-.91i .15+.94i -.23-.92i -.59+.76i -.75+.59i -.91-.25i	.93-.25i .75-.61i .61+.75i .26-.92i -.14-.96i -.35-.89i -.66+.67i -.89+.36i -.94+.13i	.93+.25i .75+.61i .61-.75i .26+.92i -.14+.96i -.35+.89i -.66-.67i -.89-.36i -.94-.13i
Inverted MA Roots	.97 .48+.85i -.51-.85i	.84-.49i -.01-.98i -.87+.49i	.84+.49i -.01+.98i -.87-.49i	.48-.85i -.51+.85i -1.00

1. ما هو النموذج الذي تراه مناسب لبيانات عينة الدراسة؟ برر إجابتك؛
2. قيم النموذج الذي تما اختياره إحصائياً؛
3. ادرس استقرارية النموذج و قابليته للقلب.

و بهدف دراسة مدى توافق بواقي النموذج مع الفرضيات الأساسية للنموذج نقتح الجدول التالي:

الاختبار النتيجة	إحصائية <sup>1</sup> Ljung-BOX للبواقي	إحصائية <sup>2</sup> Ljung-BOX لمربعات البواقي	إحصائية اختبار <sup>3</sup> Breusch-Pagan- Godfrey	إحصائية <sup>4</sup> ARCH- LM	قيمة المتوسط	قيمة الانحراف معياري	Skewness	Kurtosis
الإحصائية المحسوبة	17.28	45.71	60.01	31.25	0.00614	0.348	-0.25	3.91
الاحتمال	0.43	0.00	0.00	0.00				

1 و 2 يتم حساب إحصائية Ljung-BOX للبواقي و مربعات البواقي عند تأخير قدره  $h=24$ ؛

3 يتم استعمال كل المتغيرات التفسيرية في النموذج و مربعات المتغيرات التفسيرية و الجاء بينهم مثنى مثنى لشرح و

تفسير التباين المشروط؛

4 يحسب هذا الاختبار عند تأخير قدره  $h=12$  كأكبر حد ممكن.

4. هل بواقي النموذج تمثل تشويش ابيض؟ برر إجابتك؛

5. باستعمال الخواص السابقة لتوزيع البواقي، ماذا تستنتج؛

## الفرع (2): نمذجة عدم ثبات التباين

نعمل في هذا الفرع على نمذجة حالة عدم ثبات التباين المشروط التي تما التأكد من وجودها و نسجل ذلك في الجداول التالية:

### النموذج (2)

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
AR(1)	0.276378	0.033942	8.142688	0.0000
AR(2)	-0.028110	0.033287	-0.844485	0.3984
AR(12)	-1.303536	0.045190	-28.84538	0.0000
AR(24)	-1.118207	0.054819	-20.39815	0.0000
AR(36)	-0.576231	0.040515	-14.22280	0.0000
MA(1)	4.0E+140	5.2E+140	0.767333	0.4429
MA(12)	-7.8E+141	5.5E+140	-14.11638	0.0000
Variance Equation				
RESID(-1) <sup>2</sup>	0.081798	0.026619	3.072924	0.0021
GARCH(-1)	0.918202	0.026619	34.49412	0.0000
R-squared	1.000000	Mean dependent var	-0.004724	
Adjusted R-squared	1.000000	S.D. dependent var	0.825110	
S.E. of regression	5.7E-143	Akaike info criterion	-652.2248	
Sum squared resid	6.4E-283	Schwarz criterion	-652.0942	
Log likelihood	66208.82	Hannan-Quinn criter.	-652.1720	
Durbin-Watson stat	1.564538			

