

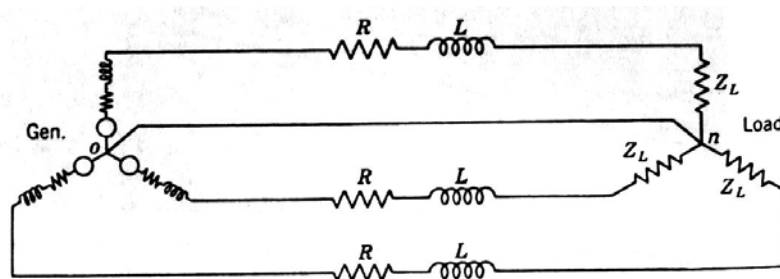
4 Opération des lignes de transport en régime établi

La modélisation d'une ligne électrique aérienne dépend essentiellement de ses quatre paramètres électriques répartis uniformément le long de la ligne. Selon la longueur de la ligne, on distingue les trois modèles: ligne courte, ligne moyenne et ligne longue.

En général, il est convenable de représenter une ligne par un quadripôle où la tension et le courant à l'entrée (extrémité source ou émission) sont liés à la tension et au courant à la sortie (côté charge ou réception) à travers des paramètres A, B, C et D définissant un modèle dit modèle ABCD de la ligne.

1. Ligne courte

La partie en dérivation (capacité shunt) est faible et peut être négligée pour les lignes de longueur inférieure à 80km. Le modèle de la ligne courte est représenté par la figure ci-dessous.



Ligne courte triphasée reliant un générateur et une charge

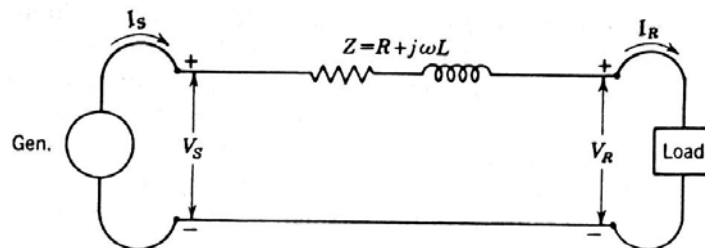


Schéma monophasé équivalent d'une ligne courte

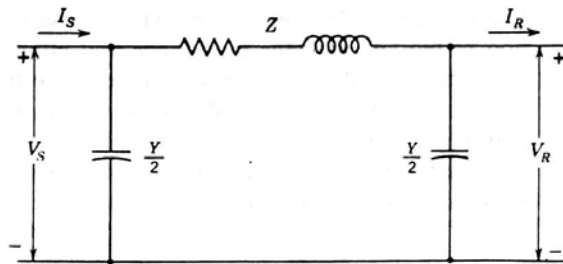
Dans ce cas, on a:

$$\begin{aligned}\bar{I}_S &= \bar{I}_R \\ \bar{V}_S &= \bar{V}_R + \bar{Z} \cdot \bar{I}_R\end{aligned}$$

avec $\bar{Z} = R + j\omega L$

2. Ligne moyenne

Pour les lignes de longueur comprise entre 80 et 250km, le courant capacitif de charge est appréciable et nous ne pouvons pas négliger la capacité qui doit être considérée. Plusieurs représentations sont possibles pour ce type de lignes où les paramètres peuvent être considérés globalement. Nous adoptons ici le modèle en π , où la moitié de la capacité shunt est localisée de part et d'autre des extrémités de la ligne (Figure).



Modèle en π de la ligne moyenne

$$\bar{Y} = j\omega C$$

Dans ce cas:

$$\bar{V}_S = \left(\bar{V}_R + \frac{\bar{Y}}{2} \cdot \bar{I}_R \right) \bar{Z} + \bar{V}_R = \left(\frac{\bar{Z}\bar{Y}}{2} + 1 \right) \bar{V}_R + \bar{Z} \cdot \bar{I}_R$$

$$\bar{I}_S = \bar{V}_S \frac{\bar{Y}}{2} + \bar{V}_R \frac{\bar{Y}}{2} + \bar{I}_R = \bar{Y} \left(1 + \frac{\bar{Z}\bar{Y}}{4} \right) \bar{V}_R + \left(\frac{\bar{Z}\bar{Y}}{2} + 1 \right) \bar{I}_R$$

