Réponses typiques de l'examen de théorie du champ/ 21 Janvier 2024

Exercice 01 : (Questions de cours) (8.5pts)

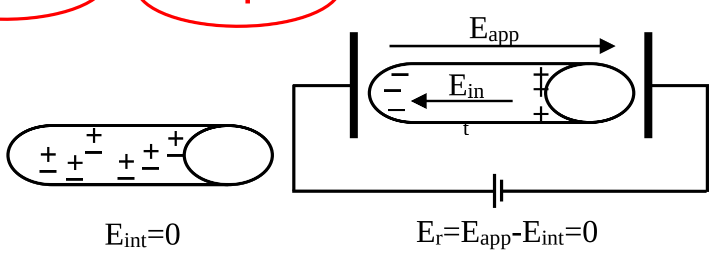
1- Régime stationnaire (RS) **0.25pts**
Régime Quasi stationnaire (RQS) **0.25pts**
Régime variable (RV) **0.25pts**

0.5pts 2- La surface équipotentielle est une surface où le potentiel est constant et partout le même. Exemples : charge ponctuelle q, surface d'une sphère, surface latérale d'un cylindre de révolution. **0.25pts** **0.25pts** **0.25pts**

0.25pts 3- $E_r=0$

Exemple : Dès qu'on applique un champ E sur un conducteur cylindrique placé entre 2 armatures métalliques planes soumises à une tension U, les électrons se déplacent sous l'action de ce champ, il en résulte une nouvelle distribution de charges qui donne naissance à un champ interne qui annule le champ appliqué.

Explication 0.75pts



(a) **(b)**

Fig. (a) En absence du champ électrique ; **(b)** En présence d'un champ électrique appliqué.

Illustration en montrant la distribution des charges + Titre **0.75pts**

4- Pour n électrons dans le conducteur, on aura n forces de Lorentz où leur résultante représente la force électromagnétique de Laplace. **0.25pts**

5- Dans le RQS :

$$\boxed{E = -grad\,V - \frac{\partial A}{\partial t}}$$ **0.25pts**

6- Formes différentielles des équations de Maxwell et significations : **0.25pts**

1- Equation de Maxwell-Gauss (MG) : $div\,E = \frac{\rho}{\varepsilon}$; signifie que c'est la charge électrique qui est à l'origine (source) du champ électrique. **0.25pts** **0.25pts**
2- Equation de Maxwell-flux magnétique (M$\boldsymbol{\Phi}$) : $div\,B = 0$; signifie qu'il n'existe pas de "charge magnétique" dans la nature. **0.25pts** **0.25pts**
3- Equation de Maxwell-Faraday (MF) : $rot\,E = -\frac{\partial B}{\partial t}$; signifie qu'un champ magnétique variable $(\frac{\partial B}{\partial t})$ crée un champ électrique variable E. **0.25pts** **0.25pts**
4- Equation de Maxwell-Ampère (MA) : $rot\,H = J + \varepsilon\frac{\partial E}{\partial t}$; signifie qu'un champ électrique variable $(\frac{\partial E}{\partial t})$ crée au même titre qu'un courant (J) un champ magnétique variable H. **0.25pts**

7- La loi d'Ohm généralisée est : U=RI. Tel que : $U = \int Edl$; $R = \int \frac{\rho}{S} dl$ et $I = \int JdS$. avec : ρ est la résistivité électrique du conducteur en [Ωm]. En substituant ces 3 intégrales dans la loi généralisée on obtient : $\int Edl = \int \frac{\rho}{S} dl \int JdS \Leftrightarrow E = \rho J \Rightarrow J = \frac{1}{\rho} E$; Tel que $\frac{1}{\rho} = \sigma$ (la conductivité

0.75pts

Enseignant : Dr. SEKHANE. H

électrique du conducteur en [Ω^{-1} m^{-1}]. On obtient donc la formule de la loi d'Ohm localisée :

$J = \sigma E \ [A/m^2]$ 0.25pts

8- $$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} = \frac{1}{C^2}\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$$ 0.25pt

9- Caractéristiques d'une onde plane :

1- Onde transverse. 0.25pts
2- Impédance caractéristique. 0.25pts
3- Perpendicularité de $\vec{E}$ et $\vec{H}$. 0.25pts
4- Direction de propagation. 0.25pts

Exercice 02 : (4.5pts)

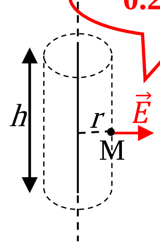
1) En appliquant le théorème de Gauss :

0.5pts 0.25pts

$\Phi_e = \oint E.dS = E.2\pi rh$; Ainsi : $\Phi_e = \frac{q}{\varepsilon_0} = \frac{\rho h}{\varepsilon_0}$; on aura donc : $E.2\pi rh = \frac{\rho h}{\varepsilon_0}$

0.5pts 0.5pts

$\Rightarrow E = \frac{\rho}{2\pi\varepsilon_0 r}$



0.5pts 0.25pts

2) Selon la relation entre E et V :