### النموذج (1)

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
AR(1)	0.220196	0.047056	4.679434	0.0000
AR(2)	-0.052198	0.030904	-1.689070	0.0912
AR(12)	-1.116480	0.051778	-21.56293	0.0000
AR(24)	-0.854882	0.059124	-14.45924	0.0000
AR(36)	-0.419034	0.040411	-10.36929	0.0000
MA(1)	332716.2	150182.6	2.215411	0.0267
MA(12)	-2768885.	219050.7	-12.64038	0.0000
Variance Equation				
C	-9.17E-16	3.45E-15	-0.265752	0.7904
RESID(-1) <sup>2</sup>	0.528044	0.219495	2.405718	0.0161
RESID(-1) <sup>2</sup> *(RESID(-1)<0)	0.242485	0.228268	1.062281	0.2881
GARCH(-1)	0.648645	0.064423	10.06853	0.0000
R-squared	1.000000	Mean dependent var	-0.004724	
Adjusted R-squared	1.000000	S.D. dependent var	0.825110	
S.E. of regression	1.61E-07	Akaike info criterion	-28.25775	
Sum squared resid	5.06E-12	Schwarz criterion	-28.07822	
Log likelihood	2879.162	Hannan-Quinn criter.	-28.18512	
Durbin-Watson stat	1.621818			

النموذج (4)

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
GARCH	-1.38E-06	4.81E-07	-2.870639	0.0041
AR(1)	0.200992	0.038480	5.223332	0.0000
AR(2)	-0.072193	0.032845	-2.197958	0.0280
AR(12)	-1.273014	0.043049	-29.57111	0.0000
AR(24)	-1.008799	0.045425	-22.20779	0.0000
AR(36)	-0.446188	0.033801	-13.20026	0.0000
MA(12)	-72967.39	5243.605	-13.91550	0.0000
Variance Equation				
C(8)	-2.438989	0.101204	-24.09971	0.0000
C(9)	-0.190753	0.029660	-6.431400	0.0000
C(10)	-0.286547	0.023690	-12.09575	0.0000
C(11)	0.893582	0.003907	228.7027	0.0000
R-squared	1.000000	Mean dependent var	-0.004724	
Adjusted R-squared	1.000000	S.D. dependent var	0.825110	
S.E. of regression	6.11E-06	Akaike info criterion	-15.77993	
Sum squared resid	7.31E-09	Schwarz criterion	-15.60040	
Log likelihood	1612.663	Hannan-Quinn criter.	-15.70730	
Durbin-Watson stat	1.433390			

النموذج (3)

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
AR(1)	0.158816	0.023742	6.689162	0.0000
AR(2)	-0.093602	0.016052	-5.831216	0.0000
AR(12)	-0.957512	0.049451	-19.36300	0.0000
AR(24)	-0.791029	0.084022	-9.414595	0.0000
AR(36)	-0.295207	0.076106	-3.878890	0.0001
MA(12)	-49508.24	3611.159	-13.70979	0.0000
Variance Equation				
C(7)	-4.232246	0.562085	-7.529549	0.0000
C(8)	-0.273068	0.030916	-8.832716	0.0000
C(9)	-0.439246	0.024375	-18.02065	0.0000
C(10)	0.806900	0.024338	33.15441	0.0000
R-squared	1.000000	Mean dependent var	-0.004724	
Adjusted R-squared	1.000000	S.D. dependent var	0.825110	
S.E. of regression	9.46E-06	Akaike info criterion	-13.73897	
Sum squared resid	1.76E-08	Schwarz criterion	-13.57575	
Log likelihood	1404.505	Hannan-Quinn criter.	-13.67294	
Durbin-Watson stat	1.465912			

7. ادرس نتائج التقدير مع تحديد نوع النموذج الموافق لكل نتيجة تقدير، معادلة التباين المشروط و دراسة

معادلة التباين الشرطي لكل نموذج.

