TD N°3

Exercice 01

Considérons l'équation d'état :

$$x(k+1) = Ax(k) + \omega(k)$$

ou la matrice A est une matrice d'identité de dimension 2, et $\omega(k)$ est un bruit de système avec une matrice de covariance $Q = \sigma_x{}^2 I$. Le système est observé par l'équation de mesure suivante :

$$y(k) = x_1(k) + x_2(k) + v(k)$$

Avec $v(k)$ est un bruit de mesure de variance $R = \sigma_y^2$. Les conditions initiales sont : $P(0|0) = I$ et $\hat{x}(0|0) = [0 \quad 0]^T$.

1- Donner l'expression du gain de Kalman $K(1)$ à l'instant 1 en fonction de σ_x^2, σ_y^2.

2- Donner l'état estimé $\hat{x}(1|1)$ de $x(1)$ à l'instant 1 en fonction de $K(1)$ et de la mesure $y(1)$.

Exercice 02

Reprenons le système suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + F_x f(t) + D_x d(t) \\ y(t) = Cx(t) + F_y f(t) \end{cases}$$

Avec $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 100 & -10 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, $D_x = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, $F_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$,

$F_y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Afin de reconstruire un générateur des résidus à base d'observateur qui est sensible au défaut et insensible aux perturbations :

1- Vérifier l'observabilité du système,
2- Déterminer les différents paramètres d'observateur à entrées inconnues, mettant *M=diag[-5, -6, -7]*
3- Déterminer la fonction de transfert de l'erreur d'estimation en sortie $e_y(s)$,
4- Déduire la table des signatures assassiner,
5- Exprimer la fonction de générateur des résidus, afin de localiser les défauts.
6- Choisir une matrice de paramétrisation Q(s) permettant d'obtenir une structure localisante.
7- Déduire l'expression du générateur de résidus résultant avec la table de signatures associée.