ou sous la forme générale:

$$\bar{V}_S = A \cdot \bar{V}_R + B \cdot \bar{I}_R$$

$$\bar{I}_S = C \cdot \bar{V}_R + D \cdot \bar{I}_R$$

avec:

$$A = D = \frac{\bar{Z}\bar{Y}}{2} + 1$$

$$B = \bar{Z}$$

$$C = \bar{Y} \left(\frac{\bar{Z}\bar{Y}}{4} + 1 \right)$$

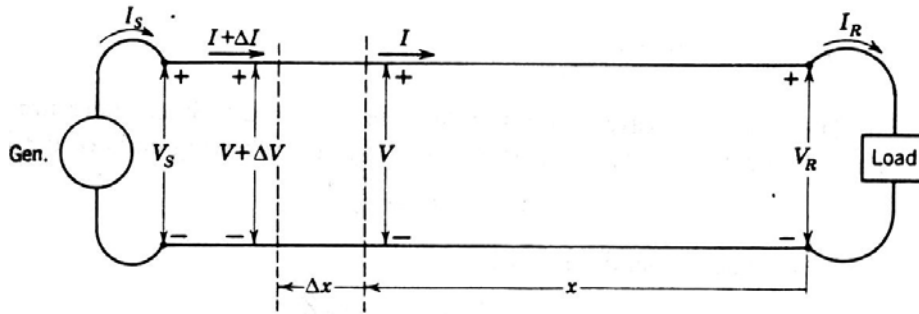
Ce sont les constantes de transmission. Le modèle de la ligne est alors dit modèle ABCD.

Remarques

- Les constantes ABCD sont complexes mais la notation complexe (barre au-dessus de la grandeur) est omise pour alléger l'écriture des expressions.
- Le modèle ABCD s'écrit aussi pour la ligne courte avec $A = 1$ $B = \bar{Z}$ $C = 0$ $D = 1$.
- La relation $AD-BC=1$ est toujours vérifiée.

3. Ligne longue

Pour les lignes courte et moyenne, les paramètres ont été considérés localisés et pris globalement. Pour les lignes de longueur supérieure à 250km, Les paramètres ne peuvent plus être considérés globalement mais sont uniformément répartis. Dans ce cas, les expressions de tension et de courant sont définies en chaque point de la ligne car un phénomène de propagation de l'onde est observé. La figure suivante montre une phase de la ligne avec ses paramètres linéiques représentés.



Représentation d'une ligne longue

Pour un élément de longueur Δx de la ligne:

impédance série: $\Delta z = z \cdot \Delta x$

admittance shunt: $\Delta y = y \cdot \Delta x$

z et y sont les paramètres de la ligne par unité de longueur.

$$\Delta V = I \cdot \Delta z = Iz \cdot \Delta x \quad \rightarrow \quad \frac{\Delta V}{\Delta x} = Iz$$

$$\Delta I = V \cdot \Delta y = Vy \cdot \Delta x \quad \rightarrow \quad \frac{\Delta I}{\Delta x} = Vy$$

quand $\Delta x \rightarrow 0$ alors:

$$\frac{dV}{dx} = Iz \quad \text{et} \quad \frac{dI}{dx} = Vy$$

d'où:

$$\begin{cases} \frac{d^2 I}{dx^2} = y \frac{dV}{dx} \\ \frac{d^2 V}{dx^2} = z \frac{dI}{dx} \end{cases} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} \frac{d^2 I}{dx^2} = yzI \\ \frac{d^2 V}{dx^2} = yzV \end{cases}$$

La solution mathématique de ce système avec la condition initiale: $x = 0 \quad V = V_R \quad I = I_R$ donne les expressions de V et I à une distance x de l'extrémité receptrice:

$$V(x) = \frac{V_R + Z_c I_R}{2} e^{\gamma x} + \frac{V_R - Z_c I_R}{2} e^{-\gamma x}$$

$$I(x) = \frac{\frac{V_R}{Z_c} + I_R}{2} e^{\gamma x} - \frac{\frac{V_R}{Z_c} - I_R}{2} e^{-\gamma x}$$

avec:

$Z_c = \sqrt{\frac{z}{y}}$: impédance caractéristique de la ligne

$\gamma = \sqrt{yz} = \alpha + j\beta$: constante de propagation

α : constante d'atténuation et β : constante de phase

on définit aussi la longueur d'onde: $\lambda = \frac{2\pi}{\beta}$ et sa vitesse: $v = f\lambda$

Pour une ligne simple, une valeur typique de l'impédance caractéristique est de 400Ω . elle est plus faible pour des conducteurs en faisceaux. L'angle de phase varie entre 0 et -15° .