و للمفاضلة بين النماذج السابقة نفتح الجدول التالي و الذي يلخص بعض المعايير المهمة في انتقاء النموذج الأمثل:

إحصائية ARCH-LM		إحصائية اختبار Breusch-Pagan-Godfrey		إحصائية Ljung-BOX لمربعات البواقي		إحصائية Ljung-BOX للبواقي		المعيار النموذج
الاحتمال	الإحصائية	الاحتمال	الإحصائية	الاحتمال	الإحصائية	الاحتمال	الإحصائية	
0.36	13.06	0.17	31.49	0.01	42.11	0.00	38.96	النموذج (1)
0.91	6.06	0.10	30.64	0.85	16.79	0.03	29.54	النموذج (2)
0.99	0.15	0.19	27.41	0.99	0.26	0.80	12.87	النموذج (3)
0.99	0.16	0.99	7.00	0.99	0.003	0.99	0.003	النموذج (4)

8. باستعمال معايير المفاضلة السابقة حدد النموذج الذي تراه مقبول في شرح و تفسير الظاهرة المدروسة؛

9. قارن بين مسار السلسلة في النموذجين (3) و (4).

### تصحيح سلسلة التمارين (8)

#### الجزء النظري

لدينا النموذج:  $U_t \rightarrow N(0,1)$  ؛  $\zeta_t = U_t \times h_t$  ؛  $Y = X\beta + \zeta$

و التباين الشرطي هو:  $h_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \zeta_{t-1}^2$

أما معامل التفلطح (Kurtosis) للبواقي  $\zeta$  هو:

$$\beta_2 = \frac{\mu_4}{\mu_2^2} = \frac{E(\zeta_t^4)}{E^2(\zeta_t^2)}$$

يكون:  $\mu_4 = E(\zeta_t^4 / I_{t-1}) = E(U_t^4 / \zeta_{t-1}) \times E(h_t^4 / \zeta_{t-1})$

و معامل التفلطح بالنسبة للبواقي U هو:  $\beta_2 = \frac{\mu_4}{\mu_2^2} = 3$

كما أن التباين هو  $E(U_t^2) = 1$  و بالتالي يكون:  $E(U_t^4) = 3$  و عليه يكون:

$$\begin{aligned} \mu_4 &= 3 \times E(h_t^4 / \zeta_{t-1}) = 3 \times E((\alpha_0 + \alpha_1 \zeta_{t-1}^2)^2 / \zeta_{t-1}) \\ &= 3\alpha_0^2 + 3\alpha_1^2 E(\zeta_{t-1}^4 / \zeta_{t-1}) + 6\alpha_0\alpha_1 E(\zeta_{t-1}^2 / \zeta_{t-1}) \end{aligned}$$

و لدينا تباين البواقي  $\zeta$  هو:

$$\begin{aligned} \mu_2 &= E(\zeta_{t-1}^2 / \zeta_{t-1}) = E(U_{t-1}^2 / \zeta_{t-1}) \times E(h_{t-1}^2 / \zeta_{t-1}) \\ &= \alpha_0 + \alpha_1 E(\zeta_{t-1}^2 / \zeta_{t-1}) = \alpha_0 + \alpha_1 \mu_2 \Rightarrow \mu_2 = \alpha_0 / (1 - \alpha_1) \end{aligned}$$

نعوض فنجد أن:

$$\begin{aligned} \mu_4 &= 3\alpha_0^2 + 3\alpha_1^2 \mu_4 + 6\alpha_0\alpha_1 \mu_2 \\ \Rightarrow (1 - 3\alpha_1^2) \times \mu_4 &= 3\alpha_0^2 + 6\alpha_0^2 \alpha_1 / (1 - \alpha_1) \\ \Rightarrow \mu_4 &= \frac{3\alpha_0^2 (1 + \alpha_1)}{(1 - \alpha_1)(1 - 3\alpha_1^2)} \end{aligned}$$

يكون معامل التفلطح للبواقي  $\zeta$  هو:

$$\beta_2 = \frac{\mu_4}{\mu_2^2} = \frac{3\alpha_0^2 (1 + \alpha_1)}{(1 - \alpha_1)(1 - 3\alpha_1^2)} \times \frac{(1 - \alpha_1)^2}{\alpha_0^2} = \frac{3 \times (1 - \alpha_1^2)}{1 - 3\alpha_1^2}$$

