

CHAPITRE 5

APPROCHE PAR ESTIMATION PARAMÉTRIQUE

Sommaire

1	Introduction	49
2	Identification des paramètres physiques	50
2.1	Type d'identification	50
2.1.1	L'identification non paramétrique	50
2.1.2	L'identification paramétrique	50
2.2	Étapes d'identification	51
2.3	Exemple d'identification indirecte des paramètres physiques	52
3	Détection des défauts par estimation paramétrique	53
3.1	Généralités	53
3.2	Méthodes d'erreur d'équation	54
3.2.1	Modélisation Autoregressive à Moyenne Ajustée (ARMA)	55
3.2.2	Algorithmes d'estimation des paramètres du modèle ARMA	57
3.3	Méthode d'erreur de sortie	58

1 Introduction

Le modèle mathématique d'un système, qu'il soit de connaissance ou de représentation, fait intervenir un ensemble de paramètres dont les valeurs numériques sont généralement inconnues. Les techniques d'estimation paramétrique permettent, à partir d'un ensemble de mesures réalisées sur l'installation, de déterminer le vecteur des paramètres intervenant dans le modèle.

Cette approche est basée sur l'hypothèse que les défauts sont reflétés dans les paramètres physiques du système et l'idée de base est que les paramètres du processus réel sont estimés en ligne en utilisant des méthodes d'estimation paramétrique bien connues. Les résultats d'estimation paramétrique sont ainsi comparés aux paramètres du modèle de référence, ou bien dite les paramètres nominales; obtenu initialement dans des hypothèses irréprochables. Tout écart peut indiquer qu'une erreur s'est produite c-à-d un défaut. Les déviations éventuelles ainsi révélées pourront alors être exploitées à des fins de diagnostic.

La figure 5.1 illustre le principe générale de génération des résidus en ligne en se basant sur l'estimation paramétrique du système dans laquelle, $\hat{\theta}$ représente le vecteur des paramètres issu de l'identification en temps réel et $\hat{\theta}_n$ les valeurs nominales correspondantes.

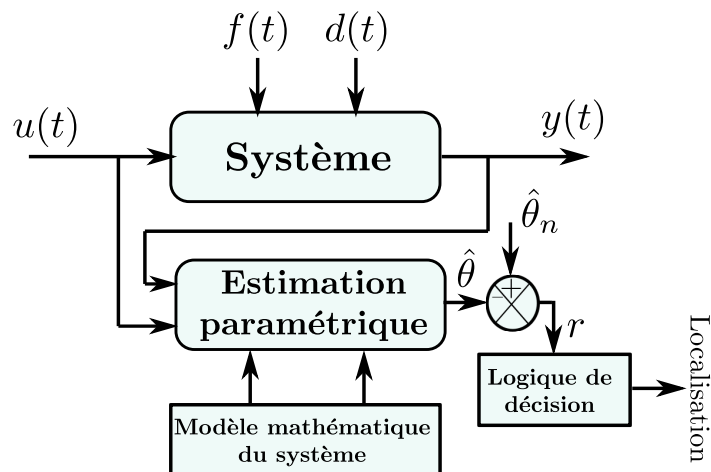


FIGURE 5.1 – Principe de générateur des résidus par estimation paramétrique

Si l'objectif est uniquement de générer un indicateur global de défaut, l'utilisation d'un modèle de représentation continu ou discret est amplement suffisante. En revanche, si l'on souhaite réaliser une analyse plus fine du défaut, l'utilisation d'un modèle de connaissance en temps continu est à privilégier. En effet, les paramètres intervenant dans un modèle de connaissance, contrairement au modèle de représentation, ont une signification physique directe. Par conséquent, l'estimation

de tels paramètres physiques va grandement faciliter l'interprétation et la localisation des défauts. Dans la suite, nous considérons donc essentiellement le problème de l'identification des paramètres d'un modèle de connaissance à temps continu.

2 Identification des paramètres physiques

La modélisation d'un système conduit généralement à un ensemble des équations différentielles, obtenues par application des lois et principes fondamentaux de la physique (modèle de connaissance). Ces équations font intervenir un certain nombre de variables ainsi que des paramètres ayant une signification physique. Parmi toutes ces variables, nous pouvons considérer une entrée $u(t)$ et une sortie $y(t)$. Il est alors possible, en réarrangeant ces équations, d'aboutir à une équation différentielle reliant $y(t)$ à $u(t)$.

définition 3. *L'identification c'est l'opération de détermination des caractéristiques dynamiques d'un procédé (système).*

2.1 Type d'identification

L'identification des systèmes dynamiques peut se catégoriser en deux types principaux, l'identification non paramétrique et paramétrique.