En utilisant la forme hyperbolique:

$$\cosh\theta = \frac{e^\theta + e^{-\theta}}{2} \quad \text{et} \quad \sinh\theta = \frac{e^\theta - e^{-\theta}}{2}$$

nous pouvons écrire:

$$\begin{aligned} V(x) &= V_R \cosh(\gamma x) + I_R Z_c \sinh(\gamma x) \\ I(x) &= \frac{V_R}{Z_c} \sinh(\gamma x) + I_R \cosh(\gamma x) \end{aligned}$$

Nous nous intéressons à la relation entre tensions et courants aux extrémités émettrice et réception, alors pour $x = l$ on a: $V(l) = V_S$ et $I(l) = I_S$ (nous reprenons aussi la notation complexe omise par souci de simplification d'écriture)).

$$\begin{aligned} \bar{V}_S &= \bar{V}_R \cosh(\gamma l) + \bar{I}_R Z_c \sinh(\gamma l) \\ \bar{I}_S &= \frac{\bar{V}_R}{Z_c} \sinh(\gamma l) + \bar{I}_R \cosh(\gamma l) \end{aligned}$$

ou réciproquement:

$$\begin{aligned} \bar{V}_R &= \bar{V}_S \cosh(\gamma l) - \bar{I}_S Z_c \sinh(\gamma l) \\ \bar{I}_R &= -\frac{\bar{V}_S}{Z_c} \sinh(\gamma l) + \bar{I}_S \cosh(\gamma l) \end{aligned}$$

Nous retrouvons donc le modèle ABCD de la ligne avec:

$$\begin{aligned} A &= D = \cosh(\gamma l) \\ B &= Z_c \sinh(\gamma l) \\ C &= \frac{\sinh(\gamma l)}{Z_c} \end{aligned}$$

Nous pouvons déduire le schéma équivalent en π de la ligne (Figure) en écrivant comme pour la ligne moyenne:

$$\bar{V}_S = \left(\frac{\bar{Z}' \bar{Y}'}{2} + 1 \right) \bar{V}_R + \bar{Z}' \cdot \bar{I}_R$$

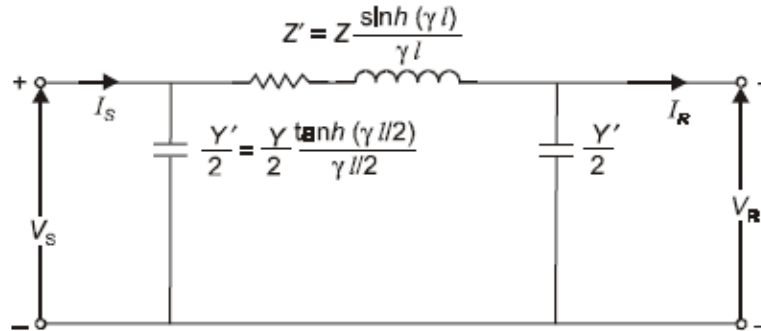
$$\bar{I}_S = \bar{Y}' \left(1 + \frac{\bar{Z}' \bar{Y}'}{4} \right) \bar{V}_R + \left(\frac{\bar{Z}' \bar{Y}'}{2} + 1 \right) \bar{I}_R$$

Par identification, nous pouvons avoir:

$$Z' = Z_c \sinh(\gamma l) = Z \frac{\sinh(\gamma l)}{\gamma l}$$

$$\frac{Y'}{2} = \frac{\cosh(\gamma l) - 1}{Z_c \sinh(\gamma l)} = \frac{Y}{2} \frac{\operatorname{tgh}(\gamma l/2)}{\gamma l/2}$$

en ayant bien sur $Z = z l$ et $Y = y l$



Modèle en π équivalent de la ligne longue

4. Régulation de tension de la ligne

La régulation de tension de la ligne peut être définie par la variation de tension à l'extrémité réception entre la valeur à vide et celle à pleine charge mesurée en pourcentage par rapport à la valeur à pleine charge.

$$RV(\%) = \frac{V_{R0} - V_R}{V_R} \times 100$$

avec: V_{R0} la tension à vide et V_R la tension à pleine charge à l'extrémité réception.