و يكون:

$$\alpha_1^2 < 3\alpha_1^2 \Rightarrow 3(1 - \alpha_1^2) > 3(1 - 3\alpha_1^2) \Rightarrow \frac{3 \times (1 - \alpha_1^2)}{1 - 3\alpha_1^2} > 3 \Rightarrow \beta_2 > 3$$

## الجزء التطبيقي

الفرع (1): نمذجة السلسلة و تقييم النموذج المعتمد لبيانات عينة الدراسة

7. ما هو النموذج الذي تراه مناسب لبيانات عينة الدراسة؟ برر إجابتك

النموذج الأكثر ملائمة لبيانات عينة الدراسة هو النموذج  $SARMA(2,1)(3,1)_{12}$  لأنه يعطينا اقل القيم للمعايير: AIC، SIC، HQ و SCR كما انه يعظم كل من LMV و  $R^2$ -Ajust. بالإضافة إلى ذلك فان هذا النموذج قابل للقلب و مستقر و كل معالم النموذج ذات معنوية جيدة حتى عند 10% على أعلى تقدير. و عليه تكون IPC صيرورة من نوع  $SARMA(2,1,1)(3,1,1)_{12}$ .

8. قيم النموذج الذي تما اختياره إحصائيا

بالنسبة للمعنوية الفردية للمعالم فان كل المعالم مقبولة عند 1% ماعدا مقدرة معامل  $AR(2)$  فهي مقبولة عند 9% فقط و كذلك مقدرة معامل  $MA(12)$  فهي مقبولة عند 5%، أما المعنوية الكلية للنموذج فهي مقبولة على أساس التحليل السابق.

و فيما يخص القدرة التفسيرية للنموذج و باستعمال معامل التحديد المصحح  $R^2$  ajusté فان 81% من التغيرات الحاصلة في السلسلة SDIPC خلال الفترة من شهر جانفي 2000 إلى غاية شهر ديسمبر 2017 تتحدد ضمن النموذج المعتمد و هي نسبة معتبرة.

9. ادرس استقرارية النموذج و قابليته للقلب

من خلال نتيجة التقدير السابقة نلاحظ أن مقلوب جذور كثير الحدود المرافق للانحدار الذاتي  $AR(36)$  كلها تقع داخل الدائرة الوحدوية و طويلتها اقل من 1 و بالتالي فان النموذج  $AR(36)$  مستقر، أما عن القابلية للقلب فان النموذج  $AR(36)$  هو قابل للقلب بالتعريف هذا فيما يخص جزء الانحدار الذاتي، أما جزء الوسط المتحرك  $MA(12)$  فهو مستقر بالتعريف و قابل للقلب لان مقلوب كل جذور كثير الحدود المرافق له تقع داخل دائرة الوحدة، و عليه يمكننا القول أن الصيرورة محل الدراسة  $SARMA(2,1)(3,1)_{12}$  هي نموذج مستقر و قابل للقلب.

10. هل بواقى النموذج تمثل تشويش ابيض؟ برر إجابتك

في البداية نختبر فرضية أن متوسط البواقى معدوم لدينا:

$$t_c = \frac{\bar{e} - \mu_0}{\sigma(\bar{e})} = \frac{\sqrt{n}(\bar{e} - 0)}{\sigma(e)} = \frac{\sqrt{203}(0.00614 - 0)}{0.348} = 0.25 < 1.96$$

و عليه نقبل الفرضية المعدومة عند 5% و نقول أن متوسط البواقى معدوم.

و فيما يخص الارتباط الذاتي للبواقى، فان الاحتمال المرافق لإحصائية Ljung-BOX هو 0.43 اكبر من 10% و بالتالي نقبل الفرضية المعدومة و نقول أن بواقى النموذج لا يوجد بها ارتباط ذاتي.