2.1.1 L'identification non paramétrique

Les modèles non paramétriques se comportent généralement de façon neutre vis-à-vis des données, se refusant à inclure trop d'à priori sur la véritable nature du signal. Dans ce cas, l'identification consiste à déterminer ce qui aurait été fait dans le cas idéal d'un signal déterministe connu et à bâtir des estimateurs point par point de l'autocorrélation et du spectre.

2.1.2 L'identification paramétrique

Les méthodes de l'identification paramétrique consistent à ajuster un modèle aux données observées. Les paramètres des modèles, en nombre faible, caractériseront le signal; on pourra ainsi injecter des connaissances à priori sur le processus physique qui a engendré le signal. Cette procédure comporte un très grand nombre de variantes, correspondant au choix à priori, au niveau du

modèle, du critère de mesure d'erreur de l'entrée choisie et de l'algorithme d'optimisation. Cette approche, commune à un grand nombre de domaines scientifiques, possède un caractère fondamental marqué et un large champ d'applications.

Les avantages qui peuvent en être attendus sont la souplesse de l'analyse, l'introduction naturelle d'informations à priori, la parcimonie de la représentation et des choix variés d'espèces de représentations paramétriques et offre d'autres possibilités telles que :

- Modélisation des bruits.
- Identification des modèles de perturbation.
- Détection et mesure des fréquences d'oscillations
- Analyse spectrale des signaux.

2.2 Étapes d'identification

Pour parvenir à un bon modèle, nous devons généralement suivre les quatre étapes suivantes

Acquisition des entrées et sorties Il s'agit essentiellement de choisir un signal d'excitation avec une densité spectrale homogène couvrant l'ensemble de la bande passante du procédé à identifier. En pratique, nous utilisons deux catégories de signaux de tests (entrées) :

- Les signaux déterministes tel que l'échelon, la sinusoïde etc., ces signaux sont décrit par une fonction de temps.
- Les signaux aléatoires, complètement décrits par leurs propriétés statistiques, un des signaux les plus utilisés pour l'identification est la séquence binaire pseudo aléatoire.

En pratique l'entrée du système n'est intéressante que si elle est :

- Centrée
- Riche en fréquence
- Déterministe si possible

Choix de la complexité du modèle Le problème typique rencontré dans le cas du modèle paramétrique est le choix de l'ordre des polynômes (numérateurs, dénominateurs) de la fonction de transfert, ce choix de la complexité peut se faire par une procédure essais et erreur. Actuellement, des algorithmes qui estiment automatiquement la complexité des modèles sont également disponible.

Estimation des paramètres du modèle Une fois la complexité du modèle fixée, nous pouvons estimer les paramètres du modèle de façon à minimiser un critère de performance. La qualité de cette estimation dépendra de la méthode choisie, et de l'information contenue dans les données d'entrée/sortie.

Validation du modèle Cette étape est certainement la plus importante lors d'une identification, elle consiste à accepter ou rejeter le modèle obtenu. L'ensemble du processus d'élaboration d'un modèle est itératif et le rejet d'un modèle qui ne répond pas à ses objectifs remet en cause l'ensemble des étapes déjà citées.

2.3 Exemple d'identification indirecte des paramètres physiques

Comme on va le constater dans l'exemple ci-dessous l'identification des paramètres physiques du système peut se faire indirectement après l'estimation des paramètres du modèle de représentation. En effet, considérons par exemple le modèle d'un moteur à courant continu à aimants permanents :

$$\begin{cases} L \frac{di(t)}{dt} = u(t) - Ri(t) - K_e w(t) \\ J \frac{dw(t)}{dt} = K_c i(t) - C_f w(t) \end{cases}$$

Soit ψ le vecteur des paramètres physiques, dans le cas de cet exemple on a :

$$\psi = [L \quad R \quad K_e \quad K_c \quad J \quad C_f]$$

dont les composantes représentent respectivement l'inductance rotorique (H), la résistance rotorique (Ohm), la constante de FCEM ($V = rd = s$), la constante de couple ($Nm = A$), le moment d'inertie global ramené au rotor ($Kg : m2$) et le coefficient de frottement visqueux ($Nm=rd=s$). Les variables du système sont le courant rotorique $i(t)$, la tension rotorique $u(t)$ et la vitesse angulaire du rotor $w(t)$. Ce système peut être piloté par u ou par i , on a dans ce cas respectivement une commande en tension ou en courant. Supposons une commande en tension avec mesure de la vitesse w . L'équation différentielle reliant la sortie $w(t)$ à l'entrée $u(t)$ s'écrit alors :

$$\frac{LJ}{RC_v + K_e K_c} \frac{d^2 w}{dt^2} + \frac{LC_v + RJ}{RC_v + K_e K_c} \frac{dw}{dt} + w = \frac{K_c}{RC_v + K_e K_c} u$$

