

TD n° 1

Rappels et Compléments sur les Systèmes Echantillonnés

Exercice 1.1 :

Calculer la réponse du système à temps discret décrit par sa fonction de transfert :

$$G(z) = \frac{1}{(z - 0.1)(z - 0.5)}$$

A l'entrée impulsionnelle u_k .

Exercice 1.2 :

Soit le système à temps discret décrit par l'équation aux différences :

$$y(k + 1) - 0.5.y(k) = u(k), y(0) = 0$$

Calculer sa réponse impulsionnelle à partir de l'équation aux différences.

Exercice 1.3 :

Trouvez la transformée en Z de la fonction $f(t) = \sin wt$ pour $t \geq 0$

Exercice 1.4 :

Soit la fonction de transfert suivante :

$$G(s) = \frac{s + 3}{(s + 1)(s + 2)}$$

Trouvez la fonction de transfert en Z, $G(z)$ en utilisant la méthode de décomposition en fraction simples

Exercice 1.5 :

Soit la fonction en Z suivante :

$$G(z) = \frac{0.387z^2}{(z - 1)(z^2 - 2.37z + 0.25)}$$

Trouvez la valeur de $f(kT)$ en utilisant la théorème de la valeur finale.

Exercice 1.6 :

Trouver la réponse au système décrit par l'équation aux différences suivante :

$$y(k + 2) - 3y(k + 1) + 2y(k) = r(t)$$

Avec

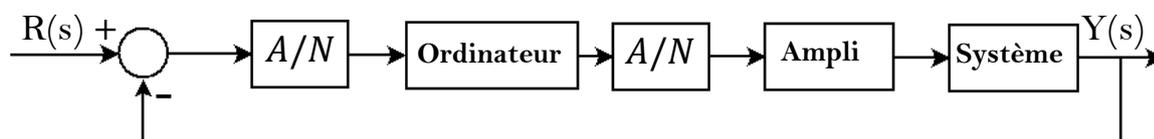
$$r(0) = 1$$

$$r(k) = 0 \text{ pour } k \neq 0$$

$$y(k) = 1 \text{ pour } k \leq 0$$

Exercice 1.7 :

Soit le système de contrôle suivant :



Trouvez :

1. Le schéma bloc équivalent.
2. La fonction de transfert pulsée $\frac{Y(z)}{R(z)}$ si
 - La fonction de transfert du système est $G_p(s) = \frac{2.64}{s(s+6)}$
 - La fonction de transfert de l'ordinateur est $D(s) = 1$
 - La fonction de transfert de l'amplificateur est $A(s) = 1$
 - La période d'échantillonnage est $T = 1 \text{ sec}$.
 - La fonction de transfert de bloquer d'ordre zéro est $G_{B.O.Z}(s) = \frac{1-e^{-sT}}{s}$.
3. L'erreur en régime permanent si $R(s)$ est échelon unitaire.
4. L'erreur en régime permanent si $R(s)$ varie linéairement dans le temps (rampe unitaire).

Exercice 1.8 :

Soit le système discret :

$$x(k + 1) = Ax(k)$$

Où

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -6 & -11 & -6 \end{bmatrix}$$

Utilisez la transformée en Z pour trouver la matrice de transition du système.

Exercice 1.9 :

Un système continu est décrit par :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

Trouvez la représentation discrète de ce système.

Exercice 1.10 :

Soit le système discret :

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k)$$

$$y(k) = Cx(k)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, C = [1 \quad 2]$$

Déterminez la commandabilité et l'observabilité du système en boucle ouverte, c.a.d. $u(k)$ n'est pas une fonction de $x(k)$ et aussi du système en boucle fermée avec $u(k) = r(k) - Gx(k)$, $G = [g_1 \ g_2]x(k)$.

Exercice 1.11 :

Déterminez la stabilité selon Lyapunov du système décrit par les équations aux différences.

$$x_1(k+1) = -0.7x_1(k)$$

$$x_2(k+1) = -0.7x_2(k)$$

Exercice 1.12 :

Soit un contrôleur analogique proportionnel de gain $k = 4$ équipé en série d'un filtre avance de phase :

$$G(s) = 4 \frac{s+1}{s+4}$$

Numérisez ce contrôleur en utilisant les 2 approximations d'Euler et l'approximation de Tustin pour une période d'échantillonnage $T = 0.1$ sec.