أما فيما يخص ثبات تباين البواقى فان كل الاختبارات المستعملة: إحصائية Ljung-BOX لمربعات البواقى، إحصائية اختبار Breusch-Pagan-Godfrey و إحصائية اختبار ARCH-LM كلها تدل على عدم ثبات تباين البواقى و ذلك لان كل الاحتمالات المرافقة للإحصائية المحسوبة اقل من 1%.

و عليه يمكننا القول أن بواقي النموذج مستقلة عن بعض و ذات متوسط معدوم غير أنها ليست ذات تباين ثابت و بالتالي ليست تشويش ابيض.

### 11. باستعمال الخواص السابقة لتوزيع البواقي، ماذا تستنتج

من خلال نتائج اختبار التوزيع الطبيعي للبواقي يتضح أن معامل الالتواء او التناظر (Skew.= -0.25) سالب و هذا يدل على أن توزيع البواقي له ذيل طويل بجهة اليسار أي ملتوي نحو اليسار. كما أن معامل التفلطح (Kurto.= 3.91) اكبر من القيمة 3 المميزة للتوزيع الطبيعي مما يدل على أن البواقي ذات قمة أعلى من قمة التوزيع الطبيعي و عليه فان توزيع البواقي له أطراف اكبر سمكاً. و هذه المواصفات توافق حالة عدم تجانس التباين حيث السلسلة تخضع لتقلبات كبيرة دون معرفة اتجاه تغيرها و عندئذ تكون الوسيلة الأنجع هي نمذجة عدم تجانس التباين المشروط و التي تمكننا من إبراز الخصائص المميزة لهذه الظاهرة و هي و جود قمة أعلى من قمة التوزيع الطبيعي Leptokurtic حيث تكون أطراف أو أذيال التوزيع اكبر سمكاً من التوزيع الطبيعي مما يجعل من القيم غير العادية و الشاذة أكثر تكراراً و هذا يوافق الاضطرابات الحاصلة في السلسلة؛

### الفرع (2): نمذجة عدم ثبات التباين

ادرس نتائج التقدير مع تحديد نوع النموذج الموافق لكل نتيجة تقدير، معادلة التباين المشروط و دراسة معادلة التباين الشرطي لكل نموذج.

#### بالنسبة للنموذج (1)

✓ نوع نموذج السلسلة IPC هو: SARIMA(2,1,1)(3,1,1)<sub>12</sub> مع أخطاء من نوع: TGARCH(1,1)

✓ كتابة معادلة التباين المشروط

$$h_t^2 = -9.17 \times 10^{-16} + 0.528 \times (\zeta_{t-1}^+)^2 + 0.242 \times (\zeta_{t-1}^-)^2 + 0.648 h_{t-1}^2$$

✓ دراسة معادلة التباين المشروط

تعتمد هذه الصياغة على فكرة أن استجابة التباين الشرطي في حالة الصدمات العشوائية ذات القيمة السالبة  $(\zeta_t^-)$  تختلف عن الاستجابة في حالة الصدمات العشوائية ذات القيمة الموجبة  $(\zeta_t^+)$  و هذا مقبول على اعتبار أن استجابة العديد من الظواهر الاقتصادية في حالة حدوث صدمة يختلف على حسب اشارة الصدمة السابقة هل هو بالزيادة أو بالنقصان. و عليه فإن هذه الصياغة تعني أن التباين الشرطي  $h_t^2$  يتأثر بإشارة الصدمات الحاصلة و بمدى هذه الصدمات فهو نموذج غير متناظر، و بغرض اختبار صلاحية هذا النموذج فانه من وجهة إحصائية و باستعمال اختبار ستيتودنت كانت مقدرتي المعلمتين  $(\alpha_1^- \wedge \alpha_0)$  ذات معنوية إحصائية مرفوضة عند 1% كما أن إشارتيهما لا تتوافق مع الطرح النظري و الفرضيات الأساسية للنموذج و عليه فان هذا النموذج مرفوض.