$E = -grad\ V \Leftrightarrow E = -\frac{\partial V}{\partial r} \Rightarrow \partial V = -E.\partial r \Rightarrow V = \int -E.\partial r = -\frac{\rho}{2\pi\varepsilon_0}\int \frac{1}{r}\partial r$

0.5pts 0.5pts $\Rightarrow V = -\frac{\rho}{2\pi\varepsilon_0}\ln r + cst$ 0.5pts

0.5pts

Exercice 03 : (9pts)

1- $\begin{cases} \vec{E}(z,t) = E_0 \cos(kz - \omega t + \emptyset_0)\vec{i} = \vec{E_x} \\ \vec{B}(z,t) = B_0 \cos(kz - \omega t + \emptyset_0)\vec{j} = \vec{B_y} \end{cases}$

La surface d'onde plane est constituée de l'ensemble des points ayant la même valeur de ξ, et par conséquent la même valeur de la phase φ, donc les modules E et H de l'onde ainsi que la phase φ sont constants; On peut donc écrire :

0.5pts

0.5pts $\varphi = kz - \omega t + \emptyset_0 = Cte$; La dérivée est donc :

0.5pts $d\varphi = d(kz - \omega t + \emptyset_0) = d(Cte) \Longrightarrow kdz - \omega dt = 0 \Longrightarrow kdz = \omega dt$

$\Longrightarrow \frac{dz}{dt} = v = \frac{\omega}{k}$ 0.5pts

2- Les équations de Maxwell pour le vide sont écrites par :

$$\begin{cases} MG: div\ E = 0 \\ M\emptyset: div\ B = 0 \\ MF: rot\ E = -\frac{\partial B}{\partial t} \\ MA: rot\ B = \varepsilon_0\mu_0\frac{\partial E}{\partial t} \end{cases}$$

0.25pts 0.25pts 0.25pts 0.25pts

En utilisant les expressions données pour $\vec{E}$ et $\vec{B}$, on peut vérifier ces équations :

MG : $div\ E = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0$ (car on a que la composante E_x qui ne peut être dérivée que par rapport à z). 0.5pts

M∅ : $div\ B = \frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0$ (car on a que la composante B_y qui ne peut être dérivée que par rapport à z). 0.5pt

Enseignant : Dr. SEKHANE. H

MF : $rot\ E = \begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & 0 & 0 \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial E_x}{\partial z}\right)\vec{\jmath} = -E_0 k\, sin(kz - \omega t + \emptyset_0)\,\vec{\jmath}$ **0.5pts**

0.25pts $-\frac{\partial B}{\partial t} = -B_0\omega\, sin(kz - \omega t + \emptyset_0)\,\vec{\jmath}$; Tel que : $\omega = kv$ **0.25pts** on obtient donc :

$-\frac{\partial B}{\partial t} = -(B_0 v)k\, sin(kz - \omega t + \emptyset_0)\,\vec{\jmath}$ **0.25pts**

0.25pts Supposant que $B_0 v = E_0$ on obtient finalement : $-\frac{\partial B}{\partial t} = -E_0 k\, sin(kz - \omega t + \emptyset_0)\,\vec{\jmath}$ **0.25pts**

Comparant les deux expressions, on voit qu'elles sont égales.

MA : $rot\ B = \begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & B_x & 0 \end{vmatrix} = -\left(\frac{\partial B_y}{\partial z}\right)\vec{\imath} = B_0 k\, sin(kz - \omega t + \emptyset_0)\,\vec{\imath}$ **0.5pts**

0.25pt $\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial E}{\partial t} = \varepsilon_0\mu_0 E_0\omega\, sin(kz - \omega t + \emptyset_0)\,\vec{\imath}$; Tel que $\varepsilon_0\mu_0 = \frac{1}{v^2} = \frac{k^2}{\omega^2}$ **0.5pts** on obtient donc :

$\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial E}{\partial t} = \frac{k^2}{\omega^2}E_0\omega\, sin(kz - \omega t + \emptyset_0)\,\vec{\imath} = \frac{k^2}{\omega}E_0\, sin(kz - \omega t + \emptyset_0)\,\vec{\imath} = \frac{k}{\omega}kE_0\, sin(kz - \omega t + \emptyset_0)\,\vec{\imath}$; Tel que $\frac{k}{\omega} = \frac{1}{v}$ on obtient donc : **0.5pts**

0.25pt $\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial E}{\partial t} = \left(\frac{E_0}{v}\right)k\, sin(kz - \omega t + \emptyset_0)\,\vec{\imath}$; Et comme on a déjà supposé que $B_0 v = E_0$ ceci

0.25pts implique que $\frac{E_0}{v} = B_0$ on obtient finalement : $\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial E}{\partial t} = B_0 k\, sin(kz - \omega t + \emptyset_0)\,\vec{\imath}$ **0.25pt**

Comparant les deux expressions, on voit qu'elles sont égales.

3- La densité d'énergie magnétique W_m pour une onde électromagnétique dans le vide est :

0.25pts $W_m = \frac{1}{2}\mu_0 H^2 = \frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{{B_0}^2}{2\mu_0}\cos^2(kz - \omega t + \emptyset_0)$ **0.5pts**

Cela représente la densité d'énergie magnétique associée à l'onde électromagnétique dans le vide.