A vide, on a: $I_R = 0, V_R = V_{R0}$

alors:

$$\bar{V}_S = A \cdot \bar{V}_{R0} \rightarrow V_{R0} = \frac{V_S}{|A|}$$

d'où:

$$RV(\%) = \frac{V_S - |A|V_R}{|A|V_R} \times 100$$

Il est clair que la régulation de tension constitue une mesure de la chute de tension dans la ligne et qui dépend du facteur de puissance de la charge.

5. Transit de puissance à travers une ligne de transport

Considérons la ligne de transmission définie par son modèle ABCD dont les paramètres s'écrivent:

$$A = |A|\angle\alpha \quad B = |B|\angle\beta \quad \bar{V}_S = V_S\angle\delta \quad \bar{V}_R = V_R\angle 0^\circ$$

d'où:

$$\bar{V}_S = A \cdot \bar{V}_R + B \cdot \bar{I}_R \quad \rightarrow \quad \bar{I}_R = \frac{\bar{V}_S - A \cdot \bar{V}_R}{B}$$

donc:

$$\bar{I}_R = \frac{V_S}{|B|}\angle\delta - \beta - \frac{|A| \cdot V_R}{|B|}\angle\alpha - \beta$$

La puissance complexe s'écrit:

$$\bar{S}_R = P_R + jQ_R = \bar{V}_R \cdot \bar{I}_R^* = \frac{V_S V_R}{|B|}\angle\beta - \delta - \frac{|A|V_R^2}{|B|}\angle\beta - \alpha$$

soit:

$$P_R = \frac{V_S V_R}{|B|}\cos(\beta - \delta) - \frac{|A|V_R^2}{|B|}\cos(\beta - \alpha) = V_R I_R \cos\varphi_R$$

$$Q_R = \frac{V_S V_R}{|B|}\sin(\beta - \delta) - \frac{|A|V_R^2}{|B|}\sin(\beta - \alpha) = V_R I_R \sin\varphi_R$$

Il y a une puissance maximale qui peut être transportée par la ligne, obtenue pour $\delta = \beta$:

$$P_{max} = \frac{V_S V_R}{|B|} - \frac{|A|V_R^2}{|B|}\cos(\beta - \alpha)$$

On définit le rendement de la ligne par:

$$\eta = \frac{P_R}{P_S}$$

Remarque:

Le développement qui a été fait et les puissances considérées ont été exprimés par phase. Pour les trois phases, il convient de multiplier par le facteur 3 ou remplacer les tensions par leurs valeurs ligne-ligne ou composées.

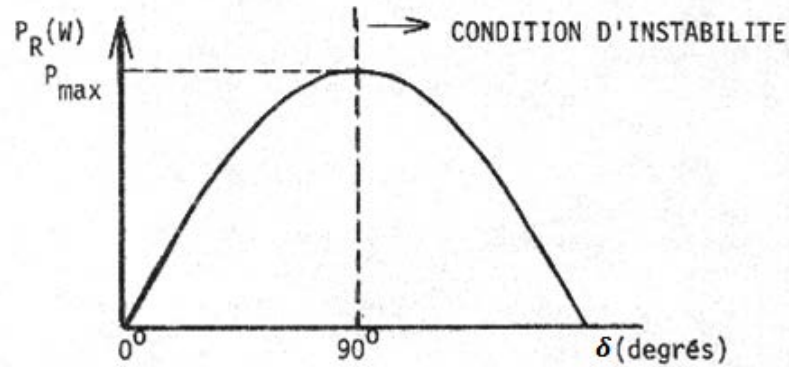
Cas de la ligne courte sans pertes

Ce cas malgré sa simplicité permet de dégager les principales caractéristiques du transit de puissance sur les lignes et dont les résultats peuvent être généralisés sans perte de signification à une ligne de transport quelconque.