### بالنسبة للنموذج (2)

✓ نوع نموذج السلسلة IPC هو SARIMA(2,1,1)(3,1,1)<sub>12</sub> مع أخطاء من نوع: IGARCH(1,1)

$$h_t^2 = 0.082\zeta_{t-1}^2 + 0.918h_{t-1}^2$$

✓ كتابة معادلة التباين المشروط

✓ دراسة معادلة التباين المشروط

و من وجهة إحصائية و باستعمال اختبار ستيدونت فان معاملي  $\zeta_{t-1}^2$  و  $h_{t-1}^2$  ذو معنوية إحصائية مقبولة عند 1% كما أن إشارة مقدرتي  $(\alpha_1 \wedge \beta_1)$  موجبة و هذا يتوافق مع الطرح النظري، بالإضافة إلى ذلك فان  $\alpha_1 + \beta_1 = 1$  مما يجعل من التباين الشرطي  $h_t^2$  متكامل من الدرجة الأولى و هو مقبول، و عندئذٍ يمكننا القول أن حدوث صدمة في التباين الشرطي للفترة الحالية يؤدي إلى استمرار هذه الصدمة للفترات المستقبلية مما يعني توفر ظاهرة الصمود في التباين الشرطي.

### بالنسبة للنموذج (3)

✓ نوع نموذج السلسلة IPC هو SARIMA(2,1,0)(3,1,1)<sub>12</sub> مع أخطاء من نوع: EGARCH(1,1)

✓ كتابة معادلة التباين المشروط

$$\ln(h_t^2) = -4.232 - 0.273 \times \frac{|\zeta_{t-1}|}{h_{t-1}} - 0.439 \times \frac{\zeta_{t-1}}{h_{t-1}} + 0.806 \times \ln(h_{t-1}^2)$$

✓ دراسة معادلة التباين المشروط

من وجهة إحصائية و باستعمال اختبار ستيدونت نلاحظ أن كل المعاملات  $\alpha_1$ ،  $\gamma_1$  و  $\beta_1$  ذات معنوية إحصائية مقبولة عند 1%، و على اعتبار أن المعلمة  $\gamma_1$  ذات معنوية إحصائية مقبولة و تختلف عن الصفر كما أنها لا تساوي  $\alpha_1$  فان ذلك يعني أن تأثير الصدمات الموجبة والسالبة على التباين الشرطي يختلف و بالتالي قبول فرضية عدم التناظر ضمن النموذج المدروس. وبما أن  $\gamma_1 = -0.439 < 0$  فان هذا يعني أن الصدمات الموجبة المترافقة مع الأخبار الجيدة تنتج تقلبات أقل حدة من تلك الصدمات السالبة المترافقة مع الأخبار السيئة.

### بالنسبة للنموذج (4)

✓ نوع نموذج السلسلة IPC هو SARIMA(2,1,0)(3,1,1)<sub>12</sub> مع أخطاء من نوع: EGARCH(1,1) in Mean

✓ كتابة معادلة التباين المشروط:

$$\ln(h_t^2) = -2.438 - 0.190 \times \frac{|\zeta_{t-1}|}{h_{t-1}} - 0.286 \times \frac{\zeta_{t-1}}{h_{t-1}} + 0.893 \times \ln(h_{t-1}^2)$$

✓ دراسة معادلة التباين المشروط

من وجهة إحصائية و باستعمال اختبار ستيدونت نلاحظ أن كل المعاملات  $\alpha_1$ ،  $\gamma_1$  و  $\beta_1$  ذات معنوية إحصائية مقبولة عند 1%، و على اعتبار أن المعلمة  $\gamma_1$  ذات معنوية إحصائية مقبولة و تختلف عن الصفر كما أنها لا تساوي  $\alpha_1$  فان ذلك يعني أن تأثير الصدمات الموجبة والسالبة على التباين الشرطي يختلف و بالتالي قبول فرضية عدم التناظر ضمن النموذج المدروس. وبما أن  $\gamma_1 = -0.286 < 0$  فان هذا

يعني أن الصدمات الموجبة المترافقة مع الأخبار الجيدة تنتج تقلبات أقل حدة من تلك الصدمات السالبة المترافقة مع الأخبار السيئة.