Moyennant un ensemble de couples de mesures $(w(t); u(t))$, seuls les coefficients de cette équation différentielle pourront être identifiés. Le vecteur de paramètres de cette équation différentielle s'écrit :

$$\theta = \left[\frac{LJ}{RC_v + K_e K_c} \quad \frac{LC_v + RJ}{RC_v + K_e K_c} \quad \frac{K_c}{RC_v + K_e K_c} \right]$$

On peut constater que le vecteur est une fonction non linéaire des paramètres physiques ψ du système. D'une façon générale, on a :

$$\theta = g(\psi) \tag{5.1}$$

où g est une fonction non-linéaire liée au système considéré. L'apparition d'un défaut au sein du système, se traduit généralement par la modification d'un très petit nombre de paramètres physiques. L'analyse de ces modifications permet alors une interprétation et une localisation aisée du défaut. Toutefois, la variation d'un petit nombre de paramètres physiques, voire d'un seul, peut affecter, du fait de la transformation non-linéaire 5.1, l'ensemble des paramètres du vecteur θ , d'où une chose qui complique énormément la localisation de défauts à partir de ce vecteur. L'interprétation et la localisation correcte du défaut nécessite donc de pouvoir réaliser la transformation inverse $\psi = g^{-1}(\theta)$. Il n'existe pas de solution générale à ce problème ; chaque cas est à étudier soigneusement afin de pouvoir remonter aux paramètres physiques.

Il est à noter que la non linéarité 5.1 est encore accentuée par une discrétisation du modèle continu. On comprend alors l'intérêt pour le diagnostic d'identifier le vecteur paramètre du modèle continu afin de faciliter l'interprétation et la localisation d'un défaut.

3 Détection des défauts par estimation paramétrique

3.1 Généralités

La tâche de détection par l'estimation paramétrique permet de détecter les défauts dans un système dynamique comprenant des actionneurs et des capteurs en mesurant les variables d'entrée et de sortie disponibles $u(k)$ et $y(k)$ (voir Figure 5.2). Le processus est considéré comme fonctionnant

dans une configuration en boucle ouverte.

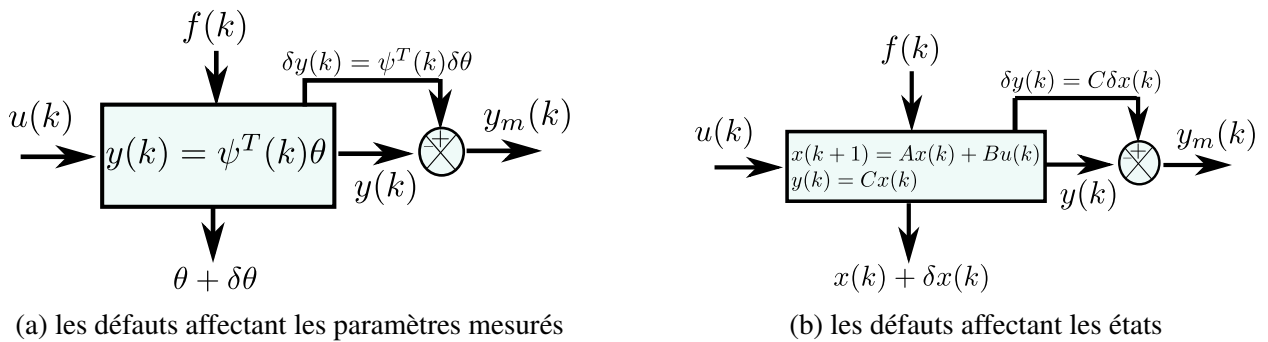


FIGURE 5.2 – Schéma d'un processus linéaire influencé par les défauts

Les processus avec des paramètres regroupés sont généralement décrits par l'équation différentielle ordinaire suivante :

$$y(k) + a_1y(k-1) + \dots + a_ny(k-n) = b_0u(k) + b_1u(k-1) + \dots + b_mu(k-m) \quad (5.2)$$

Les défauts additifs à l'entrée ou à la sortie, comme le montre la figure 5.2a, peuvent être modélisés par :

$$y(k) + a_1y(k-1) + \dots + a_ny(k-n) = b_0u(k) + b_1u(k-1) + \dots + b_mu(k-m) + f_y + b_0f_u \quad (5.3)$$

Généralement il existe deux types des méthodes de détection de défauts par l'estimation paramétrique, les méthode d'erreur d'équation et les méthodes d'erreur de sortie.