$$\bar{Z} = jX \quad \rightarrow \quad A = 1 \quad B = \bar{Z} = X\angle 90^\circ \quad C = 0 \quad D = 1$$

$$P_R = \frac{V_S V_R}{X}\cos(90^\circ - \delta) = \frac{V_S V_R}{X}\sin\delta$$

$$Q_R = \frac{V_S V_R}{X}\sin(90^\circ - \delta) - \frac{V_R^2}{X}\sin(90^\circ) = \frac{V_S V_R}{X}\cos\delta - \frac{V_R^2}{X}$$



Courbe de la puissance active en fonction de l'angle de déphasage

La puissance maximale transmissible est obtenue pour $\delta = 90^\circ$:

$$P_{max} = \frac{V_S V_R}{X}$$

Pour $\delta > 90^\circ$, le système est instable et la ligne ne peut transporter plus de puissance. En pratique, on utilise une limite de stabilité statique nettement inférieure pour la zone stable: $|\delta| < \delta_{max} \approx 45^\circ$.

si $\delta > 0$: La puissance active circule de l'extrémité S vers l'extrémité R

si $\delta < 0$: La puissance active circule de l'extrémité R vers l'extrémité S

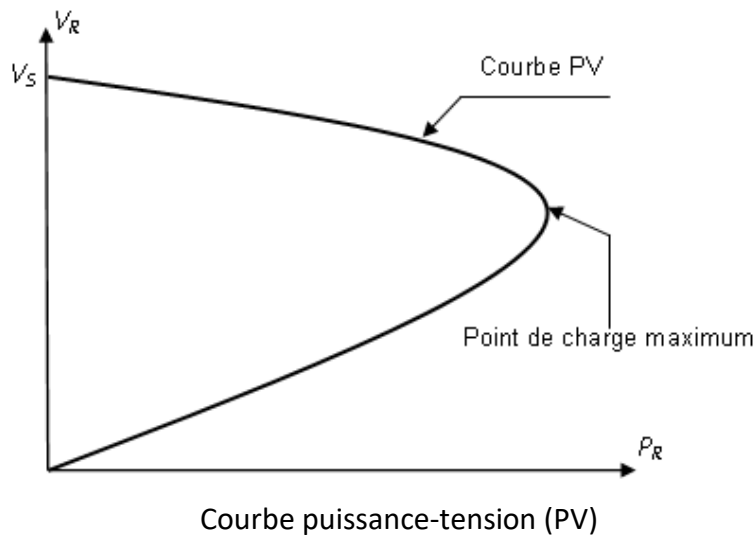
En général, comme $V_S \approx V_R$, on note aisément que la variation de δ a un effet prépondérant sur le transit de P que sur celui de Q alors que la variation de l'amplitude de tension V a un effet plus grand sur le transit de Q que sur le transit de P .

D'un autre côté, en utilisant l'identité $\sin^2 \delta + \cos^2 \delta = 1$, on peut éliminer δ :

$$\left(\frac{X P_R}{V_S V_R}\right)^2 + \left(\frac{X}{V_S V_R}\right)^2 \left(Q_R + \frac{V_R^2}{X}\right)^2 = 1$$

équation quadratique en V_R^2 présentant deux solutions:

$$V_R^2 = \frac{V_S^2}{2} - Q_R X \pm \sqrt{\frac{V_S^4}{4} - X(Q_R V_S^2 + P_R^2 X)}$$



L'allure de la courbe tension-puissance dite courbe PV est donnée par la figure ci-dessus. La figure montre une relation inversement proportionnelle entre la puissance de charge et la tension tel que si la charge augmente la tension diminue graduellement, jusqu'à un point limite où la tension s'effondre. Ce point limite ou de charge maximale représente la limite pour la stabilité de tension. Il y a une quantité maximum de puissance qui peut être transmise par le système. Une marge, en termes de charge supplémentaire, d'un point de fonctionnement au point maximal peut être utilisée comme mesure de proximité à l'instabilité de tension. Cette marge définit la marge de stabilité statique de tension. Une autre propriété du système est qu'une puissance spécifique peut être transmise à deux niveaux différents de tension. La solution de tension élevée/courant bas est le mode de fonctionnement normal pour un réseau dû aux pertes de transmission inférieures. L'autre solution correspond à un point instable.