### 10. باستعمال معايير المفاضلة السابقة حدد النموذج الذي تراه مقبول في شرح و تفسير الظاهرة المدروسة

النموذجين 1 و 2 مرفوضين بسبب وجود الارتباط الذاتي للبواقي و عدم صلاحية صياغة التباين الشرطي، أما النموذجين 3 و 4 فهما مقبولين بسبب عدم وجود الارتباط الذاتي و ثبات التباين باستعمال كل الاختبارات المقترحة كما أن صياغة التباين الشرطي المعتمدة مقبولة. و باستعمال معايير المفاضلة يمكننا ترشيح النموذج 4 لأنه يعطينا اقل القيم للمعايير: AIC، SIC، HQ و SCR كما انه يعظم قيمة الاحتمال الأعظم LMV .

### 11. قارن بين مسار السلسلة في النموذجين (3) و (4).

في النموذج 4 قمنا بإدراج التباين الشرطي  $h_t^2$  كمتغير تفسيري للتوقع الشرطي للظاهرة المدروسة و هذا مقبول في الكثير من الدراسات الاقتصادية فالمستوي المتوقع للظاهرة المدروسة يكون على أساس التقلبات الحاصلة في السلسلة، و على أساس أن المعنوية الإحصائية لمقدرة معامل  $h_t^2$  مقبولة عند 1% نقول أن التوقع الشرطي يختلف عن التوقع غير الشرطي و بالتالي فان السلسلة تغير من مسارها.



## قائمة المراجع

## I. باللغة العربية

1. تومي صالح، « مدخل لنظرية الاقتصاد القياسي »، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، الجزء الأول و الثاني، 1999.
2. حشمان مولود، « نماذج و تقنيات التنبؤ قصير المدى، ديوان المطبوعات الجامعية »، الجزائر، 2002.
3. شيخي محمد، « طرق الاقتصاد القياسي - محاضرات و تطبيقات - »، الطبعة الاولى، دار حامد، عمان، الأردن، 2011.

## II. باللغة الأجنبية

4. Alain Pirotte et Georges Bresson, « Econométrie des séries temporelles ó Théorie et Applications », 1<sup>ème</sup> édition, Presse Universitaire de France, Paris, 1995.
5. Alain Monfort et Christian Gourieroux, « Séries temporelles et Modèles Dynamiques », 1<sup>ème</sup> édition, Economica, Paris, 1990.
6. Christian Gourieroux, « Modeles ARCH et Applications Financieres », 1<sup>ème</sup> édition, Economica, Paris, 1992.
7. Guy Melard, « Méthodes de Prévision a Court Terme », édition de l'Université de Bruxelles, Belgique, 1990.
8. Damodar N.Gujarati, Traduction par Bernard Bernier, « Econométrie », 4<sup>ème</sup> édition, université de Bruxelles, 2004.
9. Régis Bourbonnais, « Econométrie ó Manuel et exercices corrigés », 9<sup>ème</sup> édition, Dunod, Paris, 2015.
10. Régis Bourbonnais et Michel Terraza, « Analyse des séries temporelles ó Manuel et exercices corrigés », 3<sup>ème</sup> édition, Dunod, Paris, 2010.
11. Valérie Mignon et Sandrine Lardic, « Econométrie des séries temporelles Macroéconomiques et Financières », 1<sup>ème</sup> édition, Economica, Paris, 2002.
12. William Greene, Traduction de la 5<sup>ème</sup> édition par Théophile Azomahou et Nicolas Coudec, « Econométrie », édition française dirigée par Didier Schlachter, IEP Paris, Université Paris II, 2005.