3.2 Méthodes d'erreur d'équation

La sortie du processus est écrite sous forme vectorielle comme suit :

$$y(k) = \psi^T(k)\theta \quad (5.4)$$

avec les définitions suivantes pour le paramètre et le vecteur de

$$\theta^T = [a_1 \dots a_n \quad b_1 \dots b_m] \quad (5.5)$$

$$\psi^T(k) = [y(k-1) \dots y(k-n) \quad u(k-1) \dots u(k-m)] \quad (5.6)$$

Pour l'estimation des paramètres, l'erreur d'équation $e(k)$ est donnée par :

$$e(k) = y(k) - \psi^T(k)\theta \quad (5.7)$$

Considérons maintenant le problème d'estimation de paramètres dans le cas du temps discret avec le temps d'échantillonnage T_0 et $k = \frac{t}{T_0} = 0, 1, 2, \dots$. Le problème est de minimiser la somme des carrés d'erreur comme suite :

$$V = \sum_{k=1}^N e^2(k) = e^T e \quad (5.8)$$

Ce qui précède conduit à l'estimation des moindres carrés (LS) ou sous forme récursive (RLS). Pour l'amélioration des propriétés numériques, des algorithmes de filtre à racine carrée sont recommandés et pour la détermination des dérivés de signal dans le vecteur de données $\psi^T(k)$ des filtres et des modèle stochastiques sont utilisés. ARMA ou Autoregressive à Moyenne Ajustée l'un des modèles les plus utilisé dans ce contexte.

3.2.1 Modélisation Autoregressive à Moyenne Ajustée (ARMA)

Un modèle autoregressive à moyenne ajusté d'ordre (n, m) , noté $ARMA(n, m)$ est définie par l'équation suivante :

$$\sum_{i=0}^n a_i y(k-i) = \sum_{i=0}^m b_i u(k-i) \quad (5.9)$$

Avec (n, m) est l'order du modèle $ARMA$, a_i sont les paramètres de la partie autoregressive AR avec $a_0 = 1$ et b_i sont les paramètres de la partie moyenne ajusté MA . L'équation 5.9 peut s'exprimer de

la façon suivante :

$$y(k) = - \sum_{i=0}^n a_i y(k-i) + \sum_{i=0}^m b_i u(k-i) \quad (5.10)$$

En prenant la transformée en Z des deux membres de l'équation 5.9, on peut obtenir la fonction de transfert du modèle *ARMA* :

$$H(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{\sum_{i=0}^m b_i z^{-i}}{1 + \sum_{i=0}^n a_i z^{-i}} = \frac{B(z)}{A(z)} \quad (5.11)$$

Avec $H(z)$ est la fonction de transfert du modèle ; $A(z)$ est la transformé en Z de la partie *AR* et $B(z)$ est la transformé en Z de la partie *MA*. Le modèle *ARMA* peut être interprété comme un filtre de fonction de transfert $H(z)$, ayant des pôles et des zéros, excité par une entrée $U(z)$ et délivrant à sa sortie un signal $Y(z)$. Les polynômes $A(z)$ et $B(z)$ sont caractérisés par la position de leurs zéros dans le plan complexe.

Modélisation Autoregressive AR

Dans le cas où les b_i sont nul pour $1 \leq i \leq n$ le modèle dont l'équation 5.10 se réduit à :

$$y(k) = - \sum_{i=0}^n a_i y(k-i) + b_0 u(k-i) \quad (5.12)$$

Le polynôme $B(z)$ se remplace par la constante b_0 . Dans ce cas la fonction de transfert du système peut s'exprimer par :

$$H(z) = \frac{b_0}{1 + \sum_{i=0}^n a_i z^{-i}} \quad (5.13)$$

La fonction de transfert $H(z)$ ne contient que des pôles, pour cela, ce modèle est aussi appelé modèle tout pôles.

Modélisation à Moyenne Ajustée MA

Dans le cas où les a_i sont nul pour $1 \leq i \leq n$ le modèle dont l'équation 5.10 se réduit à :

$$y(t) = \sum_{i=0}^m b_i u(k-i) \quad (5.14)$$

Dans le domaine spectral, le modèle sera alors caractérisé par la position de ses zéros dans le plan complexe, ce modèle est appelé tout zéros.

3.2.2 Algorithmes d'estimation des paramètres du modèle ARMA

Algorithme des moindres-carrés

La méthode des moindres carrés a été introduite par Karl Gauss en 1809. Elle a été à la base de toutes les méthodes d'identification et d'estimation des paramètres.

L'algorithme des moindres-carrés estime le vecteur des paramètres θ sous la formulation suivante :

$$\hat{\theta} = [\Psi^T \quad \Psi]^{-1} \Psi^T y \quad (5.15)$$

Cette estimation sera obtenu par le calcul de la minimisation du fonction quadratique $V(\theta)$:

$$\begin{cases} V(\theta) = \sum_{k=1}^n e^2(k) = e^T e \\ \frac{dV(\theta)}{d\theta} = 0 \end{cases} \quad (5.16)$$

avec :

$$e(k) = y(k) - \hat{y}(k) = \Psi^T(k) \hat{\theta}(k) \quad (5.17)$$

La méthode des moindres carrés est basée sur la détermination des meilleurs paramètres, c'est à dire ceux qui minimiseront un certain critère d'optimalité. Il représente la somme des carrés des erreurs de prédictions, et qui est mentionné par 5.16. La minimisation du critère $V(\theta)$ consiste à trouver un optimum, c'est à dire de calculer sa dérivée :

$$\frac{dV(\hat{\theta})}{d\hat{\theta}} = -\frac{2}{N} \left[\sum_{k=1}^n \Psi(k) (y(k) - \theta^T \Psi(k)) \right] = 0 \quad (5.18)$$

Dans ce cas :

$$\hat{\theta} = \left[\sum_{K=1}^n \psi(k) \psi(k)^T \right]^{-1} \sum_{K=1}^n \psi(k) (y(k)) \quad (5.19)$$

Nous constatons que la matrice $\psi(k) \psi(k)^T$ est grande, si le nombre d'échantillons n est important, d'où le calcul de son inverse n'est pas conseillé, pour cela on utilise l'estimation récursive des moindres carrés.

Algorithme des moindres-carrés récursif

Dans cette algorithme, $\hat{\theta}$ peut s'exprimer par :

$$\hat{\theta}(k+1) = \hat{\theta}(k) + \gamma(k) [y(k+1) - \psi^T(k+1) \hat{\theta}(k)] \quad (5.20)$$

$$\gamma(k) = \frac{1}{\psi^T(k+1) P(k) \psi(k+1) + 1} P(k) \psi(k+1) \quad (5.21)$$

$$P(k+1) = [I - \gamma(k) \psi^T(k+1)] P(k) \quad (5.22)$$

3.3 Méthode d'erreur de sortie

Dans cette méthode l'erreur de sortie est exprimé par :

$$e(k) = y(k) - \hat{y}(k) \quad (5.23)$$

$$y(k) = \frac{\hat{B}(z)}{\hat{A}(z)} u(z) \quad (5.24)$$

Malheureusement, le calcul direct de l'estimation du paramètre θ n'est pas possible, car $e(k)$ est non linéaire dans les paramètres. Par conséquent, la fonction de perte 5.23 doit être minimisée par des méthodes d'optimisation numérique. L'effort de calcul est alors beaucoup plus important et l'application en temps réel en ligne est en général impossible. Cependant, des estimations de

paramètres relativement précises peuvent être obtenues.

Si un défaut dans le processus modifie un ou plusieurs paramètres par $\Delta\theta$, le signal de sortie s'adapte et change pour des petits écarts selon :

$$\Delta y(k) = \psi(k)^T \Delta\theta(k) + \Delta\psi^T(k)\theta(k) + \Delta\psi^T(k)\Delta\theta(k) \quad (5.25)$$

et l'estimateur des paramètres indique un changement $\Delta\theta$.

Généralement les paramètres θ de processus dépendent des coefficients p de processus physiques (comme la rigidité, le facteur d'amortissement, la résistance, ...). Dans ce cas :

$$\theta = f(p) \quad (5.26)$$

via des équations algébriques non linéaires. Si l'inversion de la relation 5.27 existe, les changements Δp des coefficients de processus peuvent être calculés. Ces modifications des coefficients sont dans de nombreux cas directement liées à des défauts.

$$p = f^{-1}(\theta) \quad (5.27)$$

Ainsi, bien que la connaissance de Δp facilite le problème de diagnostic de défaut, elle n'est pas nécessaire uniquement pour la détection de défaut. L'estimation des paramètres peut également être appliquée à des modèles de processus statiques non linéaires.